

สถิติสำหรับ วิศวกร

Statistics for Engineers



พศ.ดร. ไพฑูรย์ ศรีโอฬาร

สถิติสำหรับวิศวกร

โดย ผศ.ดร. ไพฑูรย์ ศิริโอฬาร

สงวนลิขสิทธิ์ในประเทศไทยตาม พ.ร.บ. ลิขสิทธิ์ © พ.ศ. 2559 โดย ผศ.ดร. ไพฑูรย์ ศิริโอฬาร
ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ จัดพิมพ์ หรือกระทำการอื่นใด โดยวิธีการใดๆ ในรูปแบบใดๆ
ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ เพื่อเผยแพร่ในสื่อทุกประเภท หรือเพื่อวัตถุประสงค์ใดๆ
นอกจากจะได้รับอนุญาต

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

ไพฑูรย์ ศิริโอฬาร.

สถิติสำหรับวิศวกร. --กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2559.

1. วิศวกรรมศาสตร์ -- ระเบียบวิธีทางสถิติ.

I. ชื่อเรื่อง.

519.5

Barcode (e-book) : 9786160830145

ผลิตและจัดจำหน่ายโดย



บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

เลขที่ 1858/87-90 ถนนบางนา-ตราด แขวงบางนา

เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260 โทรศัพท์ 0-2739-8000

หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ comment@se-ed.com



คำนำ

วิชาสถิติเป็นวิชาที่ส่วนใหญ่แล้วจะถูกจัดให้อยู่ในหมวดวิชาหลักของเกือบทุกคณะ จะเปลี่ยนชื่อแตกต่างกันออกไปในแง่ของสายอาชีพการใช้งาน เช่น อยู่ในคณะบริหารธุรกิจ ก็อาจจะใช้ชื่อว่า สถิติสำหรับธุรกิจ อยู่ในคณะเศรษฐศาสตร์ใช้ชื่อว่า สถิติสำหรับนักเศรษฐศาสตร์ และในคณะวิศวกรรมศาสตร์ก็จะใช้ชื่อว่า สถิติสำหรับวิศวกร เป็นต้น ซึ่งล้วนแล้วแต่ใช้คำสถิติตัวเดียวกันทั้งหมด แตกต่างด้านการนำไปประยุกต์ใช้งานตามสายอาชีพเท่านั้น ดังนั้นวิชาสถิติจึงมีความสำคัญต่อทุกสายอาชีพ

หนังสือหรือตำราสถิติทุกๆ เล่ม จะแนบตารางสถิติมาให้ท้ายเล่ม เช่น ตารางการแจกแจงแบบปกติ ตารางการแจกแจงแบบทวินาม หรือตารางการแจกแจงเอฟ เป็นต้น ซึ่งในปัจจุบันโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้กันอยู่ทุกวันทั้งที่เป็นโปรแกรมที่มีลิขสิทธิ์ หรือที่เป็นโอเพนซอร์ส เช่น Microsoft Office, Libre Office และ Open Office เป็นต้น สามารถให้คำสถิติเหล่านั้นได้ และให้ค่าที่ละเอียดกว่าค่าที่เปิดได้จากตารางสถิติทั่วไป หนังสือเล่มนี้จะใช้คำสถิติที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป เพื่อให้เห็นความง่ายต่อการนำไปใช้งาน

ผู้เขียนได้มีโอกาสสอนในวิชาสถิติด้านวิศวกรรม มาเป็นเวลา 20 ปี จึงหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่เรียน และผู้ที่สนใจในวิชาสถิติทุกสายอาชีพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาสถิติสำหรับวิศวกร ความดีที่หนังสือเล่มนี้ให้ประโยชน์ต่อท่านผู้อ่านทุกๆ ท่าน ขอมอบให้แด่บุคลากรผู้ให้กำเนิด และอาจารย์ทุกท่านทั้งในระดับปริญญาตรี โท และเอก ที่ได้ประสาทวิชาให้กับผู้เขียน รวมถึงกำลังใจที่ได้จากครอบครัว จนทำให้มีหนังสือเล่มนี้ขึ้นมา หากเกิดข้อบกพร่องประการใดที่มีอยู่ในหนังสือเล่มนี้ ผู้เขียนขออภัยไว้เพื่อปรับปรุงในโอกาสต่อไป

พศ.ดร. ไพฑูรย์ ศิริโอฬาร



สำหรับ

“พลอยไพฑูรย์ ศิริโอฬาร และ พรทิพย์ กาญจนวงศ์วณิช”





สารบัญ

บทที่ 1 ตัวแปรสุ่ม.....	9
1.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง	10
1.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง	15
1.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกัน.....	17
1.4 ค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่ม.....	27
1.5 กฎของการคาดคะเนทางคณิตศาสตร์.....	31
1.6 กฎเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของประชากร.....	37
แบบฝึกหัดบทที่ 1	38
บทที่ 2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง.....	43
2.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม	43
2.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบพหุนาม	56
2.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไฮเปอร์จีโอเมตริก	57
2.4 การประมาณการแจกแจงแบบไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงแบบทวินาม.....	67
2.5 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปัวซอง	69
2.6 การประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยการแจกแจงแบบปัวซอง	72
2.7 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินามลบ และเรขาคณิต.....	73
แบบฝึกหัดบทที่ 2	77

บทที่ 3 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง.....81

3.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ	81
3.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติมาตรฐาน	87
3.3 การประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยการแจกแจงแบบปกติ.....	94
3.4 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแกมมาและเอ็กซ์โพเนนเชียล	97
3.5 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไคสแควร์.....	104
3.6 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสตีเวนสันต์ ที่	106
3.7 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเอฟ	110
แบบฝึกหัดบทที่ 3	114

บทที่ 4 การสุ่มตัวอย่าง119

4.1 ตัวอย่างสุ่ม	119
4.2 การแจกแจงของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง.....	120
4.3 การแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง	130
4.4 การแจกแจงอัตราส่วนของตัวอย่าง.....	139
4.5 การแจกแจงผลต่างอัตราส่วนของตัวอย่าง	141
4.6 การแจกแจงความแปรปรวนของตัวอย่าง	143
4.7 การแจกแจงอัตราส่วนความแปรปรวนของตัวอย่าง	146
แบบฝึกหัดบทที่ 4	149

บทที่ 5 การประมาณค่า153

5.1 การประมาณค่าแบบจุด.....	153
5.2 การประมาณค่าแบบช่วง	155
5.3 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากร.....	156
5.4 ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 ชุด	161
5.5 ช่วงความเชื่อมั่นของสัดส่วนประชากร.....	167

5.6 ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างสัดส่วนประชากร 2 ชุด	169
5.7 ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนประชากร	171
5.8 ช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนสัดส่วนของความแปรปรวนประชากร 2 ชุด	173
แบบฝึกหัดบทที่ 5	176
บทที่ 6 การทดสอบสมมติฐาน	183
6.1 ผลของการทดสอบสมมติฐาน	183
6.2 ความผิดพลาดของการทดสอบสมมติฐาน	184
6.3 ขั้นตอนในการทดสอบสมมติฐานค่าพารามิเตอร์	185
6.4 การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของประชากร	185
6.5 การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนประชากร	200
6.6 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของประชากร	205
6.7 การทดสอบความเหมาะสมของการแจกแจง	211
แบบฝึกหัดบทที่ 6	225
บทที่ 7 การวิเคราะห์ถดถอยและสหสัมพันธ์	235
7.1 การวิเคราะห์ถดถอยอย่างง่าย	236
7.2 ความหมายและหลักการวิเคราะห์ถดถอย	236
7.3 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด	237
7.4 การประมาณค่า σ^2	242
7.5 ความแปรปรวนของ $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ และ $\hat{Y}_i$	244
7.6 ค่าประมาณแบบช่วงของ β_0, β_1 และ $\mu_{Y.X_i}$	246
7.7 การทดสอบสมมติฐาน β_0, β_1 และ $\mu_{Y.X_i}$	248
7.8 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	251
7.9 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ	253
7.10 การทดสอบสมมติฐาน $H_0: \rho = 0$ แยกกับ $H_1: \rho \neq 0$	254

7.11 การทดสอบสมมติฐาน $H_0: \rho = \rho_0$ แยกกับ $H_1: \rho \neq \rho_0$ (โดย $\rho_0 \neq 0$).....	255
7.12 ค่าประมาณช่วงความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ ของ ρ	257
แบบฝึกหัดบทที่ 7	259

บทที่ 8 การวิเคราะห์ความแปรปรวน.....267

8.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว	268
8.2 การทดสอบความต้องการขั้นต้นในการทำการวิเคราะห์ความแปรปรวน.....	278
8.3 การเปรียบเทียบเชิงซ้อน.....	291
8.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง	299
แบบฝึกหัดบทที่ 8	318

บรรณานุกรม.....331





1

ตัวแปรสุ่ม

ในการทดลองทางสถิติมักมีโอกาสดังกล่าวเกิดขึ้นได้หลายๆ แบบ ตัวแปรสุ่ม (Random Variable) จึงเป็นตัวแทนของผลลัพธ์ต่างๆ ที่อาจจะเกิดขึ้น โดยมีค่าเป็นจำนวนจริง ยกตัวอย่างเช่น การทดลองโยนเหรียญสิบบาทจำนวน 3 เหรียญ 1 ครั้ง ซึ่งมี $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$ หากเราสนใจเหตุการณ์ที่เกิดผลลัพธ์เป็นจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว หากเรากำหนดให้ ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวจากการโยนเหรียญ 3 เหรียญ 1 ครั้ง ดังนั้น $X = (0, 1, 2, \text{ และ } 3)$

ตัวแปรสุ่มทางสถิติแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ ตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable) ซึ่งมีค่าเป็นสมาชิกของจำนวนเต็มบวก และตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (Continuous Random Variable) ซึ่งมีค่าเป็นสมาชิกของจำนวนจริง หากสมมติเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นดังนี้

- ก. เหตุการณ์ของเครื่องเป่าขวดพลาสติกที่เกิดชำรุดในโรงงานแห่งหนึ่ง ถ้ากำหนดให้ X เป็นจำนวนครั้งของเครื่องเป่าขวดชำรุด ตัวแปรสุ่ม X จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- ข. เหตุการณ์ที่เครื่องจักรเครื่องหนึ่งผลิตสินค้าแล้วเกิดของเสีย ถ้ากำหนดให้ Y เป็นจำนวนของเสีย (ชิ้น) ที่เกิดขึ้นจากเครื่องจักรเครื่องนั้น ตัวแปรสุ่ม Y จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง
- ค. ปริมาตรของน้ำดื่มขนาด 500 ml ที่ถูกบรรจุด้วยเครื่องบรรจุน้ำดื่ม A ของโรงงานแห่งหนึ่ง ถ้ากำหนดให้ Z เป็นปริมาตรน้ำดื่มที่ถูกบรรจุด้วยเครื่องจักร A ตัวแปรสุ่ม Z จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

- ง. ระยะเวลาในการเปลี่ยนแม่พิมพ์ฉีดพลาสติกของผลิตภัณฑ์ ชิ้นส่วนยานยนต์ชิ้นหนึ่ง กำหนดให้ตัวแปรสุ่ม T เป็นระยะเวลาที่ใช้ในการเปลี่ยนแม่พิมพ์ ตัวแปรสุ่ม R จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง
- จ. เหตุการณ์การเกิดอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในโรงงานแห่งหนึ่ง กำหนดให้ตัวแปรสุ่ม A เป็นจำนวนครั้งการเกิดอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในโรงงาน ตัวแปรสุ่ม A จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง เป็นต้น

จากตัวอย่างลักษณะของตัวแปรสุ่มประเภทต่างๆ ข้างต้น เราจะศึกษาถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มดังนี้

1.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Probability Distributions)

จากที่ได้กล่าวถึงลักษณะของตัวแปรสุ่ม นอกจากจะสนใจค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มแล้ว ยังอาจจะต้องสนใจความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มจะมีค่าต่างๆ เนื่องจากตัวแปรสุ่มเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองสุ่ม ผลลัพธ์หรือค่าของตัวแปรสุ่มที่ได้นั้นจึงขึ้นอยู่กับโอกาสหรือความน่าจะเป็น

ตัวอย่างที่ 1.1 จากเหตุการณ์การโยนเหรียญสิบบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้ X = จำนวนครั้งที่เหรียญจะขึ้นหัว $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

ตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง โดย $X = (0, 1, 2, 3)$ และตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นคือ

$$\Pr(X = 0) = \frac{1}{8}$$

$$\Pr(X = 1) = \frac{3}{8}$$

$$\Pr(X = 2) = \frac{3}{8}$$

$$\Pr(X = 3) = \frac{1}{8}$$

ตารางที่ 1.1 ค่า $\Pr(X)$

X	$\Pr(X)$
0	1/8
1	3/8
2	3/8
3	1/8
ผลรวม	1

ถ้านำค่าการกระจายความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ทุกค่ามารวมกัน จะมีค่าผลรวมของความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 หรือ $\sum_{x=0}^n \Pr(X=x) = 1$ ดังตารางที่ 1.1 และจะได้สูตรค่าความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม X หรือ $F(X)$ ซึ่งมีการแจกแจงความน่าจะเป็น $f(X)$ ดังนี้

สำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

$$F(X) = \Pr(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

และ $\Pr(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

ซึ่งจะกำหนดเป็นคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มทั้งแบบไม่ต่อเนื่องได้คือ

1. $f(x) \geq 0$
2. $\Pr(X = x) = f(x)$
3. $F(X) = \Pr(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$
4. $\Pr(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

ตัวอย่างที่ 1.2 ถังบรรจุชิ้นงานใบหนึ่งบรรจุชิ้นงานจำนวน 6 ชิ้น โดยมีชิ้นงานที่บกพร่องปะปนอยู่จำนวน 2 ชิ้น หากมีการนำชิ้นงานจากถังบรรจุชิ้นงานนี้ไปใช้ในการผลิตในขั้นตอนต่อไปจำนวน 2 ชิ้น โดยกำหนดให้ X = จำนวนชิ้นงานบกพร่องที่หยิบไปใช้ในขั้นตอนการผลิตถัดไป

จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X และหาค่าความน่าจะเป็นที่สินค้าบกพร่องจะถูกนำไปใช้อย่างน้อย 1 ชิ้น

วิธีทำ

กำหนดให้ N = ชิ้นงานที่ใช้งานได้ และ D = ชิ้นงานที่มีข้อบกพร่อง

ดังนั้น $S = \{NN, DN, ND, DD\}$ และ $X = (0, 1, 2)$

ตารางที่ 1.2 เหตุการณ์ที่สามารถเป็นไปได้

X	เหตุการณ์
0	$E_1 = (NN)$
1	$E_2 = (DN, ND)$
2	$E_3 = (DD)$

$$\Pr(X = 0) = \Pr(E_1) = \Pr(NN) = \Pr(N) \cdot \Pr(N / N) = \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

$$\Pr(X = 1) = \Pr(E_2) = \Pr(DN) + \Pr(ND)$$

$$= \Pr(D) \cdot \Pr(N / D) + \Pr(N) \cdot \Pr(D / N)$$

$$= \left(\frac{2}{6}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{15}$$

$$\Pr(X = 2) = \Pr(E_3) = \Pr(DD) = \Pr(D) \cdot \Pr(D / D)$$

$$= \left(\frac{2}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{15}$$

ตารางที่ 1.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

X	$f(X)$	$F(X)$
0	$2/5$	$2/5$
1	$8/15$	$14/15$
2	$1/15$	1
ผลรวม	1	

ตัวอย่างที่ 1.3 สินค้าสำเร็จรูปกล่องหนึ่งมีจำนวน 20 ชิ้น เป็นสินค้าที่ได้มาตรฐานตามคุณภาพที่กำหนดจำนวน 15 ชิ้น และเป็นสินค้าที่บกพร่องไม่ได้มาตรฐานตามที่กำหนดจำนวน 5 ชิ้น หากทำการสุ่มตัวอย่างสินค้าสำเร็จรูปดังกล่าวมาจำนวน 5 ชิ้น ถ้ากำหนดให้ X เป็นจำนวนสินค้าบกพร่องที่อาจตรวจพบ

- ก. จงหาฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X
- ข. จงคำนวณค่าการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ

ให้ X เป็นจำนวนสินค้าบกพร่องที่ตรวจพบ ซึ่ง $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง และ $f(X) = \frac{\binom{5}{X} \binom{20-5}{5-X}}{\binom{20}{5}}$

- ก. ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

$$\Pr(X=0) = f(0) = \frac{\binom{5}{0} \binom{20-5}{5-0}}{\binom{20}{5}} = 0.193$$

$$\Pr(X=1) = f(1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{20-5}{5-1}}{\binom{20}{5}} = 0.440$$

$$\Pr(X = 2) = f(2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{20-5}{5-2}}{\binom{20}{5}} = 0.293$$

$$\Pr(X = 3) = f(3) = \frac{\binom{5}{3} \binom{20-5}{5-3}}{\binom{20}{5}} = 0.067$$

$$\Pr(X = 4) = f(4) = \frac{\binom{5}{4} \binom{20-5}{5-4}}{\binom{20}{5}} = 0.004$$

$$\Pr(X = 5) = f(5) = \frac{\binom{5}{5} \binom{20-5}{5-5}}{\binom{20}{5}} = 0.00006$$

ข. ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม X

$$F(0) = \Pr(X = 0) = f(0) = 0.193$$

$$F(1) = \Pr(X \leq 1) = f(0) + f(1) = 0.193 + 0.440 = 0.664$$

$$F(2) = \Pr(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2) = 0.193 + 0.440 + 0.293 = 0.927$$

$$F(3) = \Pr(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 0.193 + 0.440 + 0.293 + 0.067 = 0.995$$

$$F(4) = \Pr(X \leq 4) = \sum_{x=0}^4 f(x) = 0.999$$

$$F(5) = \Pr(X \leq 5) = \sum_{x=0}^5 f(x) = 1$$

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } X < 0 \\ 0.193 & \text{เมื่อ } 0 \leq X < 1 \\ 0.664 & \text{เมื่อ } 1 \leq X < 2 \\ 0.927 & \text{เมื่อ } 2 \leq X < 3 \\ 0.995 & \text{เมื่อ } 3 \leq X < 4 \\ 1 & \text{เมื่อ } X > 4 \end{cases}$$

1.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous Probability Distributions)

ในกรณีที่ตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่องกันในช่วงของเลขจำนวนจริง หรือตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X มีฟังก์ชัน f ฟังก์ชันหนึ่ง ซึ่งทำให้ $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่า x ในช่วง $(-\infty, \infty)$ จะเรียก $f(x)$ ว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function) สำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

$$F(X) = \Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

และ $\Pr(a < X < b) = F(b) - F(a)$

ซึ่งจะกำหนดเป็นคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องคือ

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ X ที่เป็นจำนวนจริง

2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

3. $\Pr(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

ตัวอย่างที่ 1.4 ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีฟังก์ชันหนาแน่นของความน่าจะเป็น (p.d.f.) คือ

$$f(x) = 2x \quad ; 0 < x < 1$$

$$= 0 \quad ; \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่นๆ}$$

ก. จงหา $\Pr\left(\frac{1}{4} < X < 1\right)$

ข. จงหา $F(1/2)$

ค. จงแสดงว่า $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

วิธีทำ

ก. $\Pr\left(\frac{1}{4} < X < 1\right) = 2 \int_{1/4}^1 x dx = \left[x^2 \right]_{1/4}^1 = 1 - 0.25 = 0.75$

ข. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \Pr\left(-\infty < X < \frac{1}{2}\right) = 2 \int_{-\infty}^{1/2} x dx = \left[x^2 \right]_{-\infty}^{1/2} = \frac{1}{4} = 0.25$

$$\begin{aligned}
 \text{ก.} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx &= \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^{\infty} f(x) dx \\
 &= 0 + 2 \int_0^1 x dx + 0 \\
 &= \left[x^2 \right]_0^1 = 1 - 0 = 1
 \end{aligned}$$

1.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกัน (Joint Probability Distribution)

ในการทดลองที่ต้องมีตัวแปรสุ่มที่เกี่ยวข้องมากกว่า 1 ตัว เช่น ในการทดสอบกระบอกสูบนิวแมติกส์ ซึ่งต้องมีการเปลี่ยนแปลงทั้งปริมาตรกระบอกสูบและแรงดัน ดังนั้นผลการทดลองนี้จึงต้องขึ้นอยู่กับตัวแปรสุ่ม 2 ตัวคือ ปริมาตรกระบอกสูบและแรงดัน

ให้ตัวแปรสุ่ม X และ Y เป็นผลของการทดลองอย่างสุ่ม แล้วฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y ในกรณีตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องคือ $f(x, y) = \Pr(X = x, Y = y)$ ถ้า

$$1. \quad f(x) \geq 0 \quad \text{ทุกค่าของ } (x, y)$$

$$2. \quad \sum_x \sum_y f(x, y) = 1 \quad \text{ถ้า } x \text{ และ } y \text{ เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง}$$

$$\text{หรือ} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1 \quad \text{ถ้า } x \text{ และ } y \text{ เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง}$$

$$3. \quad \Pr[(x, y) \in A] = \sum_{(x, y) \in A} f(x, y) \quad \text{เมื่อ } A \text{ เป็นเหตุการณ์ใดๆ}$$

$$\text{หรือ} \quad \Pr[(x, y) \in A] = \int_A f(x, y) dx dy$$

ตัวอย่างที่ 1.5 ลังใบหนึ่งบรรจุของเสียที่เกิดจากกระบวนการเป่าขวดพลาสติก โดยมีขวดบุง 3 ใบ ขวดปากบิ่น 2 ใบ และขวดฉีกไม่เต็ม 3 ใบ รวม 8 ใบ หากทำการสุ่มหยิบขึ้นมาจำนวน 4 ใบ ถ้าให้ X เป็นจำนวนขวดบุง และ Y เป็นจำนวนขวดปากบิ่นที่หยิบได้

จงคำนวณหา

- ก. ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y
- ข. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบขวดบุงและปากบิ่นรวมกันไม่เกิน 3 ใบ

วิธีทำ

- ก. $X = 0, 1, 2, 3$ และ $Y = 0, 1, 2$

$$\Pr[X = 0, Y = 0] = 0$$

$$\Pr[X = 0, Y = 1] = \frac{\binom{3}{0} \binom{2}{1} \binom{3}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{1}{35}$$

$$\Pr[X = 0, Y = 2] = \frac{\binom{3}{0} \binom{2}{2} \binom{3}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{70}$$

$$\Pr[X = 1, Y = 0] = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{0} \binom{3}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{70}$$

$$\Pr[X = 1, Y = 1] = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}\binom{3}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{9}{35}$$

$$\Pr[X = 1, Y = 2] = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{2}\binom{3}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{9}{70}$$

$$\Pr[X = 2, Y = 0] = \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{0}\binom{3}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{9}{70}$$

$$\Pr[X = 2, Y = 1] = \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{9}{35}$$

$$\Pr[X = 2, Y = 2] = \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{2}\binom{3}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{70}$$

$$\Pr[X = 3, Y = 0] = \frac{\binom{3}{3}\binom{2}{0}\binom{3}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{70}$$

$$\Pr[X = 3, Y = 1] = \frac{\binom{3}{3} \binom{2}{1} \binom{3}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{1}{35}$$

$$\Pr[X = 3, Y = 2] = 0$$

สรุปเป็นตารางที่ 1.4 ดังนี้

ตารางที่ 1.4 ค่า $f(x, y)$

$y \backslash x$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{70}$
1	$\frac{3}{70}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{9}{70}$
2	$\frac{9}{70}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{3}{70}$
3	$\frac{3}{70}$	$\frac{1}{35}$	0

ข. ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่หยิบขวดบับและปากบับรวมกันไม่เกิน 3 ใบ

$$A = \{(x, y) / x + y \leq 3\}$$

$$\Pr(A) = 0 + \frac{1}{35} + \frac{3}{70} + \frac{3}{70} + \frac{9}{35} + \frac{9}{70} + \frac{9}{70} + \frac{9}{35} = \frac{62}{70}$$

สถิติสำหรับวิศวกร

Statistics for Engineers

หนังสือ **สถิติสำหรับวิศวกร** เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อให้นักศึกษาหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วศ.บ.), วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วศ.ม.), วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วศ.ด.) และ วศ.บ. ทุกสาขา รวมถึงผู้ที่สนใจศึกษาด้านสถิติสำหรับใช้ในงานวิศวกรรม โดยเนื้อหาครอบคลุมความรู้ทางด้านสถิติสำหรับวิศวกรในเรื่องตัวแปรสุ่ม การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม การสุ่มตัวอย่าง การประมาณค่า การทดสอบสมมติฐาน การวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นตรง และการวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นต้น

หนังสือเล่มนี้ ยังแนะนำวิธีการหาค่าความน่าจะเป็นทางสถิติและค่าวิกฤติ สำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่างๆ ด้วยซอฟต์แวร์ตารางการทำงานที่มีอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล และการใช้แอปพลิเคชันจากโทรศัพท์สมาร์ตโฟนทดแทนการเปิดใช้ตารางสถิติ อีกทั้งตัวอย่างเนื้อหาการวิเคราะห์ ในหนังสือเล่มนี้มุ่งเน้นตัวอย่างงานด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งสามารถทำให้ผู้ที่ศึกษาสามารถเข้าใจการนำไปประยุกต์ใช้งานได้ง่าย

พศ.ดร. ไพฑูรย์ ศิริโอฬาร



การทำงาน

- พ.ศ. 2554–ปัจจุบัน หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ สถาบันการจัดการปัญญาภิวัฒน์ (เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ตั้งแต่ พ.ศ. 2537–2559 รวม 23 ปี)
- พ.ศ. 2548–2554 ผู้อำนวยการหลักสูตรบัณฑิตศึกษา สาขาการจัดการงานวิศวกรรม มหาวิทยาลัยเอเซียอาคเนย์
- พ.ศ. 2547–2558 หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์
- พ.ศ. 2537–2547 อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์

ผลการทำงาน

- ดำเนินงานสอน สอนวิชาสถิติสำหรับวิศวกร การควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ การวางแผนและควบคุมการผลิต การวิจัยดำเนินงาน การจัดการโลจิสติกส์และโซ่อุปทาน การออกแบบการขนส่ง การศึกษาวิธีการทำงาน และเป็นอาจารย์พิเศษให้กับมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ มหาวิทยาลัยศิลปากร มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์ และมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
- ด้านที่ปรึกษา ที่ปรึกษาให้กับสถานประกอบการในด้านการจัดการโลจิสติกส์และห่วงโซ่อุปทาน การลดต้นทุนการผลิต การเพิ่มประสิทธิภาพกระบวนการผลิต และการเพิ่มผลผลิตภาพแรงงาน ร่วมกับการพัฒนาฝีมือแรงงาน กรมโรงงานอุตสาหกรรม กรมส่งเสริมอุตสาหกรรม กรมอุตสาหกรรมพื้นฐานและการเหมืองแร่ เป็นระยะเวลา 15 ปี รวมกว่า 200 สถานประกอบการที่ให้คำปรึกษา

ISBN 978-616-08-2745-9



250 บาท

คู่มือเรียน-สอน/อุดมศึกษา-
วิศวกรรมศาสตร์, ระเบียบวิธีทางสถิติ



www.se-ed.com



sbc.fans