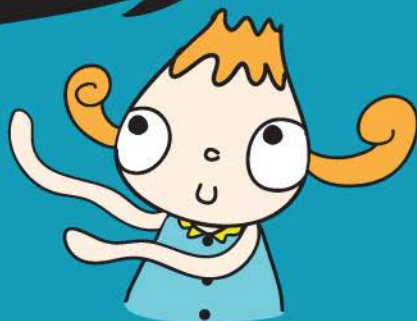




จัดเต็ม!!
เตรียมพร้อม
ทุกสนามสอบ

QUICK MATH

สรุปคณิตศาสตร์ **ม.ปลาย**
อ่านง่าย เข้าใจไว ใช้ได้ทันที



รวมบทนิยาม สูตร ทฤษฎี กฎ เนื้อหาที่ออกสอบบ่อย
ตั้งแต่ระดับชั้น ม.4, ม.5 และ ม.6 เพื่อเตรียมความพร้อมเข้ามหาวิทยาลัย,
PAT1, O-NET, ชิงทุน, โควตา, เพิ่มเกรด, สอบตรง และ Admission

สรุปเนื้อหาแบบเน้นๆ ที่พบบ่อยในข้อสอบ

ทีมวิชาการตัวต่อ

QUICK MATH สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย

ผู้เขียน

ทิมวิชาการตัวเตอร๋

บรรณาธิการ

ถาวรียั แจ้งกิจ

บรรณาธิการอิสระ

ปิติพัฒน์ ซัยศิริถาวรกุล

ศิลปกรรม

ฐิติพร ทองอยู่

อริชฎา ศิริรั้งกัน

ISBN

978-616-381-050-2

ราคา

99 บาท

จัดทำโดย

Life
Balance

บริษัท อินส์พัล จำกัด

สำนักพิมพ์ Life Balance

379/13 เอกมัยคอมเพล็กซ์ ถนนสุขุมวิท 63

แขวงคลองตันเหนือ เขตวัฒนา กทม. 10110

โทร. 089-927-7455

Email : dp_publish@hotmail.com

www.inspal.co.th

จัดจำหน่ายโดย

บริษัท อมรินทร์ บุ๊ค เซ็นเตอร์ จำกัด

108 หมู่ที่ 2 ถ.บางกรวย-จึงถนนม

ต.มหาสวัสดิ์ อ.บางกรวย จ.นนทบุรี 11130

โทรศัพท์ 0-2423-9999 โทรสาร 0-2449-9561-3

www.naiin.com

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ.2558 ห้ามคัดลอก ถ่ายเอกสารหรือพิมพ์ หรือนำไปเก็บในระบบที่สามารถถ่ายข้อมูลได้ไม่ว่าบางส่วนหรือทั้งหมดของหนังสือนี้ โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางบริษัทเป็นลายลักษณ์อักษร

พิมพ์ครั้งที่ 2

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

QUICK MATH สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย.-- กรุงเทพฯ : อินส์พัล, 2559.
176 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษานั้มัธยม. 2. คณิตศาสตร์--แบบฝึกหัด. I. ชื่อเรื่อง
510.712

ISBN 978-616-381-050-2

คำนำสำนักพิมพ์

หนังสือคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะเป็นหนังสือที่อัดแน่นด้วยศัพท์วิชาการที่น้องๆ บางคนยังอ่านก็ยังไม่เข้าใจ แต่ไม่ใช่กับหนังสือ “QUICK MATH สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย” ที่อยู่ในมือน้องๆ ขณะนี้

หนังสือ “QUICK MATH สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย” เป็นหนังสือที่ไม่มีศัพท์วิชาการ อธิบายด้วยภาษาง่ายๆ สามารถทำให้น้องๆ อ่านง่าย เข้าใจไว ใช้ได้ทันที อีกทั้งได้รวบรวมบทนิยาม สูตร ตัวอย่างการคำนวณ และแนวข้อสอบท้ายบท ที่พบบ่อยในห้องเรียนและในข้อสอบ ที่จะช่วยให้น้องๆ เดินเข้าห้องสอบด้วยความมั่นใจ หนังสือซีรีส์ QUICK นี้ จะช่วยให้การเข้าห้องสอบของน้องๆ ไม่ใช่เรื่องน่ากลัวอีกต่อไป

สำนักพิมพ์ Life Balance

สารบัญ

QUICK MATH สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย

บทที่ 1 เซต

1.1 รูปแบบการเขียนเซต และสัญลักษณ์ที่ใช้ในเซต	13
1.2 เซตจำกัด และเซตอนันต์	15
1.3 การเท่ากันของเซต	15
1.4 เอกภพสัมพัทธ์	16
1.5 สับเซต	17
1.6 เพาเวอร์เซต	18
1.7 แผนภาพเวนน - ออยเลอร์	18
1.8 โอเปอเรชั่นบนเซต	19
1.9 การประยุกต์	21
แนวข้อสอบท้ายบท	22

บทที่ 2 การให้เหตุผล

2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย	23
2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย	24
2.3 การประยุกต์โดยใช้แผนภาพเวนน - ออยเลอร์	25
แนวข้อสอบท้ายบท	26

บทที่ 3 ระบบจำนวนจริง

3.1 องค์ประกอบระบบจำนวนจริง	27
3.2 สมบัติของการเท่ากันของระบบจำนวนจริง	28
3.3 สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวข้องกับการบวก	29
3.4 สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวข้องกับการคูณ	29
3.5 การประยุกต์ใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้สมการ	30
3.6 สมบัติของการไม่เท่ากันของระบบจำนวนจริง	30
3.7 ช่วงและการเขียนแทนด้วยเส้นจำนวน	31
3.8 การแก้สมการกำลังสอง	32
3.9 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงกับการแก้สมการและอสมการ	33
3.10 ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	34
แนวข้อสอบท้ายบท	37

บทที่ 4 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4.1 คู่อันดับ	39
4.2 ผลคูณคาร์ทีเซียน	40
4.3 ความสัมพันธ์	40
4.4 การเขียนความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข	40
4.5 การหาโดเมน และเรนจ์	41
4.6 การหาตัวผกผันของความสัมพันธ์	41
4.7 ฟังก์ชัน	42
4.8 ชนิดของฟังก์ชัน	42
4.9 การหาตัวผกผันของฟังก์ชัน และฟังก์ชันผกผัน	44
4.10 การดำเนินการของฟังก์ชัน	44
แนวข้อสอบท้ายบท	46

บทที่ 5 เลขยกกำลัง

- 📍 5.1 รากที่ n ของจำนวนจริง 47
- 📍 5.2 สมบัติของรากที่ n 47
- 📍 5.3 การแปลงจำนวนในรูปกรณฑ์ให้เป็นรูปเลขยกกำลัง และเลขยกกำลังให้เป็นรูปกรณฑ์ 48
- 📍 5.4 สมบัติของเลขยกกำลังกับการประยุกต์ 49

แนวข้อสอบท้ายบท

50

บทที่ 6 อัตราส่วนตรีโกณมิติ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- 📍 6.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ 51
- 📍 6.2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 53
- 📍 6.3 การเปลี่ยนหน่วยขนาดของมุมจากองศาเป็นเรเดียน 55
- 📍 6.4 การหาค่าตรีโกณมิติเมื่อ θ เป็นมุมใดๆ 55
- 📍 6.5 การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก และผลต่างของจำนวนจริงหรือมุมโดยใช้สูตร 56
- 📍 6.6 ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 57
- 📍 6.7 การประยุกต์ใช้กฎของโคไซน์ และกฎของไซน์ 58

แนวข้อสอบท้ายบท

59

บทที่ 7 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

- 📍 7.1 ประพจน์และการเชื่อมประพจน์ 61
- 📍 7.2 การหาค่าความจริงของประพจน์ 64
- 📍 7.3 ประพจน์ที่สมมูลกัน 65
- 📍 7.4 การหาค่าความจริงของประพจน์ 66
- 📍 7.5 การอ้างเหตุผล 66
- 📍 7.6 ประโยคเปิด 66
- 📍 7.7 ตัวบ่งปริมาณ 67
- 📍 7.8 สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 69

แนวข้อสอบท้ายบท

69

บทที่ 8 เรขาคณิตวิเคราะห์

8.1 ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด	70
8.2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด	71
8.3 ความชันของเส้นตรง	71
8.4 เส้นขนาน	72
8.5 เส้นตั้งฉาก	72
8.6 สมการเส้นตรง	73
8.7 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด	74
8.8 การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง	74
8.9 การหาจุด (x, y) ร่วมที่เกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน	74
8.10 การหาพื้นที่สามเหลี่ยม	74

แนวข้อสอบท้ายบท

76

บทที่ 9 ภาคตัดกรวย

9.1 การเลื่อนกราฟ จากจุด $(0, 0)$ ไปจุด (h, k)	77
9.2 วงกลม	77
9.3 พาราโบลา	78
9.4 วงรี	79
9.5 ไฮเพอร์โบลา	81

แนวข้อสอบท้ายบท

84

บทที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

10.1 การหารากที่ n ในระบบจำนวนจริง	85
10.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	86
10.3 ฟังก์ชันลอการิทึม	87
10.4 การหาค่าลอการิทึม	88
10.5 สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม	88

แนวข้อสอบท้ายบท

90

บทที่ 11 ระบบสมการเชิงเส้น และเมทริกซ์

11.1 ระบบสมการเชิงเส้น	91
11.2 เมทริกซ์	92
11.3 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	95
11.4 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์	97
แนวข้อสอบท้ายบท	102

บทที่ 12 เวกเตอร์ในสามมิติ

12.1 ระบบพิกัดฉากสามมิติ	103
12.2 เวกเตอร์	104
12.3 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ	107
12.4 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ	107
12.5 ผลคูณเชิงสเกลาร์ (scalar product)	109
12.6 ผลคูณเชิงเวกเตอร์	110
แนวข้อสอบท้ายบท	111

บทที่ 13 จำนวนเชิงซ้อน

13.1 จำนวนเชิงซ้อน	112
13.2 สมบัติเชิงพีชคณิต	113
13.3 การหารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน	114
13.4 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	114
13.5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	116
13.6 การแก้สมการพหุนามภาคเชิงซ้อน	117
แนวข้อสอบท้ายบท	118

บทที่ 14 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

📍 14.1 กราฟ	119
📍 14.2 ดีกรีของจุดยอด	120
📍 14.3 แนวเดิน (walk)	121
📍 14.4 กราฟเชื่อมโยง (Connected graph)	122
📍 14.5 กราฟออยเลอร์	122
📍 14.6 การประยุกต์ของกราฟ	124
แนวข้อสอบท้ายบท	126

บทที่ 15 วิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่

📍 15.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	127
📍 15.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)	128
📍 15.3 วิธีการจัดหมู่ (combination)	130
แนวข้อสอบท้ายบท	131

บทที่ 16 ความน่าจะเป็น

📍 16.1 การทดลองสุ่ม	132
📍 16.2 ปริภูมิตัวอย่าง (Sample space)	132
📍 16.3 เหตุการณ์ (event)	133
📍 16.4 ความน่าจะเป็น	133
แนวข้อสอบท้ายบท	135

บทที่ 17 สถิติ

- 📍 17.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล 136
- 📍 17.2 การสำรวจความคิดเห็น 137
- 📍 17.3 การวิเคราะห์ข้อมูล 138
- 📍 17.4 การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล 140
- 📍 17.5 การวัดค่ากลางของข้อมูล 141
- 📍 17.6 การวัดการกระจายของข้อมูล 147
- 📍 17.7 ค่ามาตรฐาน (Z) 150
- 📍 17.8 การแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) 151

แนวข้อสอบท้ายบท

152

บทที่ 18 กำหนดการเชิงเส้น

- 📍 18.1 กราฟอสมการเชิงเส้น 153
- 📍 18.2 กราฟระบบอสมการเชิงเส้น 155
- 📍 18.3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 156

แนวข้อสอบท้ายบท

157

บทที่ 19 ลำดับและอนุกรม

- 📍 19.1 ลำดับ 159
- 📍 19.2 อนุกรม 161
- 📍 19.3 ลิมิตของลำดับ 162
- 📍 19.4 อนุกรมอนันต์ 163
- 📍 19.5 สัญลักษ์ณณ์แทนการบวก (Σ) 165

แนวข้อสอบท้ายบท

166

บทที่ 20 แคลคูลัสเบื้องต้น

📍 20.1	ลิมิตของฟังก์ชัน	167
📍 20.2	ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	168
📍 20.3	ความชันของเส้นโค้ง	168
📍 20.4	อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	169
📍 20.5	อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ	170
📍 20.6	อนุพันธ์อันดับสูงกับการประยุกต์	170
📍 20.7	ปฏิยานุพันธ์	172
📍 20.8	ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต	172
📍 20.9	ปริพันธ์จำกัดเขต	173

แนวข้อสอบท้ายบท

174

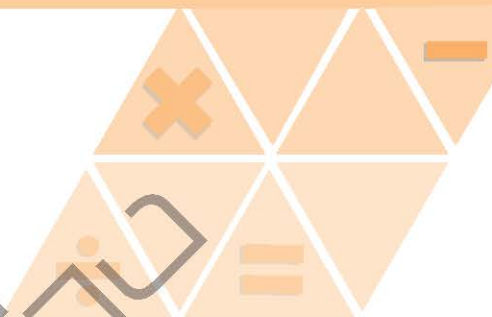
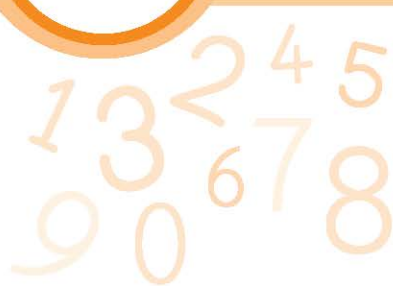
ตัวอย่าง



האגודה

01

เซต



1.1 รูปแบบการเขียนเซต และสัญลักษณ์ที่ใช้ในเซต

เซต ในทางคณิตศาสตร์เราใช้ในการบอกถึงสิ่งที่เป็นกลุ่มหรือหมวดหมู่ แต่เราจะไม่นิยามคำว่า เซต หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เซตเป็นนิยาม ในเซตหนึ่งๆ จะมีจำนวนสมาชิกในกลุ่มหรือไม่ก็ได้ เซตทำหน้าที่แยกแยะว่าสิ่งใดเป็นสมาชิกในเซตและสิ่งใดไม่เป็นสมาชิกในเซต เช่น

นักเรียนมัธยมห้องหนึ่ง เราสามารถแบ่งเป็น 2 เซต โดยกลุ่มแรกเป็นเซตของนักเรียนชาย และกลุ่มที่สองเป็นเซตของนักเรียนหญิง ลักษณะนี้ต้องแยกให้ออกว่าใครเป็นชายใครเป็นหญิงแล้วจึงจับแยกไปในแต่ละเซต จากนั้นเราจึงจะเขียนสมาชิกในเซตนั้นๆ ได้ รวมไปถึงทราบจำนวนของสมาชิกในเซตนั้นๆ ด้วย

รูปแบบการเขียนเซตจะมี 2 แบบ

① เขียนแบบแจกแจงสมาชิก ใช้ตัว “,” คั่นระหว่างสมาชิก และใช้ “{” ปิดหัวและใช้ “}” ปิดท้าย เช่น เซตของแก๊งสามซ่า จะเขียนเป็น {หม่า, เห่ง, โห่ง} เป็นต้น

② เขียนแบบบอกเงื่อนไข ใช้ตัวแปรแทนสมาชิกในเซต และมีประโยคบอกลักษณะของสมาชิก เช่น ให้ $A = \{x | x \text{ เป็นสมาชิกในแก๊งสามซ่า}\}$ อ่านว่า ให้ A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกคือ x โดยที่ x เป็นสมาชิกในแก๊งสามซ่า (สัญลักษณ์ | แทนคำว่าโดยที่) เป็นต้น



ข้อตกลงเบื้องต้นในการเขียนเซต

1. ใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่ในการแทนชื่อเซต เช่น ให้ A แทนเซตของแก๊งสามซ่า จะได้ว่า $A = \{\text{หม่า, เห่ง, โห่ง}\}$ เป็นต้น
2. ใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์เล็กในการแทน สมาชิกในเซต เช่น $B = \{a, e, i, o, u\}$
3. คำว่า “เป็นสมาชิกของ” เขียนแทนด้วย “ $\in$ ” เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ จะได้ว่า $1 \in A$ แต่ $5 \notin A$
4. ถ้าสมาชิกมีมากจนเขียนไม่หมด หรือเขียนหมดแต่ไม่สะดวก จะใช้จุดสามจุดแทน เช่น ให้ C แทนเซตของจำนวนเต็ม จะได้ว่า $C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
5. เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกเลยและมีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ “ $\emptyset$ ” (อ่านว่า พี) หรือใช้ “ $\{\}$ ” แทนเซตว่าง เช่น ให้ $C = \{x | x \text{ เป็นจำนวนจริงและ } x^2 = -25\}$ จะได้ว่า $C = \emptyset$ หรือ $C = \{\}$

1.2 เซตจำกัด และเซตอนันต์

เซตจำกัด คือ เซตที่สามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบทั้งหมด เช่น เซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 10 เป็นเซตจำกัด เพราะสามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบว่ามี 4 ตัว ได้แก่ 2, 4, 6, 8 เป็นต้น

ตัวอย่าง

$A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 1,000\}$ จะมีจำนวนสมาชิก 1,001 ตัว

$B = \{\{0, \{\}\}, \{\}\}$ มีจำนวนสมาชิก 2 ตัว

$C = \{\}$ มีจำนวนสมาชิก 0 ตัวหรือเรียกว่าไม่มีจำนวนสมาชิก

จำนวนสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $n(A)$

เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกในเซตได้ หมายถึง เราไม่สามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบทั้งหมดนั่นเอง เช่น เซตของมดที่อยู่ในประเทศไทย แน่นอนเราสามารถนับมดได้แต่เราไม่สามารถนับได้ครบหมดทั้งประเทศ หรือเซตของตัวเลขจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 25 ซึ่งก็จะมีจำนวนมากมายนับไม่ถ้วน เป็นต้น

ตัวอย่าง

$A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$B = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$

1.3 การเท่ากันของเซต (=)

บทนิยาม

เซต A และ เซต B จะเท่ากันก็ต่อเมื่อเซตทั้งสองมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน และมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

หมายถึงสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A ดังนั้นการมองว่าเซตสองเซตนั้นเท่ากันหรือไม่ให้ดูที่สมาชิกในสองเซตนั้นๆ ว่าหน้าตาเหมือนกันทุกตัวหรือไม่และต้องมีจำนวนสมาชิกในทั้งสองเซตเท่ากันด้วย เช่น

ให้ $A = \{a, b, c, d\}$ และ $B = \{b, d, a, c\}$

จะเห็นว่าทั้งสองเซตมีสมาชิกเหมือนกันและมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 4 ตัวเท่ากัน ดังนั้น เราจึงกล่าวได้ว่า $A = B$ ส่วนกรณีที่ เซต A ไม่เท่ากับ เซต B นั้นจะต้องมีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว ในเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกในเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว ในเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกในเซต A

1.4 เอกภพสัมพัทธ์ (U)

บทนิยาม

เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดขอบเขตทั้งหมดของลักษณะสมาชิกที่เรากำลังศึกษา เขียนแทนด้วย U

ถ้ากำหนดให้ เอกภพสัมพัทธ์ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เซตต่างๆ ที่เราจะพูดถึง ต้องเป็นเซตที่เป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น เช่น

ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ และถ้า $A = \{x|x \in U \text{ และ } x^3 = -8\}$

จะได้ $A = \{ \}$ เพราะ คำตอบของสมการ $x^3 = -8$ คือ -2 ไม่อยู่ใน U

ถ้าไม่ได้กำหนดเอกภพสัมพัทธ์หมายถึงเอกภพสัมพัทธ์คือจำนวนจริง

1.5 สับเซต ($\subset$)

บทนิยาม

ถ้าให้ A และ B เป็นเซต จะเรียก A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของ เซต A เป็นสมาชิกของเซต B

เซต A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$ และ

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

การที่เซต A เป็นสับเซตของเซต B นั้น สมาชิกทั้งหมดของเซต A ต้องอยู่ในเซต B หากมีสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต A ไม่อยู่ในเซต B จะทำให้เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เช่น

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

$B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1\}$

จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะ สมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A

$C \subset B$ เพราะ สมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ B

$A \subset A$ เพราะ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ A

$A \not\subset B$ เพราะ มีสมาชิกของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B

ข้อควรจำ

1. $\emptyset \subset A$ เมื่อ A แทนเซตใดๆ
2. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$
3. จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัว จะมีจำนวนเท่ากับ 2^n
เช่น $A = \{a, b, c\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ $2^3 = 8$
ได้แก่ $\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

บทนิยาม

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

A เป็นสับเซตแท้ของ B หมายความว่าเซต A ต้องเป็นสับเซตของ B แต่จะต้องไม่เป็นเซตที่เท่ากับ B หรือมองในลักษณะของจำนวนสมาชิกจะมองได้ว่าจำนวนสมาชิกในเซต A ต้องน้อยกว่าจำนวนสมาชิกในเซต B

1.6 เพาเวอร์เซต (P)

บทนิยาม

เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของ A เขียนแทนด้วย $P(A)$

เมื่อเราเขียนเซตต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เป็นสับเซตของเซต A แล้วนำมาเขียนรวมกันเป็นเซตใหม่ และเราจะเรียกเซตใหม่นี้ว่าเพาเวอร์เซตของเซต A

ตัวอย่าง

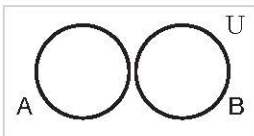
ให้ $A = \{a, b, c\}$

ดังนั้น $P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

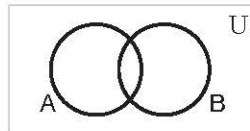
1.7 แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใดๆ ก็ได้ซึ่งใช้แทน เอกภพสัมพัทธ์ ส่วนด้านในจะมีรูปปิดใดๆ ที่แสดงถึงเซตต่างๆ ซึ่งอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ซึ่งเซตต่างๆ อาจมีสมาชิกร่วมกันหรือไม่ก็ได้ เช่น

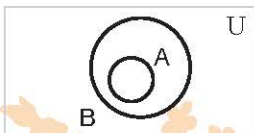
กรณี เซต A และ B
ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



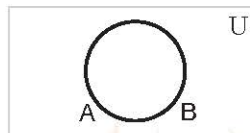
กรณี เซต A และ B
มีสมาชิกร่วมกัน



กรณี เซต $A \subset B$



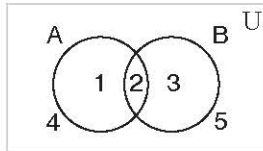
กรณี เซต $A = B$



ตัวอย่าง

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ เราสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



1.8 โอเปอเรชันบนเซต

1 ยูเนียน ($\cup$)

บทนิยาม

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

เซต A ยูเนียน เซต B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A หรือ เซต B เซตใดเซตหนึ่งหรือทั้งสองเซตก็ได้ พุดง่ายๆ เอาสมาชิกของทั้งสองเซต มารวมกันนั่นเอง ถ้าสมาชิกซ้ำก็ให้เขียนแค่ตัวเดียว

ตัวอย่าง

ให้ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$, $C = \{d, e\}$, $D = \{\}$

$$A \cup B = \{a, b, c, d\} \quad B \cup C = \{c, d, e\}$$

$$A \cup D = \{a, b, c\} = A \quad (A \cup B) \cup (C \cup D) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$A \cup \{\} = A, \text{ เมื่อ } A \text{ เป็นเซตใดๆ}$$

2 อินเตอร์เซกชัน ($\cap$)

บทนิยาม

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

เซต A อินเตอร์เซกชัน เซต B หมายถึงเซตที่มีสมาชิกที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และ B

ตัวอย่าง

ให้ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$, $C = \{d, e\}$, $D = \{ \}$

$$A \cap B = \{c\} \quad B \cap C = \{d\}$$

$$A \cap C = \{ \} \quad B \cap D = \{ \}$$

$$A \cap B \cap C = \{ \} \quad A \cap \{ \} = \{ \}, \text{ เมื่อ } A \text{ เป็นเซตใดๆ}$$

3 คอมพลีเมนต์ (')

บทนิยาม

$$A' = \{x | x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

เซต A คอมพลีเมนต์ (A^C) คือ เซตที่มีสมาชิกทุกตัวอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์แต่ไม่อยู่ในเซตนั้นๆ

ตัวอย่าง

ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{3\}$, $C = \{ \}$

$$A' = \{3, 4, 5\} \quad B' = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$C' = U \quad (A')' = \{1, 2\}$$

4 ผลต่างระหว่างเซต (-)

บทนิยาม

$$A - B = \{x | x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

เซตที่ได้ใหม่ คือ เซตที่มีสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่ได้เป็นสมาชิกของเซต B

ตัวอย่าง

ให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{3\}$, $C = \{\}$, $D = \{1, 3\}$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$A - C = \{1, 2\}$$

$$B - C = \{3\}$$

$$B - A = \{3\}$$

$$C - B = \{\}$$

$$A - B = A \cap B'$$

1.9 การประยุกต์

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

- กรณี 2 เซต

เรามีสมการในการหาจำนวนสมาชิก โดยการแทนค่าต่างๆ จากที่โจทย์กำหนดให้ในสมการ

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

- กรณี 3 เซต

กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตจำกัดจำนวนสมาชิกของ $A \cup B \cup C$ หรือ $n(A \cup B \cup C)$ สามารถหาได้จากสมการ โดยการแทนค่าต่างๆ จากที่โจทย์กำหนดให้ในสมการ

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ตัวอย่าง

นักเรียนห้องหนึ่งมี 50 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน 35 คน สอบวิชาสังคมผ่าน 35 คน สอบผ่านทั้งสองวิชา 25 คน จงหาจำนวนคนที่สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา จากโจทย์ให้ U แทน เซตของนักเรียนทั้งห้อง

A แทน เซตของนักเรียนที่สอบวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน

B แทน เซตของนักเรียนที่สอบวิชาสังคมผ่าน

$A \cap B$ แทน เซตของนักเรียนที่สอบผ่านทั้งสองวิชา

$A \cup B$ แทน เซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาสังคมอย่างน้อยหนึ่งวิชา

ตัวอย่าง (ต่อ)

จะได้ $n(A) = 35$, $n(B) = 35$, $n(A \cap B) = 25$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ แทนค่าในสูตรดังนี้

$$n(A \cup B) = 35 + 35 - 25 = 45$$

นั่นคือจำนวนนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาสังคมอย่างน้อย
หนึ่งวิชา = 45 คน

ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา = $50 - 45 = 5$ คน

ข้อควรจำ

I แทน เซตของจำนวนเต็ม

I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก

I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ

N แทน เซตของจำนวนเต็มบวก

หรือจำนวนนับ

Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ

Q^+ แทน เซตของจำนวนตรรกยะบวก

Q^- แทน เซตของจำนวนตรรกยะลบ

R แทน เซตของจำนวนจริง

R^+ แทน เซตของจำนวนจริงบวก

R^- แทน เซตของจำนวนจริงลบ

แนวข้อสอบท้ายบท “เซต”

ข้อใดผิด

ก. $A - B = A$ เมื่อ $A \cap B = \{\}$

ข. $A - B = \{\}$ เมื่อ $A \subset B = \{\}$

ค. $\{\{\}\} \in \{\{\}, \{\}\}$

ง. $\{\{\}, \{\}\}$ มีจำนวนสมาชิก เท่ากับ 1

เฉลย ค.

เพราะ $\{\{\}\} \notin \{\{\}, \{\}\}$

02

การให้เหตุผล

2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย

เป็นการสรุปผลโดยยึดข้อเท็จจริงจากกรณีย่อยทั่วไปซึ่งมีหลายกรณี แล้วใช้กรณีย่อยเหล่านั้นไปสรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไป

ตัวอย่าง

จากการทดลองชิมส้มในตะกร้า

1. ลูกที่ 1 มีรสหวาน
2. ลูกที่ 2 มีรสหวาน
3. ลูกที่ 3 มีรสหวาน

ผลสรุป ส้มในตะกร้ามีรสหวาน

ตัวอย่าง

การหาผลบวกของตัวเลขที่เรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง 50

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 = ?$$

พิจารณาการจับคู่ตัวเลขของกรณีย่อยต่อไปนี้

กรณีย่อยที่ 1 นำเลขตัวแรกกับตัวสุดท้ายมาบวกกันได้ $1 + 50 = 51$

กรณีย่อยที่ 2 นำเลขตัวถัดมากับตัวก่อนสุดท้ายมาบวกกันได้ $2 + 49 = 51$

กรณีย่อยที่ 3 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $3 + 48 = 51$

...

สรุปเป็นกรณีทั่วไปว่าถ้าเรานำตัวเลขมาจับคู่กันในลักษณะดังกล่าว เราจะได้ผลบวกของทุกคู่เท่ากับ 51 ซึ่งเราจับคู่ตัวเลขได้ 25 คู่และทุกคู่จะได้ผลบวกเท่ากับ 51 ทั้งหมด ดังนั้นจะได้ผลบวก

$$1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 = 25 \times 51 = 1,275$$

2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย

เป็นการสรุปโดยยึดข้อเท็จจริงตามเหตุนั้นๆ จากกรณีพื้นฐานทั่วไป แล้วใช้เหตุเหล่านั้นไปสรุปเป็นกรณีเฉพาะ การให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นเราจะต้องยอมรับว่าเหตุทั้งหมดเป็นความจริงก่อน แล้วนำมาสรุปเป็นกรณีไป

ตัวอย่าง

เหตุ 1) จำนวนคี่ คือจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว

2) 5 คือจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว

ผล 5 เป็นจำนวนคี่

สมเหตุสมผล

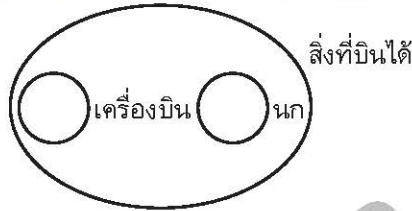
ตัวอย่าง

เหตุ 1) เครื่องบินทุกลำบินได้

2) นักทุกตัวบินได้

ผล นักทุกตัวเป็นเครื่องบิน

ไม่สมเหตุสมผล



จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่าเหตุที่กล่าวมาข้างต้นเป็นจริงทั้งสองข้อแต่ไม่สามารถสรุปผลไปตามเหตุทั้งสองข้อนั้นได้ ดังนั้นผลที่ได้คือ ไม่สมเหตุสมผล

ในการสรุปผลแบบนिरนัยจะเป็นการสรุปผลที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อเราต้องยอมรับความจริงจากเหตุดังกล่าวทั้งหมดก่อนและการสรุปนั้นจะต้องสมเหตุสมผลทุกกรณีด้วย

2.3 การประยุกต์โดยการใช้แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

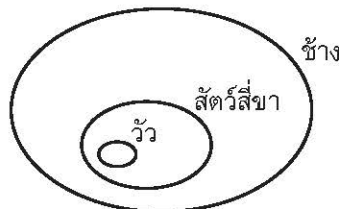
ตัวอย่าง

เหตุ 1) สัตว์สี่ขาทุกตัวเป็นช้าง

2) วัวทุกตัวมีสี่ขา

ผล วัวเป็นช้าง

สมเหตุสมผล

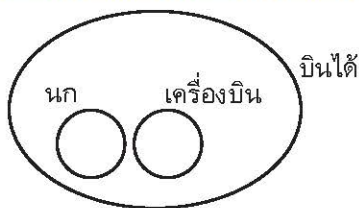


ตัวอย่าง

- เหตุ 1) นกทุกตัวบินได้
2) เครื่องบินทุกลำบินได้

ผล เครื่องบินเป็นนก

ไม่สมเหตุสมผล

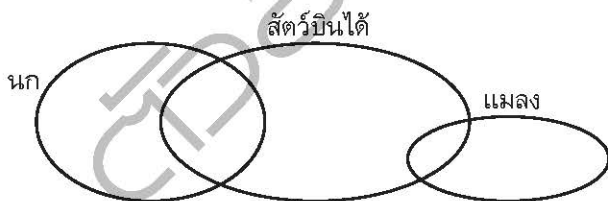


ตัวอย่าง

- เหตุ 1) นกบางตัวบินได้
2) แมลงบางตัวบินได้

ผล แมลงเป็นนก

ไม่สมเหตุสมผล

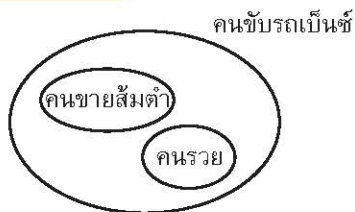


แนวข้อสอบท้ายบท “การให้เหตุผล”

จงพิจารณาว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1) คนรวยทุกคนขับรถเป็น
2) คนขายส้มตำขับรถเป็น

ผล คนขายส้มตำเป็นคนรวย

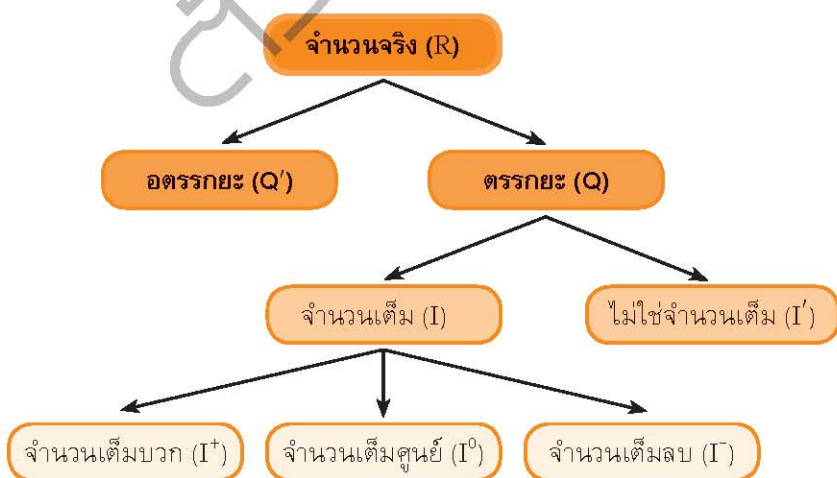


เฉลย ไม่สมเหตุสมผล

03

ระบบจำนวนจริง

3.1 องค์ประกอบระบบจำนวนจริง



จากแผนภาพหน้า 27 อธิบายได้ว่า

1. จำนวนจริงจะประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ และอตรรกยะ

- จำนวนตรรกยะ : สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้

เช่น 2, 3.5, 0.03 เขียนเป็น $\frac{2}{1}, \frac{35}{10}, \frac{3}{100}$ ตามลำดับ

- จำนวนอตรรกยะ : ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

เช่น $\pi = 1.4159265\dots$, $\sqrt{2} = 1.414\dots$ เป็นต้น

2. ตรรกยะประกอบด้วย จำนวนเต็ม เช่น - 3, - 9, - 1, 45, 19, 28 กับไม่ใช่

จำนวนเต็ม เช่น $\frac{2}{7}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}$

3. จำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก เช่น 45, 19, 28 จำนวนเต็มศูนย์ 0 และจำนวนเต็มลบ เช่น - 3, - 9, - 1

จะเห็นว่าจำนวนจริงที่เขียนบนแผนภาพนั้นก็คือจำนวนที่เราได้ใช้จริงในเรื่องต่างๆ ไป เพื่อใช้แทนปริมาณต่างๆ เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง จำนวนสิ่งของ ความยาว อุณหภูมิ ดัชนีตลาดหลักทรัพย์และอื่นๆ อีกมากมาย

เมื่อเรามองในรูปแบบเซต จะกล่าวได้ว่า เซตของจำนวนจริงนั้นประกอบไปด้วย เซตของจำนวนตรรกยะกับจำนวนอตรรกะนั้นเอง

3.2 สมบัติของการเท่ากันของระบบจำนวนจริง

ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงใดๆ จะมีสมบัติการเท่ากันดังนี้

1. การสะท้อน " $x = x$ "
2. การสมมาตร "ถ้า $x = y$ แล้ว $y = x$ "
3. การถ่ายทอด "ถ้า $x = y$ และ $y = z$ แล้ว $x = z$ "
4. การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน "ถ้า $x = y$ แล้ว $x + z = y + z$ "
5. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน "ถ้า $x = y$ แล้ว $xz = yz$ "

3.3 สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

1. สมบัติปิด “ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x + y$ เป็นจำนวนจริง”
2. สมบัติการสลับที่ “ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x + y = y + x$ ”
3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ “ถ้า x, y, z เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว
 $(x + y) + z = x + (y + z)$ ”
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวกคือจำนวนใดก็ตามที่ไปบวกกับตัวเลขนั้น
 แล้วยังได้ค่าเท่าเดิม “เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $x + 0 = x = 0 + x$ ”
 นั่นคือ **0 เป็น เอกลักษณ์ของการบวก**
5. สมบัติการมีอินเวอร์สการบวกคือจำนวนใดก็ตามที่ไปบวกกับตัวเลขนั้น
 แล้วได้เอกลักษณ์ “เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $x + (-x) = 0 = (-x) + x$ ”
 นั่นคือ **$-x$ เป็น อินเวอร์สของการบวก**

3.4 สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

1. สมบัติปิด “ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว xy เป็นจำนวนจริง”
2. สมบัติการสลับที่ “ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $xy = yx$ ”
3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ “ถ้า x, y, z เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x(yz) = (xy)z$ ”
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ คือ จำนวนใดก็ตามที่ไปคูณกับจำนวนนั้นแล้วยังได้
 ค่าเท่าเดิม “เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $(x) 1 = x = 1 (x)$ ” นั่นคือ
1 เป็น เอกลักษณ์ของการคูณ
5. สมบัติการมีอินเวอร์ส คือจำนวนใดก็ตามที่ไปคูณกับจำนวนนั้นๆ แล้วได้
 เอกลักษณ์ “เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 จะได้ว่า
 $x(x^{-1}) = 1 = (x^{-1})x$ ” นั่นคือ **x^{-1} เป็น อินเวอร์สของการคูณ**

3.5 การประยุกต์ใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้สมการ

ตัวอย่าง

$$(2x^2 + x - 1)(x^2 - 4) = 0$$

$$(2x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, -1, -2, 2$$

ตัวอย่าง

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x(2) + 2^2 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

ในกรณีที่แยกตัวประกอบไม่ได้ จาก $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ จะได้ว่า

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

โดยจะหาคำตอบ x ที่เป็นจำนวนจริงได้ก็ต่อเมื่อ $b^2 - 4ac \geq 0$

3.6 สมบัติของการไม่เท่ากันของระบบจำนวนจริง

การไม่เท่ากันใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้ $\neq, >, <, \geq, \leq$

ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงใดๆ จะมีสมบัติของการไม่เท่ากันดังนี้

1. การถ่ายทอด “ถ้า $x > y$ และ $y > z$ แล้ว $x > z$ ”
2. การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน “ถ้า $x > y$ แล้ว $x + z > y + z$ ”
3. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า $x > y$ และ $z > 0$ แล้ว $xz > yz$

ถ้า $x > y$ และ $z < 0$ แล้ว $xz < yz$

ตัวอย่าง

แก้สมการ $4x - 8 > 2$ $4x - 8 + 8 > 2 + 8$ ใช้สมบัติข้อ 2 นำ 8 ไปบวกทั้งสองข้างจะได้ $4x > 10$ จะได้ $\frac{1}{4}(4x) > \frac{1}{4}(10)$ ใช้สมบัติข้อ 3 นำ $\frac{1}{4}$ ไปคูณทั้งสองข้างจะได้ $x > 2.5$ เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่าง

แก้สมการ $-4x - 8 > 2$ $-4x - 8 + 8 > 2 + 8$ ใช้สมบัติข้อ 2 นำ 8 ไปบวกทั้งสองข้างจะได้ $-4x > 10$ จะได้ $(-\frac{1}{4})(4x) < (-\frac{1}{4})(10)$ ใช้สมบัติข้อ 3 นำ $(-\frac{1}{4})$ ไปคูณทั้งสองข้างจะได้ $x < 2.5$ เป็นคำตอบของสมการ

ในการนำตัวเลขที่ติดลบไปคูณในสมการ ต้องกลับเครื่องหมายสมการเสมอ

3.7 ช่วงและการเขียนแทนด้วยเส้นจำนวน

เราสามารถเขียนช่วงในรูปแบบเซตแบบบอกเงื่อนไขและเส้นจำนวนได้ดังนี้

1. ช่วงเปิด
- (a, b)
- หมายถึง
- $\{x | a < x < b\}$



2. ช่วงปิด
- $[a, b]$
- หมายถึง
- $\{x | a \leq x \leq b\}$



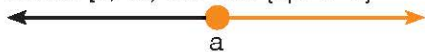
3. ช่วงครึ่งเปิด
- $(a, b]$
- หมายถึง
- $\{x | a < x \leq b\}$



4. ช่วงเปิด (a, ∞) หมายถึง $\{x|x > a\}$



5. ช่วงปิด $[a, \infty)$ หมายถึง $\{x|x \geq a\}$



โดยถ้าเป็นช่วงเปิดจะเป็นวงกลมโปร่ง (○) และช่วงปิดจะเป็นวงกลมทึบ (●)

3.8 การแก้สมการกำลังสอง

กรณีที่ 1 อสมการกำลังสองในรูป $ax^2 + bx + c \geq 0$ ให้ตอบช่วงบวก

ตัวอย่าง

$$x^2 - 7x + 12 \geq 0$$

$$(x - 3)(x - 4) \geq 0$$

พิจารณาสมการ $(x - 3)(x - 4) = 0$ จะได้ว่า $x = 3, 4$ แล้วเขียนเส้นจำนวน



คำตอบอสมการ คือ $(-\infty, 3]$ หรือ $[4, \infty)$

เขียนในรูปเซต จะได้ $\{x|x \leq 3 \text{ หรือ } x \geq 4\}$

กรณีที่ 2 อสมการกำลังสองในรูป $ax^2 + bx + c \leq 0$ ให้ตอบช่วงลบ

ตัวอย่าง

$$x^2 - 7x + 12 \leq 0$$

$$(x - 3)(x - 4) \leq 0$$

พิจารณาสมการ $(x - 3)(x - 4) = 0$ จะได้ว่า $x = 3, 4$ แล้วเขียนเส้นจำนวน



คำตอบอสมการคือ $[3, 4]$

เขียนในรูปเซตจะได้ $\{x|3 \leq x \leq 4\}$

3.9 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงกับการแก้สมการและอสมการ

• การแก้สมการค่าสัมบูรณ์

ให้ $a \geq 0$ แล้ว $|x| = a$ หมายความว่า $x = a$ หรือ $x = -a$

ตัวอย่าง

$$|2x + 1| = 7$$

จะได้ $2x + 1 = 7$ หรือ $2x + 1 = -7$

นั่นคือ $x = 3$ หรือ $x = -4$

• การแก้สมการค่าสัมบูรณ์

$|x| \geq a$ หมายความว่า $x \geq a$ หรือ $x \leq -a$

$|x| \leq a$ หมายความว่า $-a \leq x \leq a$

ตัวอย่าง

$$|2x + 1| \geq 5$$

จะได้ $2x + 1 \geq 5$ หรือ $2x + 1 \leq -5$

นั่นคือ $x \geq 2$ หรือ $x \leq -3$ เป็นคำตอบ

ตัวอย่าง

$$|2x + 1| < 5$$

จะได้ $-5 < 2x + 1 < 5$

นำ -1 บวกตลอด $-5 + (-1) < 2x + 1 + (-1) < 5 + (-1)$

จะได้ $-6 < 2x < 4$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณตลอด $-6 \left(\frac{1}{2}\right) < 2x \left(\frac{1}{2}\right) < 4 \left(\frac{1}{2}\right)$

จะได้ $-3 < x < 2$ เป็นคำตอบ

สำหรับ เครื่องหมาย $>$ และ $<$ จะใช้วิธีการเดียวกันกับ $\geq$ และ

$\leq$ ตามลำดับ

3.10 ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

① ทฤษฎีบทการหารลงตัว

บทนิยาม

ให้ $a, b \in I, b \neq 0$ b หาร a ลงตัวก็ต่อเมื่อ มี $c \in I$ ที่ทำให้ $a = bc$ โดยเรียก b ว่าตัวหารและเรียก a ว่าตัวตั้งหรือพหุคูณของ b
 b หาร a ลงตัว เขียนแทนด้วย $b|a$

- ทฤษฎีบทที่ 1 กำหนดให้ $a, b, c \in I$ และ $a, b \neq 0$ ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้วจะได้ $a|c$
- ทฤษฎีบทที่ 2 กำหนดให้ $a, b \in I^+$ ถ้า $a|b$ แล้วจะได้ $a \leq b$
- ทฤษฎีบทที่ 3 กำหนดให้ $a, b, c \in I$ ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้วจะมี $x, y \in I$ ให้ $a|(bx + cy)$
 เราจะเรียก $bx + cy$ ว่าเป็นผลรวมเชิงเส้น

บทนิยาม

ให้ $p \in I^+$, p จะเป็นจำนวนเฉพาะก็ต่อเมื่อ $p \neq 1$ และมีจำนวนเต็ม n ใดๆ โดย $n|p$ และ $n \in \{1, p, -1, -p\}$

- ทฤษฎีบทที่ 4 (หลักการทางเลขคณิต) กำหนดให้ $x \in I^+$ ใดๆ และ $x > 1$ สามารถเขียน x ได้ในรูปของการคูณของจำนวนเฉพาะได้แบบเดียว (ไม่รวมการสลับที่ x และการคูณ x กับ 1)
- ทฤษฎีบทที่ 5 ถ้า a, b เป็นจำนวนเต็มโดย $b \in I^+$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม q, r ที่ทำให้
 $a = bq + r, 0 \leq r < |b|$ โดย q เป็นผลหารและ r เป็นเศษ

บทนิยาม

a เป็นจำนวนคู่เมื่อมี k ที่ทำให้ $a = 2k$ และ a เป็นจำนวนคี่เมื่อมี k ที่ทำให้ $a = 2k + 1$ โดย $a, k \in I$

2 ตัวหารร่วมมาก (ท.ร.ม.)

กำหนดให้ $a, b \in I$ และ $a, b \neq 0$ พร้อมกัน จะมี d เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่ $d|a$ และ $d|b$ เรียก d ว่าเป็นตัวหารร่วมมาก เขียนแทนด้วย (a, b)

ตัวอย่าง

จงหา ท.ร.ม. ของ 24 และ 30 (แบบแยกตัวประกอบ)

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ดังนั้น ท.ร.ม. ของ 24 และ 30 คือ 6 หรือ $(24, 30) = 6$

• การหา ท.ร.ม. โดยวิธียุคลิด

เป็นการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีการหารใน ทบ. 5 โดยใช้การหารที่เกิดขึ้นต่อเนื่องกันเป็นรูปแบบดังนี้

การหา ท.ร.ม. ของ a, b โดยที่ $b < a$

ขั้นที่ 1 $a = bx + y ; 0 < y < |b|$

ขั้นที่ 2 $b = yx_1 + y_1 ; 0 < y_1 < y$

$\vdots$

ขั้นที่ 3 $y_{k-1} = y_k x_k + 0 ; 0 < r_k < r_{k-1}$

จะได้ $(a, b) = y_k$

หมายเหตุถ้า $(a, b) = 1$ จะเรียก a, b ว่าเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

3 ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

กำหนดให้ $a, b \in I$ และ $a, b \neq 0$ จะมี c เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ $a|c$ และ $b|c$ เรียก c ว่าเป็นตัวคูณร่วมน้อยเขียนแทนด้วย $[a, b]$

ตัวอย่าง

จงหา ค.ร.น. ของ 18 และ 24 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 3 \times 2 \times 2$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 18 และ 24 คือ 72 หรือ

$$[18, 24] = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$$

ทฤษฎีบทที่ 6 ถ้า $a, b \in I$ แล้ว $(a, b) \cdot [a, b] = ab$

ตัวอย่าง

เฉลย ข.

พิจารณา $\frac{5}{x} \leq \frac{x}{5}$

จัดรูปใหม่ $\frac{5}{x} - \frac{x}{5} \leq 0$

$$\frac{25}{5x} - \frac{x^2}{5x} \leq 0$$

กรณี 1 $x \geq 0$

นำ $5x$ คูณตลอดจะได้ $25 - x^2 \leq 0$

$$5^2 - x^2 \leq 0$$

$$(5 - x)(5 + x) \leq 0$$

คำตอบ คือ $(-\infty, -5] \cup [5, \infty)$ แต่ $x \geq 0$

จะได้ $x \in [5, \infty)$

กรณี 2 $x < 0$

นำ $5x$ คูณตลอดจะได้ $25 - x^2 \geq 0$

$$5^2 - x^2 \geq 0$$

$$(5 - x)(5 + x) \geq 0$$

คำตอบ คือ $[-5, 0) \cup (0, 5]$ แต่ $x < 0$

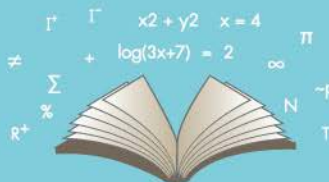
จะได้ $x \in [-5, 0)$

ดังนั้นคำตอบคือ $x \in [-5, 0) \cup [5, \infty)$

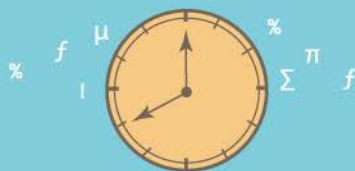
QUICK MATH

สรุปคณิตศาสตร์ ม.ปลาย

ม.4, ม.5 และ ม.6



รวมบทนิยาม สูตร ทฤษฎี กฎ
และเนื้อหาที่ออกข้อสอบบ่อย



อ่านก่อนสอบ แก้โจทย์
ได้อย่างรวดเร็วและมั่นใจ



สอบ PAT1, O-NET, ชิงทุน, โควตา,
สอบตรง และ Admission



เพิ่มเกรดในชั้นเรียน

เตรียมความพร้อมเพื่อสอบเข้ามหาวิทยาลัยต่างๆ

- มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- มหาวิทยาลัยมหิดล
- จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
- มหาวิทยาลัยแม่โจ้
- มหาวิทยาลัยศิลปากร
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
- สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- มหาวิทยาลัยบูรพา
- มหาวิทยาลัยกรุงเทพ
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
- มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต
- มหาวิทยาลัยนเรศวร
- มหาวิทยาลัยพายัพ
- มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- มหาวิทยาลัยรังสิต
- มหาวิทยาลัยศรีปทุม
- มหาวิทยาลัยทักษิณ
- มหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ
- มหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ
- มหาวิทยาลัยนวมินทราธิราช
- มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
- มหาวิทยาลัยพะเยา
- มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์
- มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์
- มหาวิทยาลัยนราธิวาสราชนครินทร์
- มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
- มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต
- มหาวิทยาลัยอื่นๆ

ISBN 978-616-381-050-2



9 786163 810502
คู่มือเตรียมสอบ
ราคา 99 บาท

Life by INSPAL
Balance
สำนักพิมพ์ Life Balance