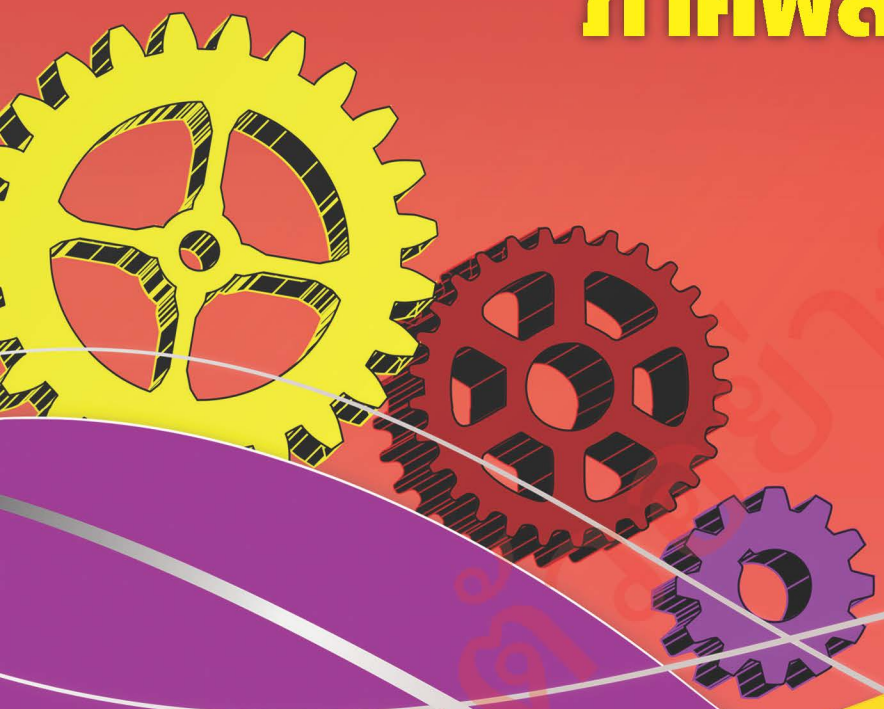
สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

กลศาสตร์วิศวกรรม ภาคพลศาสตร์



ดร.อิศเรศ ธุชกัลยา

หนังสือที่ได้รับทุนสนับสนุนการเขียนตำราจากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ พ.ศ. 2560

กลศาสตร์วิศวกรรม
ภาคพลศาสตร์

ดร. อิศเรศ ธุชกัลยา
รองศาสตราจารย์
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ตัวอย่าง

สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
2561

หนังสือที่ได้รับทุนสนับสนุนการเขียนตำราจากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ พ.ศ. 2560

อิศเรศ ธุชกัลยา.
กลศาสตร์วิศวกรรม. ภาคพลศาสตร์ = Engineering mechanics. Dynamics.
1. พลศาสตร์.

TA352
ISBN 978-616-314-433-1
ISBN (E-BOOK) 978-616-314-435-5

ลิขสิทธิ์ของ**รองศาสตราจารย์ ดร.อิศเรศ ธุชกัลยา**
สงวนลิขสิทธิ์

ฉบับพิมพ์ครั้งที่ 1 เดือนตุลาคม 2561
จำนวน 100 เล่ม
ฉบับอิเล็กทรอนิกส์ (e-book) ตุลาคม 2561

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย : **สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์**
ท่าพระจันทร์: อาคารธรรมศาสตร์ 60 ปี ชั้น U1 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ถนนพระจันทร์ กรุงเทพฯ 10200 โทร. 0-2223-9232
ศูนย์รังสิต: อาคารโดมบริหาร ชั้น 3 ห้อง 317 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12121
โทร. 0-2564-2859-60 โทรสาร 0-2564-2860
http://www.thammasatpress.tu.ac.th, e-mail: unipress@tu.ac.th

พิมพ์ที่ : **ห้างหุ้นส่วนจำกัด เอ็มแอนด์เอ็มเลเซอร์พริ้นต์**
นายสมชาย ดำขำ ผู้พิมพ์ผู้โฆษณา

ปกโดย : อิศเรศ ธุชกัลยา

ราคาเล่มละ **250** บาท

ตัวอย่าง

1 บทนำสำหรับวิชากลศาสตร์วิศวกรรม ภาคพลศาสตร์ (Introduction to Engineering Mechanics-Dynamics)

วิชากลศาสตร์เป็นการศึกษาเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นกับวัตถุที่อยู่ในสภาพหยุดนิ่ง หรือสภาพเคลื่อนที่เมื่อมีแรงหรือโมเมนต์มากระทำ ซึ่งวิชากลศาสตร์นี้สามารถแบ่งย่อยออกได้เป็น ภาคสถิตยศาสตร์ (Statics) และภาคพลศาสตร์ (Dynamics) โดยภาคสถิตยศาสตร์จะเน้นศึกษาถึงสภาวะสมดุลของวัตถุ แต่อย่างไรก็ตาม ชิ้นส่วนต่าง ๆ ของเครื่องจักรกลโดยส่วนใหญ่จะเกี่ยวข้องกับภาคพลศาสตร์มากกว่า ดังนั้นเนื้อหาทั้งหมดในตำราเล่มนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ อันเนื่องมาจากแรงหรือโมเมนต์ภายนอกมากระทำ โดยพลศาสตร์สามารถแบ่งแยกย่อยออกเป็นสองส่วนคือ

จลนศาสตร์ (kinematics) เป็นการศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัด (displacement), ความเร็ว (velocity) และความเร่ง (acceleration) ของวัตถุใด ๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ในขณะนั้น โดยไม่คำนึงถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุนั้นเกิดการเคลื่อนที่

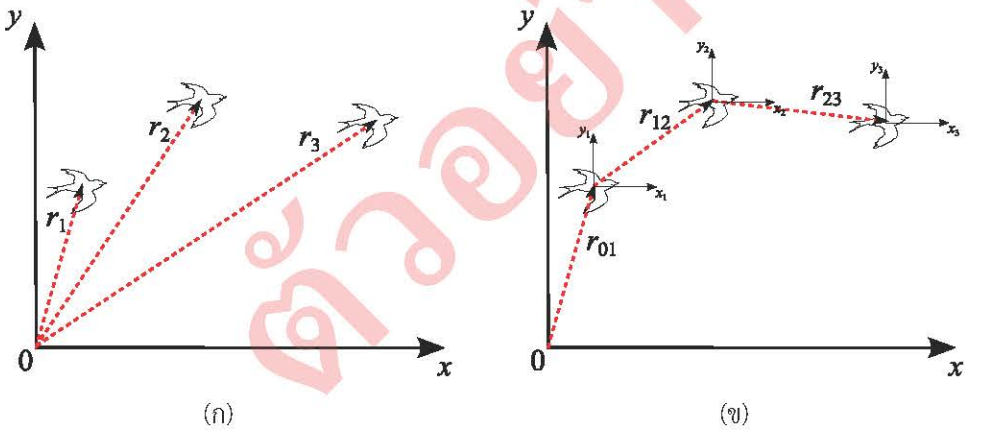
จลนพลศาสตร์ (kinetics) เป็นการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุนั้นเกิดการเคลื่อนที่ ซึ่งอ้างอิงตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน โดยเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง แรงที่กระทำต่อวัตถุ มวลของวัตถุ และความเร่งของวัตถุนั้น ๆ

ดังนั้นทั้งจลนศาสตร์และจลนพลศาสตร์จึงถูกประยุกต์ใช้ควบคู่กันในการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของวัตถุหรือชิ้นส่วนต่าง ๆ ของเครื่องจักรกล ตัวอย่างเช่น เมื่อทราบว่ามีแรงมากระทำกับวัตถุ ก็จะสามารถคำนวณหาความเร่งที่เกิดขึ้นกับวัตถุได้โดยอาศัยจลนพลศาสตร์ หลังจากเมื่อทราบความเร่งแล้ว ก็จะสามารถคำนวณหาความเร็ว และการกระจัดที่ตำแหน่งและช่วงเวลาต่าง ๆ ของวัตถุได้โดยอาศัยจลนศาสตร์

1.1 นิยามเบื้องต้นที่ควรทราบ

ในเบื้องต้น นักศึกษาควรจะทราบถึงนิยามที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ ในวิชากลศาสตร์ ซึ่งช่วยให้นักศึกษาสามารถเข้าใจถึงเนื้อหาได้มากยิ่งขึ้น โดยนิยามเบื้องต้นที่ควรทราบมีดังนี้

อาณาบริเวณ (space) เป็นบริเวณขอบเขตทางเรขาคณิต ซึ่งมีวัตถุที่พิจารณาวางอยู่ โดยอาณาบริเวณนี้จะเป็น 1 มิติ, 2 มิติ หรือ 3 มิติก็ได้ ขึ้นอยู่กับบริเวณขอบเขตที่เราสนใจพิจารณา ตัวอย่างเช่น การเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวเส้นตรง อาณาบริเวณก็จะเป็น 1 มิติ แต่ถ้าเป็นการเคลื่อนที่ในแนววิถีโค้ง (projectile) อาณาบริเวณก็จะเป็น 2 มิติ เป็นต้น โดยตำแหน่ง (position) ที่อยู่ในอาณาบริเวณ จะมีการกำหนดในสองลักษณะคือ แบบสัมบูรณ์ (absolute) และแบบสัมพัทธ์ (relative) โดยการกำหนดตำแหน่งแบบสัมบูรณ์จะต้องสัมพันธ์กับกรอบอ้างอิง (reference frame) ดังแสดงในรูปที่ 1.1(ก) ซึ่งกรอบนี้อาจจะเป็นลักษณะเชิงเส้น หรือเชิงมุมก็ได้ แต่กรอบอ้างอิงนี้จะต้องหยุดนิ่ง กล่าวคือไม่มีการเคลื่อนย้าย หรือหมุนในอาณาบริเวณ ตัวอย่างเช่น การบินของนก ซึ่งความเร็วของนกจะถูกอ้างอิงกับพื้นโลก ส่วนการกำหนดตำแหน่งแบบสัมพัทธ์จะต้องสัมพันธ์กับกรอบเคลื่อนที่ (moving frame) ซึ่งตำแหน่งอ้างอิงของกรอบนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ดังแสดงในรูปที่ 1.1(ข) โดยการอ้างอิงแบบสัมพัทธ์จะเหมาะสมกับปัญหาที่ซับซ้อนของการเคลื่อนที่ของอนุภาคหรือวัตถุใด ๆ ที่มีมากกว่าหนึ่งชิ้นในอาณาบริเวณเดียวกัน



รูปที่ 1.1 การกำหนดตำแหน่งในอาณาบริเวณ (ก) แบบสัมบูรณ์; (ข) แบบสัมพัทธ์

ปริมาณ (quantity) ที่ใช้บ่งบอกคุณสมบัติทางกลศาสตร์ของวัตถุต่าง ๆ แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ปริมาณเวกเตอร์ (vector) และปริมาณสเกลาร์ (scalar) โดยปริมาณเวกเตอร์จะบ่งบอกทั้งขนาดและทิศทาง เช่น แรง การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง โมเมนต์ โมเมนตัม เป็นต้น ส่วนปริมาณสเกลาร์จะบ่งบอกเฉพาะขนาดเท่านั้น เช่น มวล เวลา ปริมาตร ความหนาแน่น งาน พลังงาน อัตราเร็ว อัตราเร่ง เป็นต้น

มวล (mass) เป็นปริมาณสเกลาร์ที่บ่งบอกถึงความสามารถในการต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ นอกจากนี้ มวลยังเป็นตัวบ่งบอกถึงความสามารถในการดึงดูดกับวัตถุอื่นอีกด้วย ตัวอย่างเช่น ดวงอาทิตย์ซึ่งมีมวลมากที่สุดในระบบสุริยะ (มากกว่าโลกประมาณ 333,000 เท่า) จะดึงดูดดาวเคราะห์ต่าง ๆ ในระบบสุริยะให้เคลื่อนที่หมุนรอบดวงอาทิตย์ ในขณะที่โลกมีมวลมากกว่าดวงจันทร์ประมาณ 81.3 เท่า จึงดึงดูดดวงจันทร์ให้หมุนรอบตัวเอง เป็นต้น

แรง (force) เป็นปริมาณเวกเตอร์ของวัตถุใด ๆ ที่กระทำกับวัตถุอื่น ซึ่งอาจจะทำให้วัตถุนั้นเกิดการเคลื่อนที่ หรือไม่เคลื่อนที่ก็ได้ โดยขึ้นอยู่กับขนาดของแรงและน้ำหนักของวัตถุนั้น ๆ

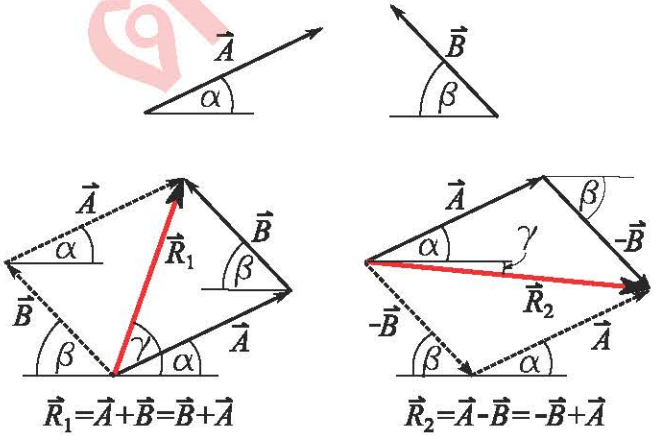
อนุภาค (particle) เป็นวัตถุที่มีมวล แต่พิจารณาให้มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้น ๆ ตัวอย่างเช่น ก้อนหินที่ถูกขว้างออกไป ซึ่งระยะทางที่ก้อนหินเคลื่อนที่จะมากกว่าขนาดของก้อนหินมาก จนสามารถประมาณได้ว่า ขนาดของก้อนหินมีค่าน้อยมาก สำหรับกรณีที่วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงของระยะการเคลื่อนที่ไม่มาก เมื่อเทียบกับขนาดของวัตถุ จึงจำเป็นต้องพิจารณาขนาดของวัตถุในการคำนวณด้วย เพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณลง วัตถุจะถูกพิจารณาให้เป็น**วัตถุแข็งเกร็ง** (rigid body) นั่นหมายความว่า วัตถุจะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างน้อยมาก เมื่อมีแรงขนาดเท่าใดก็ได้มากระทำ ซึ่งในกรณีเช่นนี้ เป็นเพียงสภาวะในอุดมคติเท่านั้น ในความเป็นจริงแล้ว เมื่อมีแรงมากระทำ จะทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างตามขนาดของแรง ซึ่งเรียกว่า **วัตถุเปลี่ยนรูป** (deformable body) โดยวัตถุเปลี่ยนรูปนี้จะถูกพิจารณาในวิชากลศาสตร์ของแข็ง (Mechanics of Solid) เพื่อคำนวณการโก่งตัว การบิดตัว การยืดตัว หรือหดตัวของวัตถุเมื่อมีแรงมากระทำ

1.2 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น

เนื่องจากเนื้อหาของวิชานี้ โดยส่วนใหญ่ต้องใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างมาก ดังนั้นเพื่อให้นักศึกษาเรียนรู้ได้อย่างราบรื่น จึงจำเป็นต้องทบทวนพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นดังนี้

1.2.1 การบวกและการลบเวกเตอร์

สมมุติว่า เวกเตอร์ $\vec{A}$ และเวกเตอร์ $\vec{B}$ มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 1.2 การหาผลรวมหรือผลต่างของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ โดยการนำหัวของเวกเตอร์หนึ่ง ต่อเข้ากับหางของอีกเวกเตอร์หนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 1.2 ซึ่งจะเห็นได้ว่า $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$



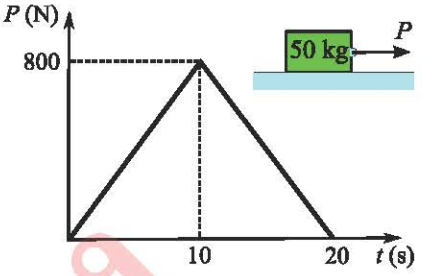
รูปที่ 1.2 ผลรวมของเวกเตอร์

โดยขนาดของเวกเตอร์ต่าง ๆ สามารถคำนวณหาได้จากกฎของไซน์ (law of sines) หรือกฎของโคไซน์ (law of cosines) ดังนี้

แบบฝึกหัด

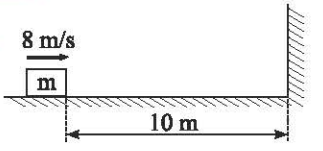
1. รถยนต์มวล 1,200 kg แล่นมาด้วยความเร็ว 80 km/h ทันใดนั้นตัดสินใจเบรกกะทันหัน ทำให้ล้อรถยนต์ทั้งสี่ล้อลื่นไถลไปบนพื้นถนน ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.25 อยากทราบว่าเวลาที่ใช้ในการหยุดรถดังกล่าวจะเป็นเท่าไหร่ และถ้ามวลของรถยนต์เพิ่มมากขึ้นจะต้องใช้เวลาในการเบรกนานขึ้นหรือสั้นลง

2. กล่องมวล 50 kg วางนิ่งอยู่บนพื้น หลังจากนั้นมีแรง P เข้ามากระทำกับกล่องดังกล่าว โดยแรง P นี้จะแปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังแสดงในรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของพื้น $\mu_s = 0.4$ และ $\mu_k = 0.25$ จงคำนวณหา

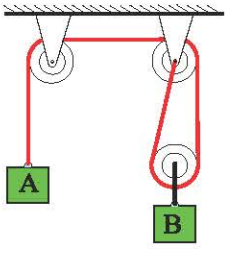


   - นานเท่าไหร่กล่องจึงจะเริ่มเคลื่อนที่
   - ความเร็วสูงสุดของกล่อง
   - นานเท่าไหร่กล่องจึงจะหยุดนิ่ง

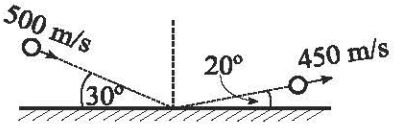
3. กล่องมวล 10 kg เคลื่อนที่เข้าหากำแพงด้วยความเร็ว 8 m/s ถ้ากล่องอยู่ห่างจากกำแพงเป็นระยะทาง 10 m และพื้นมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน $\mu_k = 0.25$ อยากทราบว่า การดลของกำแพงที่กระทำต่อกล่องควรมีค่าเป็นเท่าไหร่ เพื่อให้กล่องหยุดนิ่ง

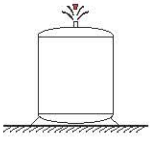


4. วัตถุ A และ B มีมวล 10 kg และ 15 kg ตามลำดับ จงคำนวณหาความเร็วของกล่องทั้งสองหลังจากปล่อยจากหยุดนิ่งเป็นเวลานาน 4 วินาที โดยสมมุติว่า รอกเบาและไร้ความเสียดทาน



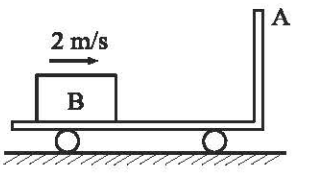
5. ลูกปืนมวล 0.1 kg ถูกยิงเข้ากระทบกับผนังเหล็กด้วยความเร็ว 500 m/s และสะท้อนกลับด้วยความเร็ว 450 m/s ดังแสดงในรูป อยากทราบว่า การดลที่เกิดขึ้นมีค่าเป็นเท่าไหร่ และมีทิศทางอย่างไร



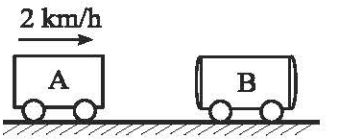


6. เมื่อถังอัดความดันเกิดการระเบิดขึ้น ส่งผลให้ฝาปิดมวล 50 g เคลื่อนที่ขึ้นไปในแนวดิ่งเนื่องจากแรงดล ถ้าในขณะระเบิด แรงดลเฉลี่ยมีขนาด 80 N และกระทำกับฝาปิดนาน 0.02 วินาที อยากทราบว่า ฝาปิดดังกล่าวจะเคลื่อนที่ขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไหร่ ถ้าไม่คำนึงถึงแรงต้านของอากาศ

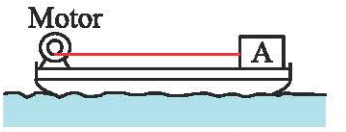
7. รถเข็น A มวล 30 kg วางนิ่งอยู่บนพื้นที่ไร้ความเสียดทาน ทันใดนั้นกล่องพัสดุ B มวล 10 kg ได้ลื่นไถลไปอยู่บนพื้นของรถเข็น A ด้วยความเร็ว 2 m/s เป็นผลให้รถเข็น A และกล่องพัสดุ B เลื่อนไปด้วยกัน อยากทราบว่า จะเลื่อนไปด้วยความเร็วเท่าไหร่



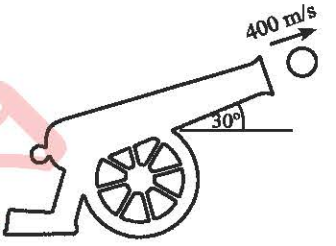
8. หัวรถไฟ A มวล 30 Mg เลื่อนไปบนรางที่ลื่นด้วยความเร็ว 2 km/h แต่ระบบเบรกของรถไฟเกิดขัดข้อง ทำให้หัวรถไฟ A เลื่อนไปปะทะเข้ากับตู้โบกี้ B มวล 20 Mg ที่จอดนิ่ง แล้วหัวรถไฟ A และตู้โบกี้ B ก็เลื่อนไปด้วยกัน ถ้าช่วงที่เกิดการปะทะกันใช้เวลาประมาณ 0.5 วินาที อยากทราบว่า เกิดแรงดลขึ้นเท่าไหร่ในการปะทะนี้



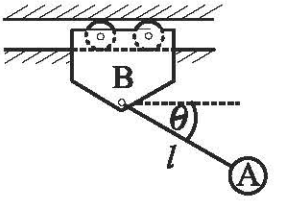
9. เรือบรรทุกมีมวล 2 Mg จอดนิ่งอยู่บนผิวน้ำ ซึ่งบนเรือมีตู้คอนเทนเนอร์ A มวล 600 kg วางนิ่งอยู่ ถ้าคนงานต้องการเลื่อนตู้คอนเทนเนอร์นี้ให้ไปทางซ้าย โดยใช้รอกไฟฟ้า ซึ่งออกแรงดึงคงที่ขนาด 1.6 kN กระทำกับตู้คอนเทนเนอร์เป็นเวลานาน 5 วินาที จงคำนวณหาตำแหน่งสุดท้ายของตู้คอนเทนเนอร์และเรือบรรทุก ถ้าทราบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นเรือและตู้คอนเทนเนอร์เท่ากับ 0.25



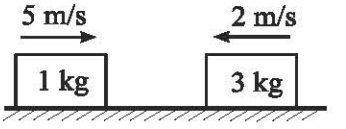
10. ปืนครกมวล 1.5 Mg ยิงกระสุนปืนมวล 10 kg ออกด้วยความเร็ว 400 m/s ซึ่งทำมุม 30° กับแนวราบ ถ้าการระเบิดของดินปืนทำให้เกิดการแรงผลักกระสุนปืนใช้เวลาประมาณ 300 ms อยากทราบว่า ปืนครกดังกล่าวจะเลื่อนถอยหลังเป็นระยะทางเท่าไหร่ ถ้าสมมุติว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.7



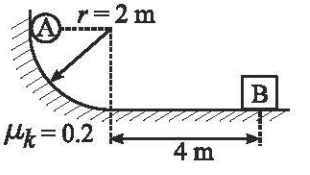
11. ลูกบอล A มวล m_A ถูกผูกเข้ากับวัตถุ B ที่มีมวล m_B ด้วยเชือกยาว l ดังแสดงในรูป ถ้าระบบถูกปล่อยจากสภาพหยุดนิ่งที่ตำแหน่งมุม $\theta = 0°$ จงคำนวณหาความเร็วของวัตถุ B เมื่อมุม $\theta = 90°$ โดยวัตถุ B สามารถเลื่อนบนรางได้อย่างอิสระ และไม่มีความฝืดเข้ามาเกี่ยวข้อง



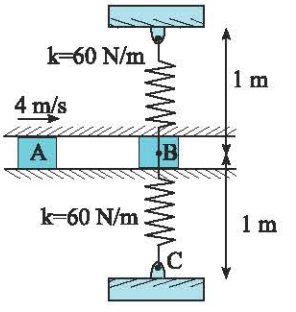
12. กล่อง A และ B มีมวล 1 kg และ 3 kg ตามลำดับ เคลื่อนที่เข้าหากันดังแสดงในรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.8$ อยากทราบว่า ความเร็วของกล่องทั้งสองหลังจากชนกันแล้วมีค่าเป็นเท่าไหร่



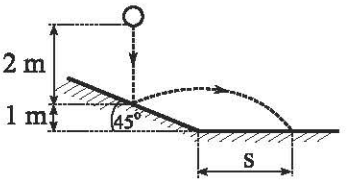
13. ลูกบอล A มวล 2 kg เลื่อนไปตามพื้นส่วนโค้ง แล้วไปชนเข้ากับกล่อง B ที่วางนิ่งบนพื้นดังแสดงในรูป โดยกล่อง B มีมวล 3 kg และพื้นมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.2 อยากทราบว่าทันทีที่เกิดการปะทะกัน ลูกบอลและกล่องจะมีความเร็วเป็นเท่าไหร่ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.5$

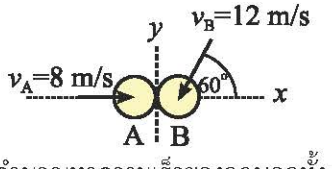


14. วัตถุ A เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 4 m/s ไปยังวัตถุ B ที่หยุดนิ่ง โดยวัตถุ B มีสปริงสองตัวยึดอยู่ดังแสดงในรูป ซึ่งสปริงในสภาพดังกล่าวรับแรงดึงขนาด 20 N ถ้าวัตถุ A และ B มีมวลเท่ากันคือ 2 kg จงคำนวณหาระยะทางที่วัตถุ B จะสามารถเลื่อนออกไปได้ไกลที่สุด ถ้าการชนของวัตถุ A และ B เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ และไม่มีความเสียดทานในระบบ



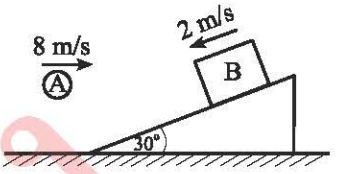
15. ลูกบอลมวล 0.1 kg ถูกปล่อยในแนวดิ่งให้ตกกระทบกับพื้นเอียงมุม 45° ดังแสดงในรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.75$ จงคำนวณหาระยะทาง S ที่ลูกบอลจะตกกระทบพื้นในแนวราบ



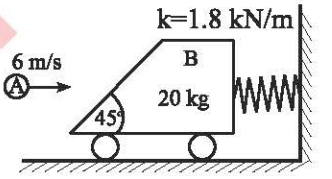


16. ลูกบอล A และ B ซึ่งมีลักษณะที่เหมือนกัน มีมวล 2 kg เคลื่อนที่เข้าชนกันดังแสดงในรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.8$ จงคำนวณหาความเร็วของลูกบอลทั้งสองหลังจากชนกันแล้ว และพลังงานกลที่สูญหายในระหว่างการชน

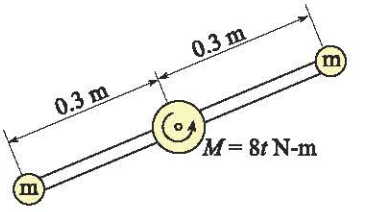
17. ลูกบอล A มวล 1 kg ถูกขว้างในแนวราบด้วยความเร็ว 8 m/s ในขณะเดียวกันกล่อง B มวล 10 kg กำลังไถลลงมาจากพื้นเอียงมุม 30° ที่ไร้ความเสียดทานด้วยความเร็ว 2 m/s ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.6$ อยากทราบว่า หลังจากปะทะกันแล้ว ความเร็วของกล่อง B มีค่าเป็นเท่าไหร่



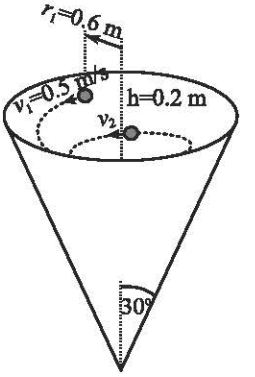
18. ลูกบอล A มวล 2 kg เคลื่อนที่ไปยังรถเข็น B มวล 20 kg ที่วางนิ่งอยู่บนพื้นลื่นดังแสดงในรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัว $e = 0.7$ อยากทราบว่า ลูกบอล A จะกระดอนกลับด้วยความเร็วเท่าไหร่ และสปริงจะยุบตัวมากที่สุดเป็นเท่าไหร่ ถ้าค่าคงที่ของสปริง $k = 1,800$ N/m

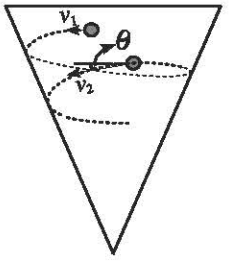


19. ลูกบอลมวล 3 kg จำนวนสองลูกได้ถูกยึดอยู่ที่ปลายทั้งสองข้างของแขนหมุนที่มีมวลน้อยมาก ถ้ามีโมเมนต์ $M = 8t$ N-m มากระทำที่จุดหมุน O ในทิศทวนเข็มนาฬิกา ส่งผลให้ลูกบอลทั้งสองหมุนเป็นวงกลมในแนวราบ อยากทราบว่า ต้องใช้เวลานานเท่าไหร่ ลูกบอลจึงมีความเร็วเท่ากับ 4 m/s ถ้าเริ่มต้นจากสภาพหยุดนิ่ง



20. ลูกบอลมวล 0.2 kg ถูกขว้างเข้าไปในกรวยในแนวราบที่ระดับรัศมีเท่ากับ 0.6 m ด้วยความเร็ว 0.5 m/s แล้วลูกบอลก็จะลื่นไถลเอียงลงไปตามพื้นของกรวย เมื่อลูกบอลอยู่ในระดับที่ต่ำกว่าระดับเริ่มต้นเป็นระยะ $h = 0.2$ m อยากทราบว่าอัตราเร็วและมุมก้ม θ ของลูกบอลเมื่อเทียบกับแนวราบจะเป็นเท่าไหร่ เมื่อไม่พิจารณาแรงเสียดทาน





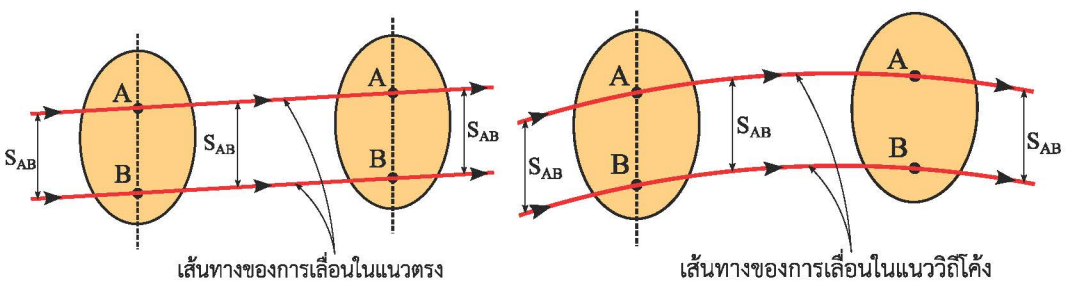
ตัวอย่าง

6 จลนศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง (Kinematics of Rigid Bodies)

ในบทนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัด, ความเร็ว และความเร่งของการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง ซึ่งจะคล้ายคลึงกับบทที่ 2 แต่เนื้อหาในบทนี้จะพิจารณาเป็นวัตถุแข็งเกร็งแทน ซึ่งแตกต่างจากอนุภาคตรงที่ อนุภาคนั้นไม่มีขนาด (ยังคงมีมวล) แต่วัตถุแข็งเกร็งนั้นมีขนาด ดังนั้นเมื่อแรงที่กระทำกับวัตถุแข็งเกร็งไม่ได้ผ่านจุดศูนย์กลางมวล จึงก่อให้เกิดโมเมนต์ ซึ่งส่งผลให้เกิดการหมุนของวัตถุแข็งเกร็งตามมา ด้วยเหตุนี้ วัตถุแข็งเกร็งจึงมีทั้งการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น และแบบเชิงมุม ผสมผสานกัน

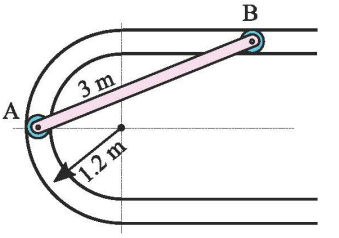
ในทางวิศวกรรมแล้ว ชิ้นส่วนทางกลต่าง ๆ เช่น เฟือง, คานโยก, ลูกเบี้ยว และกลไกอื่น ๆ ล้วนแต่เป็นวัตถุแข็งเกร็ง ซึ่งมีขนาดรูปร่าง ดังนั้นการวิเคราะห์ในบทนี้จึงใกล้เคียงกับสภาพความเป็นจริงของกลไกดังกล่าว ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างมากในการศึกษาต่อในเรื่องการออกแบบเครื่องจักรกล โดยการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็งสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 รูปแบบดังนี้

1. การเลื่อน (translation) เป็นการเคลื่อนที่โดยอาศัยการเลื่อน ซึ่งเส้นทางการเคลื่อนที่ของจุด A และจุด B ในรูปที่ 6.1 จะขนานกันตลอดเวลา (ระยะห่าง S_{AB}) โดยไม่เกิดการหมุนหรือแกว่งรอบจุดใด ๆ ขึ้น ถ้าเส้นทางการเคลื่อนที่ของจุดทั้งสองเป็นเส้นตรง จะเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า “การเลื่อนในแนวตรง (rectilinear translation)” แต่ถ้าเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งจะเรียกว่า “การเลื่อนในแนวโค้ง (curvilinear translation)”

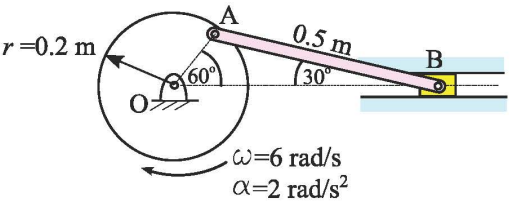


รูปที่ 6.1 การเลื่อนของวัตถุแข็งเกร็ง

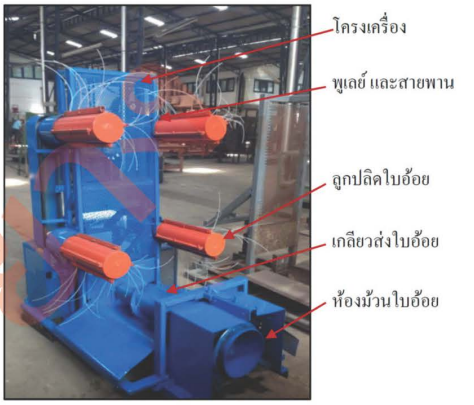
19. แท่ง AB ยาว 3 m ซึ่งมีล้อหมุนที่ปลายทั้งสองข้าง กำลังเคลื่อนที่ไปตามรางโค้ง ถ้าที่จุด B มีความเร็ว 4 m/s ไปทางซ้าย และความเร่ง 5 m/s^2 ไปทางขวา จงคำนวณหาความเร็วและความเร่งที่จุด A

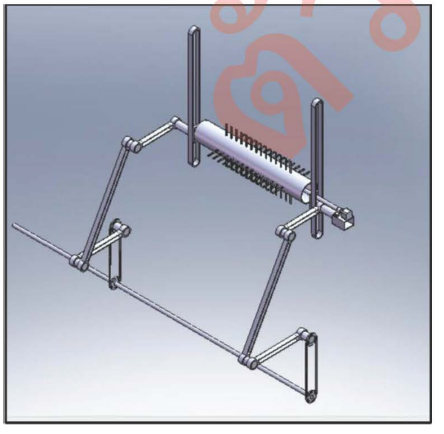


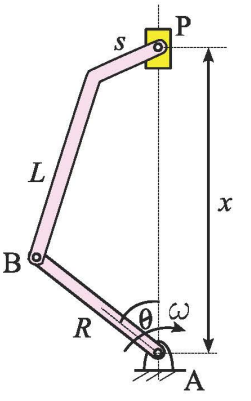
20. ล้อช่วยแรงหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกา ซึ่งทำให้ลูกสูบ B เคลื่อนที่ไป-มา ในสภาวะดังรูป จงคำนวณหาความเร็วและความเร่งของลูกสูบ B



21. เครื่องสางใบอ้อย จากงานวิจัยของวิชัย โอภานุกูล และคณะ (2558) มีกลไกการทำงานคล้ายกับกลไกเลื่อนข้อเหวี่ยง ดังแสดงในรูป ซึ่งหมุนรอบจุด A ด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ $\omega = 2$ rad/s ในทิศตามเข็มนาฬิกา ถ้า $R = 0.6$ m, $L = 0.8$ m, $s = 0.2$ m, $x = 1.4$ m และ $\theta = 30°$ จงคำนวณหาความเร็วและความเร่งของหมุด P







7 จลนพลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง: แรงและความเร่ง (Kinetics of Rigid Bodies: Force and Acceleration)

ตัวอย่าง

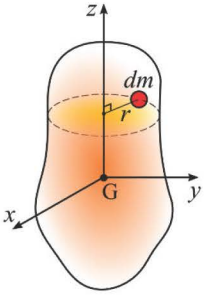
ในบทนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและความเร่งที่เกิดขึ้นกับวัตถุแข็งเกร็ง ซึ่งส่งผลให้วัตถุแข็งเกร็งเกิดการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันบนระนาบ โดยเนื้อหาในบทนี้จะต่างจากบทที่ 3 ตรงที่ แรงภายนอกมากระทำกับวัตถุโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ดังนั้นจึงก่อให้เกิดโมเมนต์ และทำให้วัตถุเกิดการหมุนไปพร้อม ๆ กับการเลื่อน โดยรายละเอียดจะกล่าวดังต่อไปนี้

7.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล

โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นคุณสมบัติของวัตถุในการต้านทานการหมุนรอบแกนหมุนเนื่องจากโมเมนต์ที่มากระทำกับวัตถุนั้น ๆ ยิ่งวัตถุมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนสูง ๆ ก็ยิ่งมีความสามารถในการต้านทานการหมุนสูง (กล่าวคือ หมุนได้ยาก) โดยโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลรอบแกนหมุนใด ๆ นิยามไว้ดังนี้

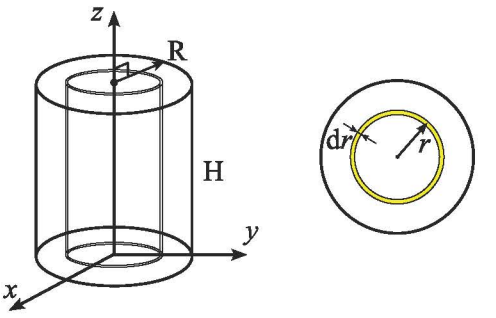
$$I = \int_m r^2 \, dm \tag{7.1}$$

เมื่อ r คือระยะทางที่ตั้งฉากจากแกนหมุน z ไปยังมวลย่อย dm ของวัตถุใด ๆ ดังแสดงในรูปที่ 7.1 ดังนั้นแกนหมุนที่แตกต่างกันก็จะให้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (I) ที่แตกต่างกัน ซึ่งปัญหาโดยส่วนใหญ่แล้วในทางวิศวกรรม จะนิยมใช้แกนหมุนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล (G) และตั้งฉากกับระนาบการเคลื่อนที่เสมอ ดังนั้นโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุด G (I_G) จึงเป็นปริมาณสเกลาร์ และมีหน่วยเป็น $\mathbf{kg\text{-}m^2}$ สำหรับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงพื้นฐานของวัตถุแข็งเกร็งได้แสดงไว้ในตารางที่ 7.1



รูปที่ 7.1 โมเมนต์ความเฉื่อย

ตัวอย่างที่ 7.1 จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน z ของทรงกระบอก รัศมี R ยาว H



❖ วิธีทำ โดยสมมุติว่าวัตถุทรงกระบอกนี้มีความหนาแน่นคงที่เท่ากับ ρ

จากนิยามโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน z

$$I_z = \int_m r^2\,dm$$

เมื่อ $dm = \rho dV$ และปริมาตรของทรงกระบอก $V = \pi r^2 H$

ดังนั้น $$dm = \rho\, d(\pi r^2 H) = 2\pi r \rho H\, dr$$

เมื่อ ρ และ H คงที่ ไม่แปรเปลี่ยนตามรัศมี

แทน dm ลงในสมการโมเมนต์ความเฉื่อย จะได้

$$I_z = \int_0^R \left(r^2 \times 2\pi r \rho H\right) dr = 2\pi\rho H \int_0^R r^3\,dr$$

$$I_z = \frac{\pi\rho H R^4}{2}$$

โดย $m = \rho V = \rho(\pi R^2 H)$ แทนค่า m ลงในสมการข้างต้น จะได้

$$I_z = \frac{\pi\rho H R^4}{2} = \frac{1}{2}mR^2$$

ดังนั้นโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุทรงกระบอกรอบแกน z จึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}mR^2$ ANS

สำหรับรูปทรงอื่น ๆ ก็ใช้หลักการคำนวณเช่นเดียวกับตัวอย่างนี้ ตัวอย่างเช่น กรณีของวัตถุทรงกระบอกกลวงที่มีรัศมีด้านนอก R_1 และรัศมีด้านใน R_2 ก็จะได้

$$I_z = 2\pi\rho H \int_{R_1}^{R_2} r^3\,dr = \frac{\pi\rho H(R_2^4 - R_1^4)}{2}$$

แทนค่า $m = \pi\rho H(R_2^2 - R_1^2)$ จะได้

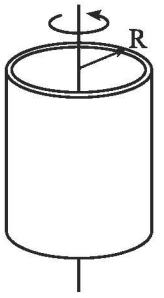
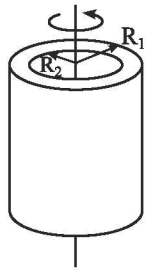
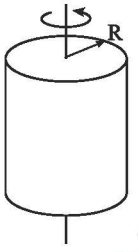
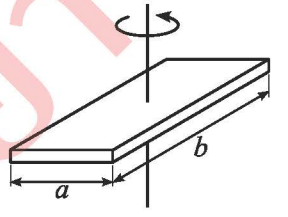
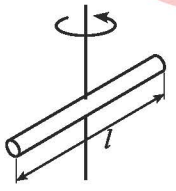
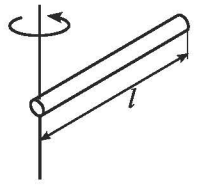
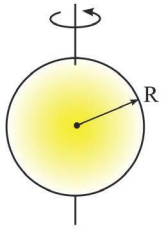
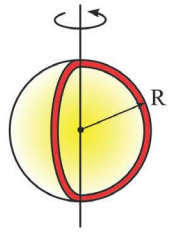
$$I_z = \frac{1}{2}m(R_2^2 + R_1^2)$$ ANS

ในกรณีที่ผนังของทรงกระบอกบาง นั่นหมายความว่า $R_2 \approx R_1 \approx R$

แทนค่าดังกล่าวลงในสมการโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุทรงกระบอกกลวง

จะได้ $$I_z = mR^2$$ ANS

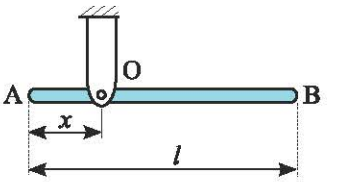
ตารางที่ 7.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ

วัตถุทรงกระบอกกลวงบาง $I_G = mR^2$ 	**วัตถุทรงกระบอกกลวงหนา** $I_G = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$ 
วัตถุทรงกระบอกตัน $I_G = \frac{1}{2}mR^2$ 	**แผ่นสี่เหลี่ยม** $I_G = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$ 
แท่งยาว $I_G = \frac{1}{12}ml^2$ 	**แท่งยาว** $I = \frac{1}{3}ml^2$ 
วัตถุทรงกลมตัน $I_G = \frac{2}{5}mR^2$ 	**วัตถุทรงกลมกลวงบาง** $I_G = \frac{2}{3}mR^2$ 

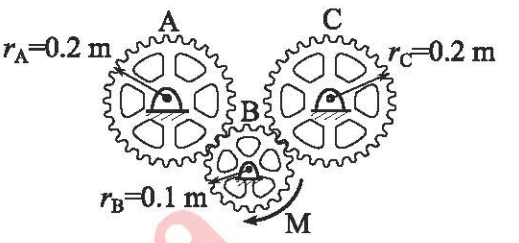
ตัวอย่าง

แบบฝึกหัด

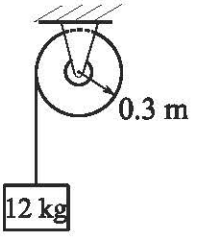
1. แท่ง AB มวล m ถูกปล่อยจากสภาพหยุดนิ่งดังแสดงในรูป จงคำนวณหาความเร็วเชิงมุมของแท่ง AB ในขณะที่จุด B กำลังเคลื่อนที่ผ่านจุดต่ำสุด ถ้าไม่พิจารณาแรงเสียดทานที่จุดหมุน



2. เฟือง A และ C มีรัศมีไจเรชันและมวลเท่ากัน คือ 160 mm และ 8 kg ส่วนเฟือง B มีรัศมีไจเรชันเท่ากับ 70 mm และมีมวล 4 kg ถ้าโมเมนต์ขนาด 6 N-m มากระทำกับเฟือง B ในทิศตามเข็มนาฬิกา จากสภาพหยุดนิ่งจนกระทั่งเฟือง A มีความเร็วรอบ 1,200 rpm จงคำนวณหาแรงในแนวสัมผัสที่เฟือง B กระทำกับเฟือง C ในขณะนั้น

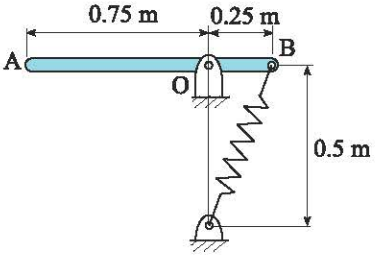


3. วัตถุมวล 12 kg แขวนเข้ากับพูลเล่ย์ซึ่งมีมวล 6 kg และรัศมีไจเรชัน 0.25 m ถ้าในขณะนั้นพูลเล่ย์หมุนด้วยความเร็วเชิงมุม 5 rad/s อยากทราบว่า เมื่อวัตถุเลื่อนลงมาได้ระยะทาง 2 m แล้ว พูลเล่ย์กำลังหมุนด้วยความเร็วรอบเท่าไหร่ ถ้าแรงเสียดทานที่แบริ่งของพูลเล่ย์ก่อให้เกิดโมเมนต์ต้านขนาด 2 N-m



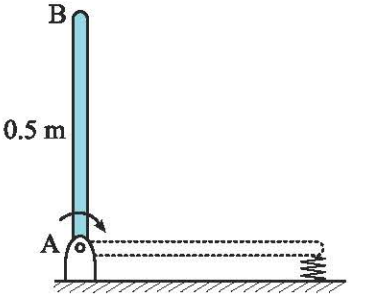
4. ล้อช่วยแรงมวล 1,000 kg มีรัศมีไจเรชัน 0.6 m กำลังหมุนด้วยความเร็วรอบ 2,000 rpm ถ้าต้องการเพิ่มความเร็วรอบเป็น 4,000 rpm ภายในเวลา 3 นาที อยากทราบว่า จะต้องป้อนกำลังงานให้กับล้อช่วยแรงเท่าไหร่

5. คาน AB มวล 10 kg หมุนรอบจุด O ในแนวดิ่ง โดยปลายที่จุด B ถูกผูกเข้าสปริงที่มีค่าคงที่ $k = 600$ N/m ซึ่งสปริงนี้มีความยาวเดิมเท่ากับ 0.25 m ถ้าในขณะนั้น คาน AB มีความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 4 rad/s ในทิศตามเข็มนาฬิกา จงคำนวณหาความเร็วของจุด B เมื่อคาน AB หมุนได้ 90°

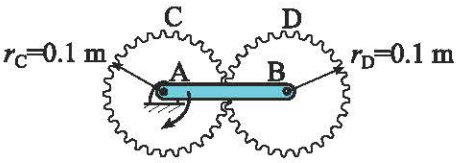


6. แท่ง AB มวล 12 kg ถูกปล่อยจากหยุดนิ่งในแนวดิ่ง เพื่อให้หมุนรอบจุด A โดยที่ตำแหน่งแนวราบ ปลายของแท่ง AB จะกดลงบนสปริงที่มีค่าคงที่ $k = 0.2$ MN/m อยากทราบว่าสปริงจะยุบตัวมากที่สุดเป็นระยะเท่าไหร่

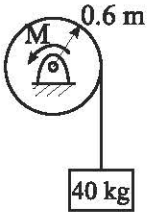
7. จากข้อที่ 6 ถ้าต้องการให้สปริงยุบตัวเพิ่มขึ้นจากเดิมอีก 5 mm จะต้องเพิ่มแรงคู่ควบที่จุดหมุน A ในขณะที่กำลังหมุน อีกเท่าไหร่



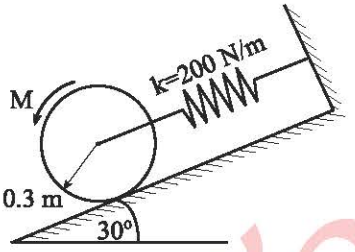
8. เฟือง C และ D มีมวลและรัศมีไจเรชันเท่ากันคือ 5 kg และ 70 mm ตามลำดับ ซึ่งเฟืองทั้งสองได้ต่อเชื่อมถึงกันโดยแขนหมุน AB ซึ่งมีมวล 2 kg ดังแสดงในรูป ถ้าเฟือง C หยุดนิ่ง และเฟือง D หมุนรอบเฟือง C จงคำนวณหาความเร็วของจุด B หลังจากที่แท่ง AB หมุนได้ 90° จากสภาพหยุดนิ่งโดยอาศัยแรงโน้มถ่วงของโลก



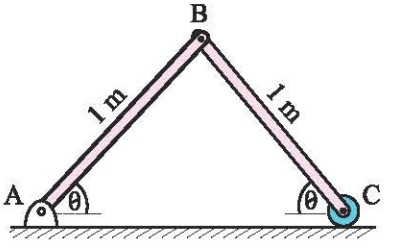
9. พูลเล่ย์มวล 500 kg ซึ่งมีรัศมีไจเรชัน 0.45 m ถูกขับด้วยมอเตอร์ที่มีโมเมนต์ $M = 2{,}000$ N-m จงคำนวณหาความเร็วของวัตถุ A ซึ่งมีมวล 40 kg หลังจากเคลื่อนที่ได้ระยะทาง 5 m จากสภาพหยุดนิ่ง



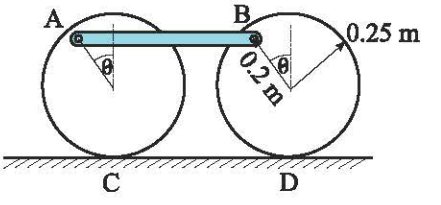
10. แผ่นกลมมวล 20 kg ถูกยึดเข้ากับสปริงและอยู่ในสภาพที่หยุดนิ่ง หลังจากนั้นมีโมเมนต์ $M = 40$ N-m มากระทำกับแผ่นกลม ทำให้แผ่นกลมกลิ้งลงไปตามพื้นเอียง อยากทราบว่า แผ่นกลมสามารถกลิ้งลงไปได้ระยะทางไกลสุดเท่าไหร่ และความเร็วสูงสุดเกิดขึ้นที่ระยะทางเท่าไหร่ ถ้าแผ่นกลมไม่เกิดการลื่นไถล



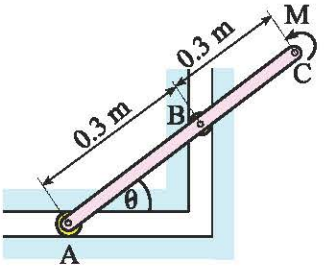
11. แท่ง AB และ BC มีมวล 5 kg และยาว 1 m ได้ถูกต่อเชื่อมเข้าด้วยกันดังแสดงในรูป ถ้าระบบเริ่มต้นจากหยุดนิ่งที่มุม $\theta = 60°$ อยากทราบว่าที่มุม $\theta = 30°$ ความเร็วเชิงมุมของแท่ง BC จะเป็นเท่าไหร่



12. แท่ง AB มวล 8 kg ยาว 0.6 m ถูกยึดเข้ากับแผ่นกลม C และ D ซึ่งมีมวลเท่ากัน 6 kg ดังรูป ถ้าระบบเริ่มต้นจากหยุดนิ่งที่มุม $\theta = 30°$ จงคำนวณหาความเร็วเชิงมุมของแผ่นกลมเมื่อ $\theta = 180°$ โดยพิจารณาว่าแผ่นกลมดังกล่าวไม่เกิดการลื่นไถล



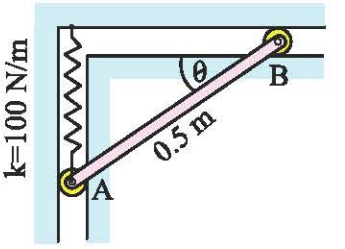
13. แท่ง ABC มวล 6 kg วางนิ่งในแนวราบที่มุม $\theta = 30°$ ดังแสดงในรูป หลังจากนั้นมีโมเมนต์ขนาด 10 N-m มากระทำที่จุด C ทำให้แท่ง ABC หมุนในทิศทวนเข็มนาฬิกา จนกระทั่งแท่ง ABC ทำมุม $\theta = 75°$ อยากทราบว่า ความเร็วของล้อหมุน A ในขณะนั้นเป็นเท่าไหร่



ตัวอย่าง

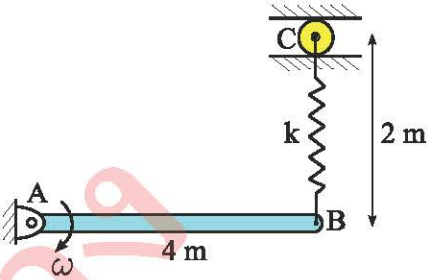
14. จากข้อที่ 13 ถ้ามีแรงเสียดทานเข้ามาเกี่ยวข้อง และทำให้ล้อหมุน A มีความเร็วลดลงเหลือ 2 m/s จงคำนวณหาพลังงานสูญเสียที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานของล้อหมุนและราง

15. แท่ง AB มีมวล 8 kg และยาว 500 mm โดยปลายทั้งสองข้างถูกบังคับให้เคลื่อนที่ภายในรางตามแนวราบและแนวดิ่งดังแสดงในรูป ถ้าแท่ง AB ถูกปล่อยจากหยุดนิ่งที่มุม $\theta = 0°$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่สปริงไม่มีการยืดตัว อยากทราบว่า เมื่อมุม $\theta = 60°$ ความเร็วเชิงมุมของแท่ง AB จะเป็นเท่าไหร่

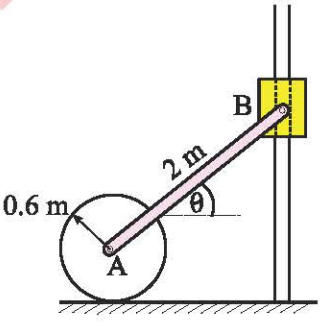


16. จากข้อที่ 15 อยากทราบว่า ความเร็วสูงสุดที่จุด A และจุด B มีค่าเป็นเท่าไหร่ และเกิดขึ้นที่มุม θ เป็นเท่าไหร่

17. คาน AB มวล 30 kg ถูกทำให้หมุนรอบจุด A ด้วยความเร็วเชิงมุม $\omega = 4$ rad/s ถ้าสปริงที่จุด B ซึ่งอยู่ในแนวดิ่งเสมอ มีค่าคงที่ $k = 160$ N/m และมีความยาวเดิมเท่ากับ 1 m จงคำนวณหามุมเอียง θ ของคานที่ตำแหน่งซึ่งสปริงยืดตัวมากสุด

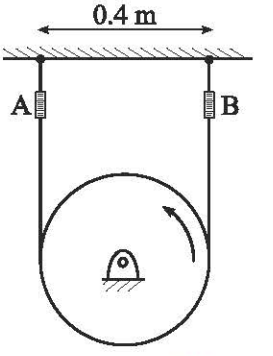


18. ระบบประกอบด้วยแผ่นกลมซึ่งมีมวล 8 kg, แท่ง AB ซึ่งมีมวล 6 kg และปลอก B ซึ่งมีมวล 2 kg โดยเริ่มต้นระบบหยุดนิ่งอยู่ในตำแหน่งมุม $\theta = 60°$ จงคำนวณหาความเร็วของจุด A เมื่อมุม $\theta = 30°$ ถ้าแผ่นกลมกลิ้งไปบนพื้นโดยไม่มีการลื่นไถล



19. จงคำนวณหาขนาดของแรงคู่ควบที่เกิดจากมอเตอร์ซึ่งมีกำลังงาน 400 W และหมุนด้วยความเร็วรอบ 3,600 rpm

20. สำหรับการวัดกำลังงานที่ได้จากเทอร์ไบน์ ในการทดลองจะใช้อุปกรณ์ดังแสดงในรูป เมื่อเทอร์ไบน์หมุนด้วยความเร็วรอบ 1,200 rpm ค่าที่อ่านได้จากตาชั่งสปริง A และ B เท่ากับ 120 N และ 80 N ตามลำดับ จงคำนวณหากำลังงานที่ผลิตขึ้นโดยเทอร์ไบน์



ตัวอย่าง

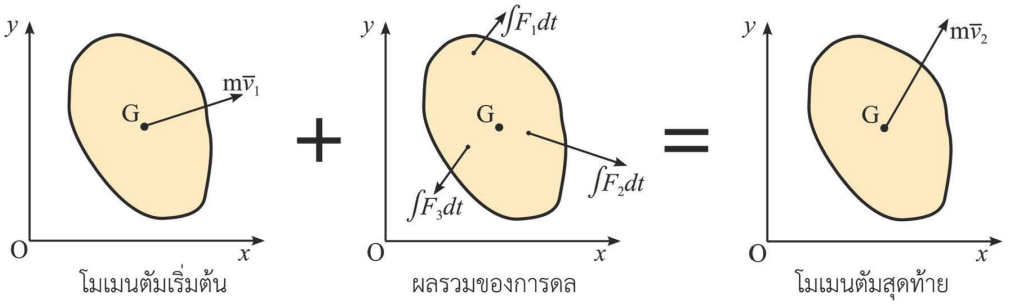
9 จลนพลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง: การดลและโมเมนตัม (Kinetics of Rigid Bodies: Impulse and Momentum)

ในบทนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างการดลและโมเมนตัมสำหรับใช้ในการแก้ปัญหาการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง จากบทที่ 5 ได้อธิบายถึงสาระสำคัญของโมเมนตัมเชิงเส้นและโมเมนตัมเชิงมุมแล้ว แต่เนื้อหาในบทนี้จะอธิบายเพิ่มเติมถึงอิทธิพลของการหมุนรวมเข้าไปด้วย ดังนั้นปัญหาในบทนี้จึงมีความซับซ้อนที่มากกว่า นอกจากนั้น ในบทนี้ยังได้อธิบายถึงการชนแบบเยื้องศูนย์กลางด้วย ซึ่งการชนดังกล่าวทำให้เกิดทั้งการเลื่อนและการหมุนพร้อม ๆ กัน ก่อนอื่นขอทบทวนความรู้เกี่ยวกับโมเมนตัมเชิงเส้นก่อน

9.1 หลักการของการดลและโมเมนตัมเชิงเส้น

จากสมการของหลักการของการดลและโมเมนตัม ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการดลเชิงเส้นและการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมเชิงเส้นดังนี้

$$m\vec{v}_1 + \Sigma\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\vec{v}_2 \qquad (9.1)$$



รูปที่ 9.1 แผนผังการดลและโมเมนตัมเชิงเส้น

กลศาสตร์วิศวกรรม ภาคพลศาสตร์

เป็นที่ทราบกันดีว่า วิชากลศาสตร์วิศวกรรม ภาคสถิตยศาสตร์ (Engineering Mechanics-Statics) เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ถึงวัตถุที่หยุดนิ่ง ไม่มีการเคลื่อนไหว เพื่อหาแรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ แต่ในความเป็นจริงนั้น โดยส่วนใหญ่วัตถุหรือชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักรกลมักจะมีการเคลื่อนที่อยู่เสมอ ดังนั้นจึงทำให้การศึกษาและวิเคราะห์เพื่อหาแรงหรือโมเมนต์ที่เกี่ยวข้องนั้นมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เนื่องจากมีตัวแปรทางด้านความเร็วและความเร่งเข้ามาเกี่ยวข้องเพิ่มขึ้น

โดยวิชากลศาสตร์วิศวกรรม ภาคพลศาสตร์ (Engineering Mechanics-Dynamics) นั้น จะเป็นส่วนเติมเต็มให้นักศึกษาสามารถวิเคราะห์แรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำกับชิ้นส่วนของเครื่องจักรต่างๆ ได้อย่างครอบคลุมมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ เนื้อหาของวิชานี้ยังเป็นพื้นฐานความรู้ที่สำคัญสำหรับการศึกษาต่อทางด้านกลศาสตร์เครื่องจักรกล (Mechanics of Machines) และการสั่นสะเทือนเชิงกล (Mechanical Vibrations) ด้วย

จากเนื้อหาทั้งหมดในตำราเล่มนี้ ผู้เขียนพยายามเน้นอธิบายไปที่หลักการและแนวคิดที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ โดยในแต่ละบทจะมีตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบาย และในแต่ละตัวอย่างของแต่ละบทผู้เขียนได้เริ่มต้นด้วยการอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาดังกล่าว เพื่อให้นักศึกษาสามารถคำนวณหาคำตอบได้เองก่อนที่จะดูเฉลย แต่ถ้านักศึกษาบางคนที่ยังไม่ค่อยเข้าใจก็สามารถดำเนินการไปพร้อมกับเฉลยได้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวจะช่วยให้นักศึกษาเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาและมีความมั่นใจมากขึ้น นอกจากนี้ ในแต่ละบทยังมีแบบฝึกหัดท้ายบทเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกฝนทักษะเพิ่มเติมและทบทวนความเข้าใจก่อนที่จะผ่านไปเรียนในบทต่อไป แต่อย่างไรก็ตามเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์มากที่สุดต่อตัวนักศึกษาเอง ผู้เขียนใคร่ขอย้ำว่า นักศึกษาควรจะศึกษาอ้างอิงควบคู่กับตำราภาษาอังกฤษเพื่อจะได้เห็นถึงความหลากหลายของปัญหาในทางวิศวกรรมด้านพลศาสตร์

ดร.อิศเรศ ธุชกัลยา

- ปริญญาตรี (วิศวกรรมเครื่องกล) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
- ปริญญาโท (วิศวกรรมเทคโนโลยีพลังงาน) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
- ปริญญาเอก (วิศวกรรมเครื่องกล) The University of Manchester, UK.

ปัจจุบันเป็นรองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ISBN 978-616-314-433-1

9 786163 144331

ราคา 250 บาท

หมวดวิศวกรรมศาสตร์

http://www.thammasatpress.tu.ac.th