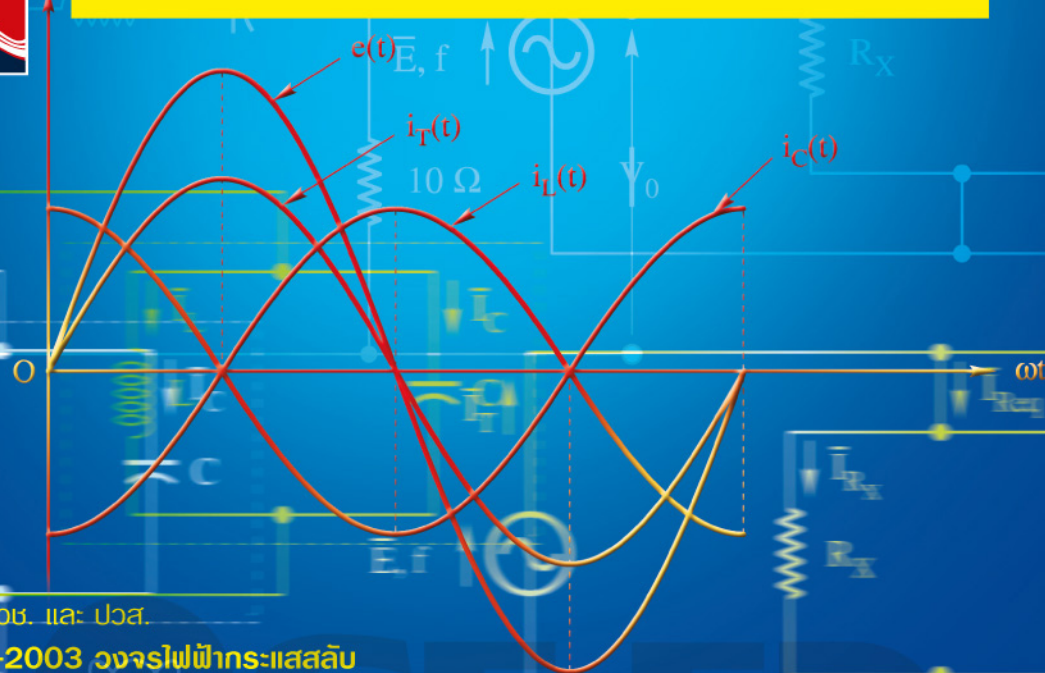




ระดับ ปวช. และ ปวส.

2104-2003 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

3110-1001 วงจรไฟฟ้า

วงจรไฟฟ้า กระแสสลับ

ดร. ชาติ อินทะสี

วงจรไฟฟ้า กระแสสลับ AC Electric Circuits



บริษัท ซีเอดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

ค้นหาหนังสือที่ต้องการ ได้เร็ว ทันใจ ที่ www.se-ed.com

วงจไฟฟ้ากระแสสลับ

โดย ดร. ชัด อินทะสี

สงวนลิขสิทธิ์ในประเทศไทยตาม พ.ร.บ. ลิขสิทธิ์ © พ.ศ. 2557 โดย ดร. ชัด อินทะสี
ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ จัดพิมพ์ หรือกระทำการอื่นใด โดยวิธีการใดๆ ในรูปแบบใดๆ
ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ เพื่อเผยแพร่ในสื่อทุกประเภท หรือเพื่อวัตถุประสงค์ใดๆ
นอกจากจะได้รับอนุญาต

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

ดร. ชัด อินทะสี.

วงจไฟฟ้ากระแสสลับ. --กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2557.

1. วงจไฟฟ้า -- กระแสสลับ.

I. ชื่อเรื่อง.

621.3192

ISBN (e-book) : 978-616-08-1958-4

ผลิตและจัดจำหน่ายโดย



บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

อาคารทีซีไอเอฟ ทาวเวอร์ ชั้น 19 เลขที่ 1858/87-90 ถนนบางนา-ตราด แขวงบางนา
เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260 โทรศัพท์ 0-2739-8000

[หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ comment@se-ed.com]

2104-2003 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. รู้ เข้าใจกฎและทฤษฎีวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
2. มีทักษะเกี่ยวกับการต่อ การวัด ประคอง และคำนวณหาค่าต่างๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
3. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการปฏิบัติงาน มีความละเอียดรอบคอบ ปลอดภัย เป็นระเบียบ สะอาด ตรงต่อเวลา มีความซื่อสัตย์และมีความรับผิดชอบ

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาค่าต่างๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
2. ปฏิบัติการต่อวงจร วัด และทดสอบค่าต่างๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและปฏิบัติหลักการเกิดไฟฟ้ากระแสสลับ ค่าต่างๆ ของรูปคลื่นไซน์ เฟสเซอร์ไดอะแกรม ปริมาณเชิงซ้อน วงจร R-L-C แบบอนุกรม ขนาน และผสม วงจรเรโซแนนซ์ กำลังไฟฟ้า และเพาเวอร์แฟกเตอร์

3110-1001 วงจรไฟฟ้า

จุดประสงค์รายวิชา

1. เพื่อให้มีความเข้าใจหลักการและทฤษฎีวงจรไฟฟ้า
2. เพื่อให้สามารถคำนวณหาค่าความต้านทาน กระแส แรงดัน กำลังไฟฟ้า และตรวจสอบแก้ไข หาข้อบกพร่องของวงจร
3. เพื่อให้มีกึ๋นนิสัยในการทำงานด้วยความประณีต รอบคอบ และปลอดภัย มีความตระหนักถึงคุณธรรมของงาน และมีจริยธรรมในการสรุปผล รายงานผล และนำเสนอ

มาตรฐานรายวิชา

1. แก้ปัญหาโจทย์วงจรไฟฟ้าด้วยทฤษฎีวงจรไฟฟ้าต่างๆ
2. ทดสอบคุณสมบัติของวงจรไฟฟ้า
3. ทดสอบการปรับปรุงตัวประกอบกำลังไฟฟ้า

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและปฏิบัติองค์ประกอบของวงจร กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ และทิศทางการอ้างอิงแนวคิดเบื้องต้น เกี่ยวกับกราฟของวงจรจ่าย วงจรแบบตัวต้านทาน การวิเคราะห์แบบปมและเมช ทฤษฎีของเทวินินและนอร์ตัน คลื่นแบบไซน์ การแทนด้วยเฟสเซอร์ อิมพีแดนซ์ และแอดมิตแตนซ์ การวิเคราะห์ในสถานะอยู่ตัวต่อคลื่นแบบไซน์กำลังไฟฟ้า ผลตอบสนองเชิงความถี่ วงจรไฟฟ้าสามเฟส ระบบวงจรและกำลังไฟฟ้าสามเฟส การปรับปรุงตัวประกอบกำลังไฟฟ้า



คำนำ

หนังสือ **วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ** เล่มนี้ ได้พิมพ์และจำหน่ายมาแล้วกว่า 10 ปี เช่นเดียวกับหนังสือ **วงจรไฟฟ้ากระแสตรง** มีข้อเสนอแนะจากครูผู้สอนและนักเรียน นักศึกษา ในทำนองที่คล้ายคลึงกัน กล่าวคือ มีเนื้อหาในแต่ละบทค่อนข้างมาก ไม่สามารถศึกษาให้จบภายในหนึ่งภาคการศึกษาได้ และไม่สะดวกต่อการพกพาจากข้อจำกัดดังกล่าว ผู้เขียนจึงได้แก้ไขและลดทอนจำนวนตัวอย่างและเนื้อหาในบางตอนออก

สำหรับเนื้อหาโดยภาพรวมเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้ากระแสสลับยังอยู่ครบถ้วน ทั้งระดับ ปวช. และ ปวส. ดังนั้น ผู้สอนจึงควรเลือกใช้เนื้อหาในการสอนให้เหมาะสมกับระดับการศึกษาดังกล่าว แต่สำหรับผู้เรียนที่ต้องการความเข้าใจที่ลึกซึ้งเพิ่มขึ้น ก็สามารถศึกษาด้วยตนเองอย่างละเอียดในทุกบททุกตอนได้ เพราะมีเนื้อหาที่น่าเสนอเรียงลำดับกันไป และอาศัยพื้นฐานจากวงจรไฟฟ้ากระแสตรงที่ศึกษาผ่านมาแล้ว ในท้ายที่สุดนี้ ขอกราบขอบพระคุณครูอาจารย์ที่เป็นผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชากร เป็นแบบอย่างให้แก่ผู้เขียนตั้งแต่ครั้งยังเป็นนักศึกษา คือ **อาจารย์ยงยุทธ ลุงคะ** อดีตอาจารย์วิทยาลัยเทคนิคสุโขทัย **อาจารย์พิมพ์ใจ สระบัว** อดีตอาจารย์วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตเทคนิคตาก และ **อาจารย์ ดร. วันชัย ทรัพย์สิงห์** อดีตอาจารย์สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตเทเวศร์

ผู้เขียนขอขอบคุณกองบรรณาธิการฝ่ายตำราวิชาการ บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน) ที่ได้ช่วยเหลือในการจัดรูปแบบ แก้ไข ตรวจทาน และจัดพิมพ์ ถ้าครูผู้สอน นักเรียน นักศึกษา ที่ใช้หนังสือเล่มนี้แล้วพบข้อบกพร่อง โปรดแจ้งให้ทราบ เพื่อจะดำเนินการพิจารณาแก้ไขและปรับปรุงต่อไป

ชัด อินทาสี

E-mail: ch_inthasi@yahoo.com

สารบัญ

บทที่ 1 เวกเตอร์และจำนวนเชิงซ้อน	13
1.1 บทนำ	14
1.2 เวกเตอร์ (Vector)	14
1.3 จำนวนเชิงซ้อน	14
แบบฝึกหัด	37
บทที่ 2 การกำเนิดแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับและการวิเคราะห์รูปคลื่น	39
2.1 การกำเนิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำและกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ	41
2.2 ไซเคิล คาบเวลา ความถี่ และความเร็วเชิงมุม	48
2.3 รูปคลื่นไซน์	54
2.4 เฟสและแผนภาพเฟสเซอร์	59
2.5 ความสัมพันธ์ของสมการรูปคลื่นไซน์กับแผนภาพเฟสเซอร์	62
แบบฝึกหัด	73
บทที่ 3 ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	75
3.1 ตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	76
3.2 ตัวเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	82
3.3 ตัวเก็บประจุในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	101
แบบฝึกหัด	117



บทที่ 4 อิมพีแดนซ์และแอดมิตแตนซ์..... 123

4.1 อิมพีแดนซ์	124
4.2 แอดมิตแตนซ์	136
แบบฝึกหัด	146

บทที่ 5 วงจรตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ..... 149

5.1 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	150
5.2 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	159
5.3 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	165
5.4 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	170
แบบฝึกหัด	175

บทที่ 6 วงจรตัวต้านทาน ตัวเก็บประจุ..... 177

6.1 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	178
6.2 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	186
6.3 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	191
6.4 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	196
แบบฝึกหัด	202

บทที่ 7 วงจรตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ..... 205

7.1 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	206
7.2 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบอนุกรมในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	211
7.3 วงจรตัวต้านทาน – ตัวเหนี่ยวนำ – ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตเวลา	224

7.4 วงจรตัวต้านทาน-ตัวเหนี่ยวนำ-ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันแบบขนานในสภาวะคงตัว ในเทอมของขอบเขตความถี่	231
แบบฝึกหัด	242

บทที่ 8 การวิเคราะห์วงจรตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุแบบผสม 245

8.1 หลักการเบื้องต้นของวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	246
8.2 วงจร R-L-C แบบขนาน-อนุกรม	249
8.3 วงจร R-L-C ผสมแบบอนุกรม-ขนาน	254
8.4 วงจร R-L-C ผสมลักษณะทั่วไป	259
แบบฝึกหัด	265

บทที่ 9 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับ และการปรับปรุงเพาเวอร์แฟกเตอร์ 267

9.1 บทนำ	268
9.2 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวต้านทาน	268
9.3 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวเหนี่ยวนำบริสุทธิ์	272
9.4 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวเก็บประจุ	277
9.5 กำลังไฟฟ้าในวงจร R-L	282
9.6 กำลังไฟฟ้าในวงจร R-C	289
9.7 กำลังไฟฟ้าในวงจร R-L-C	295
9.8 กำลังไฟฟ้าในวงจร R-L-C ผสม	301
9.9 การวัดกำลังไฟฟ้าจริง	307
9.10 การปรับปรุงเพาเวอร์แฟกเตอร์	310
แบบฝึกหัด	321

บทที่ 10 วงจรเรโซแนนซ์ 323

10.1 บทนำ	324
10.2 วงจรเรโซแนนซ์อนุกรม	324
10.3 วงจรเรโซแนนซ์ขนาน	351
10.4 วงจรเรโซแนนซ์ผสม	370
แบบฝึกหัด	379

บทที่ 11 วงจรการแปลงเดลต้า-สตาร์ และวงจรบริดจ์ 381

11.1 บทนำ	382
11.2 วงจรการแปลงเดลต้า-สตาร์	382



11.3 วงจรบริดจ์	385
แบบฝึกหัด	395
บทที่ 12 ทฤษฎีวงจรตาข่าย 1	397
12.1 บทนำ	398
12.2 การแปลงแหล่งจ่ายพลังงานไฟฟ้า	398
12.3 วงจรแลตเตอร์	399
12.4 กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์กับวงจรตาข่าย	403
แบบฝึกหัด	417
บทที่ 13 ทฤษฎีวงจรตาข่าย 2	419
13.1 บทนำ	420
13.2 วิธีวงรอบกระแสของแมกซ์เวลล์กับวงจรตาข่าย	421
13.3 วิธีโนดโวลเตจกับวงจรตาข่าย	429
แบบฝึกหัด	441
บทที่ 14 ทฤษฎีวงจรตาข่าย 3	443
14.1 ทฤษฎีของเทเวนินกับวงจรตาข่าย	444
14.2 ทฤษฎีการวางซ้อนกับวงจรตาข่าย	450
แบบฝึกหัด	456
บทที่ 15 ทฤษฎีวงจรตาข่าย 4	459
15.1 ทฤษฎีของนอร์ตันกับวงจรตาข่าย	460
15.2 ทฤษฎีการส่งผ่านกำลังสูงสุดกับวงจรตาข่าย	466
แบบฝึกหัด	474
บทที่ 16 วงจรไฟฟ้า 3 เฟส	477
16.1 การกำเนิดแรงดันไฟฟ้า 3 เฟส	478
16.2 การต่อขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส	479
16.3 ปัญหาที่เกิดจากขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า	493
16.4 การต่อโหลดในระบบ 3 เฟสแบบสมดุล	496
16.5 การต่อโหลดในระบบ 3 เฟสแบบไม่สมดุล	508
16.6 การต่อโหลดในระบบ 3 เฟสแบบหลายชุด	526
แบบฝึกหัด	528

บทที่ 17 กำลังไฟฟ้าและการวัดกำลังไฟฟ้าในระบบ 3 เฟส.....	531
17.1 กำลังไฟฟ้า.....	532
17.2 การวัดกำลังไฟฟ้าในระบบ 3 เฟส.....	534
17.3 การปรับปรุงเพาเวอร์แฟกเตอร์ในวงจรไฟฟ้า 3 เฟส.....	546
แบบฝึกหัด.....	548
เฉลยแบบฝึกหัดท้ายบท	551
บรรณานุกรม	559





เวกเตอร์และจำนวนเชิงซ้อน

1

หลักการทั่วไป

1. การศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์และจำนวนเชิงซ้อนในการอธิบายปรากฏการณ์ของวงจร
2. ปริมาณทางไฟฟ้าเป็นปริมาณทางเวกเตอร์ เพราะมีทั้งขนาดและทิศทาง
3. จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number) ประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนจริง (Real Part) และส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพหรือจินตนาการ (Imaginary Part)
4. ปริมาณทางไฟฟ้ากระแสสลับสามารถเขียนในเทอมของเลขจำนวนเชิงซ้อนได้
5. จำนวนเชิงซ้อนสามารถเขียนได้ 4 รูปแบบคือ แบบเชิงขั้ว (Polar Form), แบบแกมมุมฉาก (Rectangular Form), แบบตรีโกณมิติ (Trigonometric Form) และแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Form)
6. จำนวนเชิงซ้อนสามารถแปลงกลับไปมาระหว่างรูปแบบทั้งสี่ได้
7. จำนวนเชิงซ้อนสามารถนำมาบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลัง และเขียนอยู่ภายใต้เครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ ได้



1.1 บทนำ

เวกเตอร์และจำนวนเชิงซ้อนเป็นอีกสาขาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่นำมาเป็นพื้นฐานของการศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ เพราะปริมาณทางไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับจะมีทั้งขนาดและทิศทาง (เวกเตอร์) รวมทั้งเป็นปริมาณที่มีส่วนที่เป็นจำนวนจริง และส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ (จำนวนเชิงซ้อน)

1.2 เวกเตอร์ (Vector)

เวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาด (Magnitude) และทิศทาง (Direction) เช่น เวกเตอร์ AB, เวกเตอร์ U และเวกเตอร์ V เป็นต้น ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB}$, $\vec{U}$ และ $\vec{V}$ ตามลำดับ

ส่วนปริมาณจะมีเฉพาะขนาด แต่ไม่มีทิศทาง เรียกว่า ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantity) เช่น มวล ความเร็ว และความเร่ง เป็นต้น

การบวกเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์

กำหนดให้ $\vec{U}$ และ $\vec{V}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ผลบวกของ $\vec{U}$ กับ $\vec{V}$ คือเวกเตอร์ที่ลากจากจุดเริ่มต้นของ $\vec{U}$ ไปยังจุดสิ้นสุดของ $\vec{V}$ ดังแสดงในรูปที่ 1.1



การบวกเวกเตอร์จะต้องคำนึงถึงขนาดและทิศทางด้วยเสมอ โดยการบวก (รวม) เวกเตอร์จะนำหางของเวกเตอร์ตัวที่ 2 มาต่อกับหัวของเวกเตอร์ตัวที่ 1 และถ้ามีเวกเตอร์ตัวที่ 3 ก็นำหางมาต่อที่หัวของเวกเตอร์ตัวที่ 2 แบบนี้ไปเรื่อยๆ จนครบตามจำนวน

สมบัติของการบวกเวกเตอร์

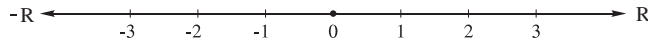
1. $\vec{U} + \vec{V} = \vec{V} + \vec{U}$
2. $(\vec{U} + \vec{V}) + \vec{W} = \vec{U} + (\vec{V} + \vec{W})$
3. $m(\vec{U} + \vec{V}) = m\vec{U} + m\vec{V}$ เมื่อ m เป็นปริมาณสเกลาร์
4. $(m + n)\vec{U} = m\vec{U} + n\vec{U}$ เมื่อ m และ n เป็นปริมาณสเกลาร์

1.3 จำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน คือจำนวนที่ประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนจริงและส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ

1.3.1 จำนวนจริง

จำนวนจริง คือจำนวนที่ทราบค่าแน่นอนให้ความหมายได้แน่ชัด เช่น 1, 2, 3, -1, -2, -3, ..., n หรืออาจเป็นจำนวนที่เป็นเศษส่วน หรือเป็นเลขที่มีทศนิยม หรือแม้กระทั่งเป็นศูนย์ (0) ก็เป็นจำนวนจริง และจำนวนจริงสามารถนำมาบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลัง และเขียนในรูปเครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ ได้ เช่น $1 + 2 = 3$, $4 - 5 = -1$, $3 \times 2 = 6$, $6/1 = 6$, $(7)^0 = 1$, $\sqrt{9} = 3$ เป็นต้น



รูปที่ 1.2 แกนจริง

1.3.2 จำนวนจินตภาพ

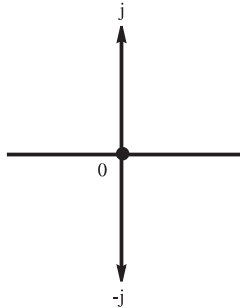
จำนวนจินตภาพ คือจำนวนที่ไม่เป็นจริง เป็นจำนวนจินตนาการ ไม่ทราบค่าว่ามีมากน้อยเพียงไร และขอให้อภิปรายสมการดังต่อไปนี้

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{-1}$$

ซึ่ง $\sqrt{-1}$ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถหาค่าได้ จึงกำหนดให้ j แทนค่า $\sqrt{-1}$ ค่า j หรือจำนวนจินตภาพนี้จะปรากฏอยู่ในแกน y กล่าวคือ ถ้ามีค่าไปทางบวกเรียกว่า j แต่ถ้ามีค่าไปทางลบเรียกว่า $-j$ ดังแสดงในรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 แกนจินตภาพ

การหาค่าของจำนวนจินตภาพมีหลายวิธี ประกอบด้วย

1. การบวกจำนวนจินตภาพ ทำได้เช่นเดียวกับจำนวนจริง เช่น

ก. $j2 + j3 = j5$ ข. $-j8 + j10 = j2$

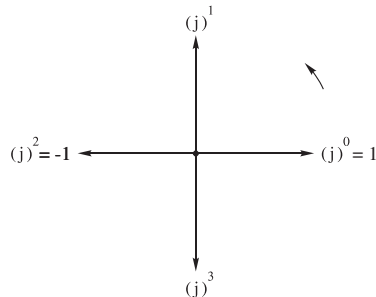
ค. $(-j4) + (-j1) = -j5$

2. การลบจำนวนจินตภาพ ทำได้เช่นเดียวกับจำนวนจริง เช่น

ก. $j8 - j4 = j4$ ข. $-j3 - j7 = -j10$

ค. $(-j2) - (-j3) = j1$

3. การยกกำลังของจำนวนจินตภาพ จะพิจารณาจากแกนจริงและแกนจินตภาพโดยกำหนดให้ค่าในแต่ละทิศทางเป็น 1 หน่วย ดังแสดงในรูปที่ 1.4



รูปที่ 1.4 ลักษณะการยกกำลังของจำนวนจินตภาพ

การพิจารณาการยกกำลังของจำนวนจินตภาพ ให้ศึกษาจากรูปที่ 1.4 วนทวนเข็มนาฬิกา ดังนี้

$$(j)^0 = 1$$

$$(j)^1 = j = \sqrt{-1}$$

$$(j)^2 = (j)(j) = (\sqrt{-1})(\sqrt{-1}) = -1$$

$$(j)^3 = (j)^2(j) = (-1)j = -j$$

$$(j)^4 = (j)^2(j)^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$(j)^5 = (j)^4(j) = (1)(j) = j = \sqrt{-1}$$

ในกรณีที่จำนวนจินตภาพยกกำลังด้วยตัวเลขค่ามากๆ การที่จะพิจารณาค่าการยกกำลัง ดังแสดงในรูปที่ 1.4 หรือการกระจายการยกกำลังจะทำให้ล้าช้า วิธีแก้ปัญหาคือ นำ 4 ไปหารค่ายกกำลังของจำนวนจินตภาพ แล้วนำเศษที่เหลือมาพิจารณาเป็นค่ายกกำลัง โดยการนำ 4 หารนั้น ให้หารตั้งแต่ $(j)^4$ เป็นต้นไป ดังนี้

$$(j)^4 \rightarrow 4/4 \text{ เศษ } 0 \rightarrow (j)^0 = 1$$

$$(j)^5 \rightarrow 5/4 \text{ เศษ } 1 \rightarrow (j)^1 = j = \sqrt{-1}$$

$$(j)^{729} \rightarrow 729/4 \text{ เศษ } 1 \rightarrow (j)^1 = j = \sqrt{-1}$$

ฯลฯ

4. การคูณจำนวนจินตภาพ เช่น

$$\text{ก. } (j4)(j2) = (j)^2 8 = (-1) 8 = -8$$

$$\text{ข. } (-j2)(j3) = -(j)^2 6 = -(-1) 6 = 6$$

$$\text{ค. } (-j5)(-j2) = (j)^2 10 = (-1) 10 = -10$$

5. การหารจำนวนจินตภาพ เช่น

$$\text{ก. } (j4)/(j2) = 4/2 = 2$$

$$\text{ข. } (-j6)/(j3) = -6/2 = -2$$

$$\text{ค. } (-j6)/(-j3) = 6/3 = 2$$

ยังมีวิธีหาค่าจำนวนเชิงซ้อนอีกหลายวิธี ต่อไปจะพิจารณาเลขจำนวนเชิงซ้อนที่มีทั้งส่วนจริงและส่วนจินตภาพ ดังนี้

$$\text{พิจารณาสมการ } Z^2 - 2Z + 3 = 0$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - (4)(3)}}{2} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{-2}}{2} \\ &= 1 \pm (\sqrt{-1})(\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{Z} = 1 \pm j\sqrt{2}$$

จะเห็นว่าค่าของ $\bar{Z}$ ประกอบด้วยส่วนจริงเท่ากับ 1 ส่วนจินตภาพเท่ากับ $\pm \sqrt{2}$ จึงเรียก $\bar{Z}$ ว่าเป็นเลขจำนวนเชิงซ้อน สามารถเขียนรูปแบบ (Form) ของ Z ในทอมทั่วไปได้ดังนี้

$$\bar{Z} = \pm (x) \pm j (y) \quad (1.1)$$

เมื่อ x คือส่วนที่เป็นจำนวนจริงอยู่ในแกน $\pm (x)$

y คือส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพอยู่ในแกน $\pm (y)$

ตัวอย่างที่ 1.1 จงหาค่าจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพของเลขจำนวนเชิงซ้อน ดังต่อไปนี้

ก. $6 + j2$

ข. $3 \times 10^{-3} - j1 \times 10^{-3}$

ค. $j17$

ง. $(j1)^2$

จ. 400×10^5

วิธีทำ

ก. จำนวนจริง = 6 ; จำนวนจินตภาพ = 2

ข. จำนวนจริง = 3×10^{-3} ; จำนวนจินตภาพ = -1×10^{-3}

ค. $j17 = 0 + j17$

จำนวนจริง = 0 ; จำนวนจินตภาพ = 17

ง. $(j1)^2 = -1 = -1 + j0$

จำนวนจริง = -1 ; จำนวนจินตภาพ = 0

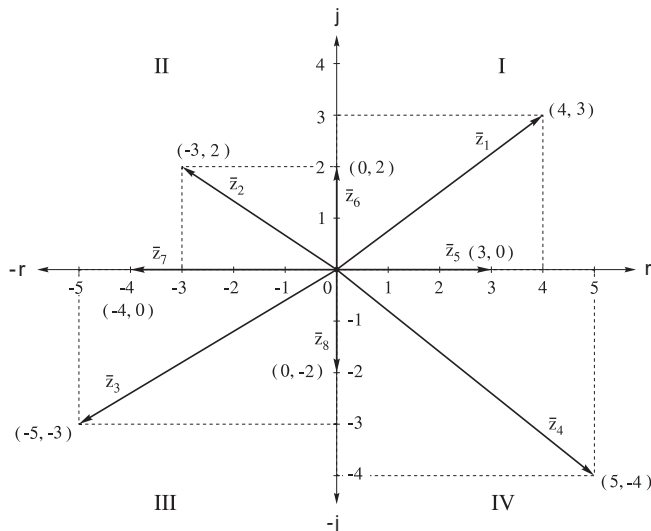
จ. $400 \times 10^5 = 400 \times 10^5 + j0$

จำนวนจริง = 400×10^5 ; จำนวนจินตภาพ = 0

ตอบ

1.3.3 รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน

1. รูปแบบแกนมุมฉาก (Rectangular Form) เป็นรูปแบบที่เขียนอยู่ในรูปของ $\bar{Z} = \pm (x) \pm j (y)$



รูปที่ 1.5 จำนวนเชิงซ้อนแบบแกนมุมฉาก

จากรูปที่ 1.5 เขียนเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบแกนมุมฉากได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 &= 4 + j3 & \bar{Z}_2 &= -3 + j2 \\ \bar{Z}_3 &= -5 - j3 & \bar{Z}_4 &= 5 - j4 \\ \bar{Z}_5 &= 3 + j0 & \bar{Z}_6 &= 0 + j2 \\ \bar{Z}_7 &= -4 + j0 & \bar{Z}_8 &= 0 - j2\end{aligned}$$

ก. การบวกและลบเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบแกนมุมฉาก ให้นำจำนวนจริงบวกหรือลบกับจำนวนจริง และนำจำนวนจินตภาพบวกหรือลบกับจำนวนจินตภาพ เช่น (อาศัยค่าจำนวนเชิงซ้อนจากรูปที่ 1.5)

$$\bar{Z}_1 \pm \bar{Z}_2 = (x_1 \pm x_2) \pm j (y_1 \pm y_2) \quad (1.2)$$

$$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (4 + j3) + (-3 + j2) = 1 + j5$$

$$\bar{Z}_5 - \bar{Z}_6 = (3 + j0) + (0 + j2) = 3 + j2$$

$$\bar{Z}_3 - \bar{Z}_4 = (-5 - j3) - (5 - j4) = -10 + j1$$

$$\bar{Z}_7 - \bar{Z}_8 = (-4 + j0) - (0 - j2) = -4 + j2$$

ข. การคูณเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบมุมฉาก อาศัยหลักการคูณทางพีชคณิตทั่วไป กล่าวคือ

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 \bar{Z}_4 &= (4 + j3)(5 - j4) \\ &= 20 - j16 + j15 - (j)^2 12 \\ &= 20 - j1 + 12 \\ &= 32 - j1 \\ \bar{Z}_6 \bar{Z}_7 &= (0 + j2)(-4 + j0) \\ &= -j8 \\ &= 0 - j8\end{aligned}$$

ค. การหารเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบมุมฉาก ให้นำตัวหารมาคอนจูเกต (Conjugate) แล้วเอาไปคูณ ทั้งเศษและส่วนที่หารกันอยู่ การคอนจูเกต คือการเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงกันข้ามของส่วนจินตภาพ เช่น

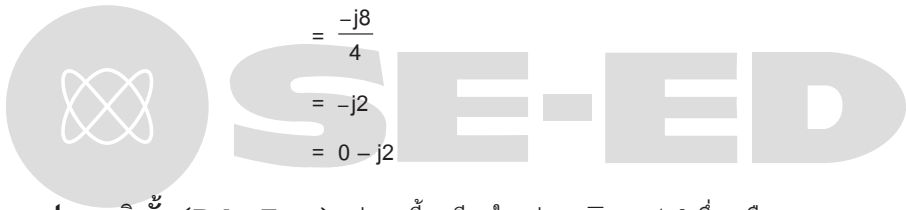
$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 &= 4 + j3 \\ \text{ดังนั้น } \bar{Z}_1^* &= 4 - j3 \\ \bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 &= \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} \cdot \frac{\bar{Z}_2^*}{\bar{Z}_2^*} \quad (1.3)\end{aligned}$$



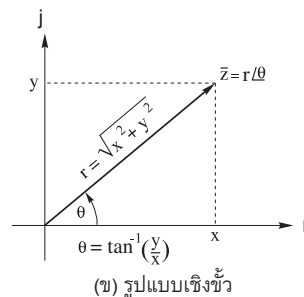
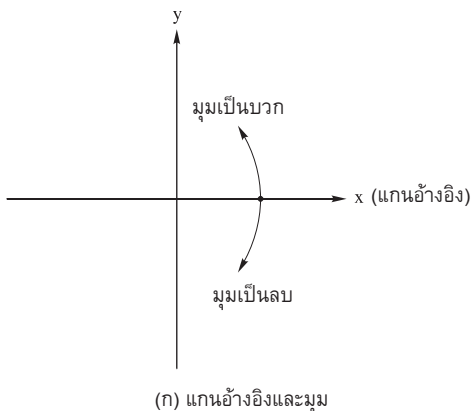
ตัวอย่างการหารมีดังนี้

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_3 / \bar{Z}_4 &= \frac{(-5 - j3)}{(5 - j4)} \frac{(5 + j4)}{(5 + j4)} \\
 &= \frac{-25 - j20 - j15 - (j)^2 12}{(25 + j20 - j20 - (j)^2 16)} \\
 &= \frac{-25 - j35 + 12}{(25 + 16)} \\
 &= \frac{-13 - j35}{41} \\
 &= -0.317 - j0.853
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_7 / \bar{Z}_8 &= \frac{(-4 - j0)}{(0 - j2)} \frac{(0 + j2)}{(0 + j2)} \\
 &= \frac{-j8}{-(j)^2 4} \\
 &= \frac{-j8}{4} \\
 &= -j2 \\
 &= 0 - j2
 \end{aligned}$$



2. รูปแบบเชิงขั้ว (Polar Form) รูปแบบนี้จะเขียนในรูปของ $\bar{Z} = r / \pm \theta$ ซึ่ง r คือขนาดของเวกเตอร์ และ $\pm \theta$ เป็นทิศทางของเวกเตอร์ที่อ้างอิงอยู่กับแกนอ้างอิง มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 1.6



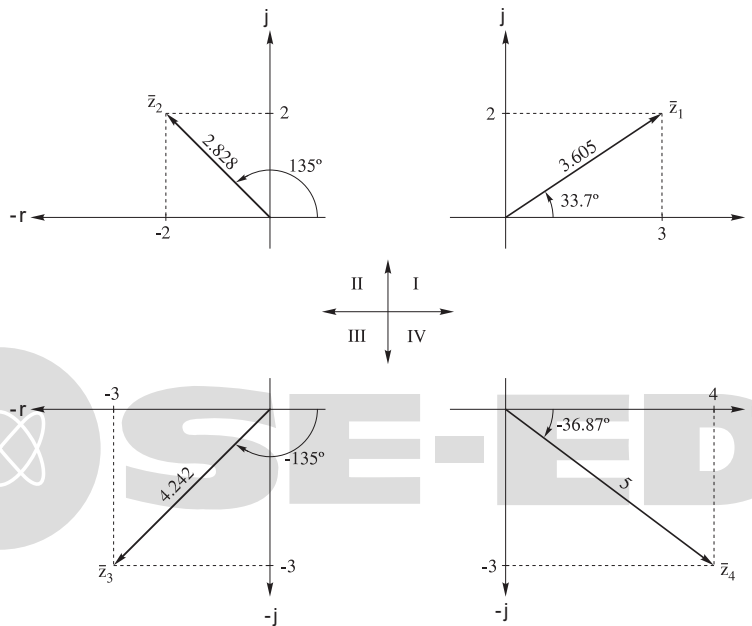
รูปที่ 1.6 จำนวนเชิงซ้อนแบบเชิงขั้ว

จากรูปที่ 1.6 (ข)

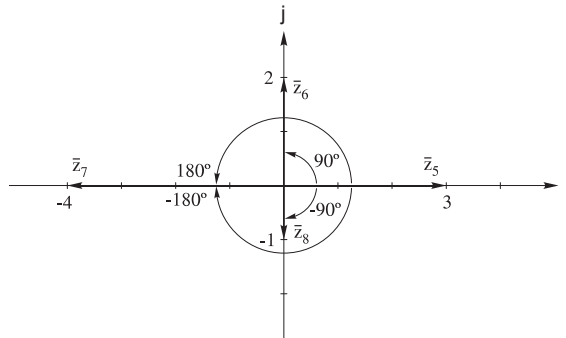
r คือค่าขนาดของ $\bar{Z}$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $\bar{Z}$

θ คือมุมของ $\bar{Z}$ วัดเป็นองศา

ให้พิจารณาจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเชิงขั้วในระนาบแกน x และ y ดังต่อไปนี้



รูปที่ 1.7 จำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเชิงขั้วในระนาบแกน x และ y



รูปที่ 1.8 จำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเชิงขั้วในทิศทางของแกน x และ y



จากรูปที่ 1.7 และ 1.8 เขียนเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงขั้วได้ดังนี้

$$\bar{Z}_1 = 3.605 \angle 33.7^\circ \quad \bar{Z}_2 = 2.828 \angle 135^\circ$$

$$\bar{Z}_3 = 4.242 \angle -135^\circ \quad \bar{Z}_4 = 5 \angle -36.87^\circ$$

$$\bar{Z}_5 = 3 \angle 0^\circ \quad \bar{Z}_6 = 2 \angle 90^\circ$$

$$\bar{Z}_7 = 4 \angle 180^\circ = 4 \angle -180^\circ \quad \bar{Z}_8 = 1 \angle -90^\circ$$

ก. การบวกและลบเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงขั้ว การบวกและลบจะกระทำโดยตรงไม่ได้ แต่จะต้องแปลงไปเป็นรูปแบบแกนมุมฉากเสียก่อนจึงจะบวกและลบกันได้ (จะอธิบายในลำดับต่อไป)

ข. การคูณเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงขั้ว ให้นำขนาดมาคูณกัน ส่วนมุมนั้นให้นำมาบวกกัน

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 &= r_1 \angle \theta_1 \text{ และ } \bar{Z}_2 = r_2 \angle \theta_2 \\ \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 &= (r_1)(r_2) \angle \theta_1 + \theta_2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 &= (3.605)(2.828) \angle 33.7^\circ + 135^\circ \\ &= 10.195 \angle 168.7^\circ \\ \bar{Z}_6 \bar{Z}_8 &= (2)(1) \angle 90^\circ + (-90^\circ) \\ &= 2 \angle 0^\circ \end{aligned}$$

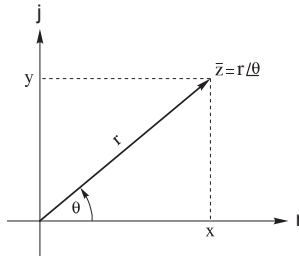
ค. การหารเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงขั้ว ให้นำขนาดมาหารกัน ส่วนมุมนั้นให้นำมาลบกัน

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 &= r_1 \angle \theta_1 \text{ และ } \bar{Z}_2 = r_2 \angle \theta_2 \\ \bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 &= \frac{r_1}{r_2} \angle \theta_1 - \theta_2 \end{aligned} \quad (1.5)$$

ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 &= \frac{3.605}{2.828} \angle 33.7^\circ - 135^\circ \\ &= 1.274 \angle -101.3^\circ \\ \bar{Z}_7 / \bar{Z}_6 &= \frac{4}{2} \angle 180^\circ - 90^\circ \\ &= 2 \angle 90^\circ \\ \bar{Z}_4 / \bar{Z}_8 &= \frac{5}{1} \angle -36.87^\circ - (-90^\circ) \\ &= 5 \angle 53.13^\circ \end{aligned}$$

3. รูปแบบตรีโกณมิติ (Trigonometric Form) เป็นรูปแบบที่ได้พัฒนามาจากรูปแบบเชิงขั้วโดยการแตก (แยก) เวกเตอร์ไปทางด้านแกนค่าจริง (x) และแกนค่าจินตภาพ (y) ตามลำดับ



รูปที่ 1.9 จำนวนเชิงซ้อนแบบตรีโกณมิติ

กำหนดให้ $\bar{Z} = r \angle \theta$

จะได้

$$\bar{Z} = r \angle \theta$$

$$= x + jy$$

$$= r \cos \theta + j r \sin \theta$$

$\therefore$

$$\bar{Z} = r (\cos \theta + j \sin \theta)$$

(1.6)

เรียกสมการที่ (1.6) ว่า เลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบตรีโกณมิติ

จากรูปที่ 1.7 และ 1.8 เขียนเป็นเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบตรีโกณมิติได้ดังนี้

$$\bar{Z}_1 = 3.605 (\cos 33.7^\circ + j \sin 33.7^\circ)$$

$$\bar{Z}_2 = 2.828 (\cos 135^\circ + j \sin 135^\circ)$$

$$\bar{Z}_3 = 4.242 [\cos (-135^\circ) + j \sin (-135^\circ)]$$

$$\bar{Z}_4 = 5 [\cos (-36.87^\circ) + j \sin (-36.87^\circ)]$$

$$\bar{Z}_5 = 3 (\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ)$$

$$\bar{Z}_6 = 2 (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ)$$

$$\bar{Z}_7 = 4 (\cos 180^\circ + j \sin 180^\circ)$$

และ

$$\bar{Z}_8 = 1 [\cos (-90^\circ) + j \sin (-90^\circ)]$$

ก. การคูณเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบตรีโกณมิติ

กำหนดให้

$$\bar{Z}_1 = r_1 (\cos \theta_1 + j \sin \theta_1)$$

$$\bar{Z}_2 = r_2 (\cos \theta_2 + j \sin \theta_2)$$



$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 &= r_1 (\cos\theta_1 + j \sin\theta_1) r_2 (\cos\theta_2 + j \sin\theta_2) \\
 &= r_1 r_2 (\cos\theta_1 + j \sin\theta_1) (\cos\theta_2 + j \sin\theta_2) \\
 &= r_1 r_2 (\cos\theta_1 \cos\theta_2 + j \sin\theta_2 \cos\theta_1 + j \sin\theta_1 \cos\theta_2 + (j)^2 \sin\theta_1 \sin\theta_2) \\
 &= r_1 r_2 (\cos\theta_1 \cos\theta_2 + j \sin\theta_2 \cos\theta_1 + j \sin\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2) \\
 &= r_1 r_2 [(\cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2) + j (\sin\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_2 \cos\theta_1)] \\
 \therefore \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 &= r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + j \sin(\theta_1 + \theta_2)] \quad (1.7)
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างเช่น $\bar{Z}_6 \bar{Z}_8 = (2)(1) \{\cos[90^\circ + (-90^\circ)] + j \sin[90^\circ + (-90^\circ)]\}$
 $= 2 [\cos 0 + j \sin 0]$

ข. การหารเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบตรีโกณมิติ

กำหนดให้

$$\bar{Z}_1 = r_1 (\cos\theta_1 + j \sin\theta_1)$$

$$\bar{Z}_2 = r_2 (\cos\theta_2 + j \sin\theta_2)$$

$$\bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 = \frac{r_1 (\cos\theta_1 + j \sin\theta_1)}{r_2 (\cos\theta_2 + j \sin\theta_2)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\cos\theta_1 + j \sin\theta_1}{\cos\theta_2 + j \sin\theta_2} \right) \left(\frac{\cos\theta_2 + j \sin\theta_2}{\cos\theta_2 + j \sin\theta_2} \right) \\
 &= \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 - j \sin\theta_2 \cos\theta_1 + j \sin\theta_1 \cos\theta_2 - (j)^2 \sin\theta_1 \sin\theta_2}{\cos^2\theta_2 - j \cos\theta_2 \cos\theta_2 + j \sin\theta_2 \cos\theta_2 - (j)^2 \sin^2\theta_2} \right) \\
 &= \frac{r_1}{r_2} [(\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2) + j (\sin\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_2 \cos\theta_1)]
 \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + j \sin(\theta_1 - \theta_2)] \quad (1.8)$$

ตัวอย่างเช่น $\bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 = \frac{3.605}{2.828} [\cos(33.7^\circ - 135^\circ) + j \sin(33.7^\circ - 135^\circ)]$
 $= 1.274 [\cos(-101.3^\circ) + j \sin(-101.3^\circ)]$

4. รูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Form) เป็นรูปแบบที่พัฒนามาจากรูปแบบตรีโกณมิติ

กล่าวคือ จากกฎของออยเลอร์ (Euler's Formula) จะได้

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j \sin\theta$$

$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j \sin\theta$$

เมื่อ $e = 2.718281828$

จากสมการที่ (1.6) จะได้

$$\bar{Z} = re^{j\theta} \quad (1.9)$$

เรียกสมการที่ (1.7) ว่า เลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล จากเลขจำนวนเชิงซ้อนทั้ง 8 ค่า ($\bar{Z}_1$ ถึง $\bar{Z}_8$) ในหัวข้อที่ 2 และ 3 ที่ผ่านมา นำมาเขียนเป็นเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียลได้ดังนี้

$$\bar{Z}_1 = 3.605 e^{j 33.7^\circ}$$

$$\bar{Z}_2 = 2.828 e^{j 135^\circ}$$

$$\bar{Z}_3 = 4.242 e^{j (-135^\circ)} = 4.242 e^{-j 135^\circ}$$

$$\bar{Z}_4 = 5 e^{j (-36.87^\circ)} = 5 e^{-j 36.87^\circ}$$

$$\bar{Z}_5 = 3 e^{j 0^\circ}$$

$$\bar{Z}_6 = 2 e^{j 90^\circ}$$

$$\bar{Z}_7 = 4 e^{j 180^\circ}$$

และ $\bar{Z}_8 = 1 e^{j (-90^\circ)} = 1 e^{-j 90^\circ}$

ก. การบวกและลบเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล จะต้องทำการแปลงให้เป็นรูปแบบแกนมุมฉากก่อนจึงจะบวกและลบกันได้ (จะอธิบายในลำดับถัดไป)

ข. การคูณเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล ให้นำขนาดมาคูณกัน และนำค่ามุม θ มาบวกกัน

$$\bar{Z}_1 = r_1 e^{j \theta_1} \text{ และ } \bar{Z}_2 = r_2 e^{j \theta_2}$$

$$\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 = (r_1)(r_2) e^{j (\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.10)$$

ตัวอย่างเช่น

$$\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 = (3.605)(2.828) e^{j (33.7^\circ + 135^\circ)}$$

$$= 10.195 e^{j 168.7^\circ}$$

$$\bar{Z}_6 \bar{Z}_8 = (2)(1) e^{j [90^\circ + (-90^\circ)]}$$

$$= 2 e^{j 0^\circ}$$

ค. การหารเลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล ให้นำขนาดมาหารกัน และนำค่ามุม θ มาลบกัน

$$\bar{Z}_1 = r_1 e^{j \theta_1} \text{ และ } \bar{Z}_2 = r_2 e^{j \theta_2}$$

$$\bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 = \frac{r_1}{r_2} e^{j (\theta_1 - \theta_2)} \quad (1.11)$$



ตัวอย่างเช่น

$$\bar{Z}_1/\bar{Z}_2 = \frac{3.605}{2.828} e^{j(33.7^\circ - 135^\circ)} = 1.274 e^{-j101.3^\circ}$$

$$\bar{Z}_7/\bar{Z}_6 = \frac{4}{2} e^{j(180^\circ - 90^\circ)} = 2 e^{j90^\circ}$$

$$\bar{Z}_4/\bar{Z}_8 = \frac{5}{1} e^{j[(-36.87^\circ) - (-90^\circ)]} = 5 e^{j53.13^\circ}$$

1.3.4 การคอนจูเกตเลขจำนวนเชิงซ้อน

การคอนจูเกตแทนด้วยสัญลักษณ์ * เช่น คอนจูเกตของ $\bar{Z}$ สามารถเขียนได้เป็น $\bar{Z}^*$ โดยที่การคอนจูเกตคือการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมายเป็นตรงกันข้ามกับเครื่องหมายเดิมที่ค่ามุม θ หรือค่าจินตภาพ แล้วแต่กรณี

เราสามารถเขียนการคอนจูเกตของจำนวนเชิงซ้อนได้ 4 แบบดังนี้

$$\bar{Z} = x + jy \quad ; \quad \bar{Z}^* = x - jy$$

$$\bar{Z} = r \angle \theta \quad ; \quad \bar{Z}^* = r \angle -\theta$$

$$\bar{Z} = r(\cos\theta + j\sin\theta) \quad ; \quad \bar{Z}^* = r(\cos\theta - j\sin\theta)$$

$$\bar{Z} = re^{j\theta} \quad ; \quad \bar{Z}^* = re^{-j\theta}$$

- พิจารณา $\bar{Z}\bar{Z}^*$ จากรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\bar{Z}\bar{Z}^* &= (r \angle \theta)(r \angle -\theta) \\ &= (r)^2 \angle \theta + (-\theta) \\ &= (r)^2\end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}\bar{Z}\bar{Z}^* &= (x + jy)(x - jy) \\ &= x^2 - jxy + jxy - (j)^2 y^2 \\ &= x^2 + y^2 \\ &= (r)^2\end{aligned}$$

$$\therefore \bar{Z}\bar{Z}^* = (r)^2 \quad (1.12)$$

- พิจารณา $(\bar{Z}^*)^*$ เมื่อกำหนดให้ $\bar{Z} = x + jy$

$$\begin{aligned}(\bar{Z}^*)^* &= (x - jy)^* \\ &= x + jy \\ &= \bar{Z}\end{aligned}$$

$$\therefore (\bar{Z}^*)^* = \bar{Z} \quad (1.13)$$

- พิจารณา $(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)^*$ เมื่อกำหนดให้ $\bar{Z}_1 = x_1 + jy_1$ และ $\bar{Z}_2 = x_2 + jy_2$

$$\begin{aligned}(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)^* &= (x_1 + jy_1 + x_2 + jy_2)^* \\&= [(x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)]^* \\&= (x_1 + x_2) - j(y_1 + y_2) \\&= (x_1 - jy_1) + (x_2 - jy_2)\end{aligned}$$

$$\therefore (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)^* = \bar{Z}_1^* + \bar{Z}_2^* \quad (1.14)$$

ตัวอย่างที่ 1.2 จงคำนวณหาค่าของเลขจำนวนเชิงซ้อนดังต่อไปนี้

ก. $\text{Re} \left(\frac{\bar{Z}}{\bar{Z}^*} \right)$ เมื่อ $\bar{Z} = x + jy$

ข. $\text{Im} \left(\frac{2}{(1 - j1)(3 + j1)} \right)$

ค. $\frac{j}{(1 - j1)(1 - j2)(1 + j2)}$

วิธีทำ

ก. $\text{Re} \left(\frac{\bar{Z}}{\bar{Z}^*} \right)$ เมื่อ $\bar{Z} = x + jy$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\bar{Z}}{\bar{Z}^*} \right) &= \left(\frac{x + jy}{x - jy} \right) \left(\frac{x + jy}{x + jy} \right) \\&= \frac{x^2 + jxy + jxy + (j)^2 y^2}{x^2 + jxy - jxy + (j)^2 y^2} \\&= \frac{(x^2 - y^2) + j(2xy)}{(x^2 + y^2)}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{Re} \left(\frac{\bar{Z}}{\bar{Z}^*} \right) = \frac{(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)}$$

ข. $\text{Im} \left(\frac{2}{(1 - j1)(3 + j1)} \right)$

$$\frac{2}{(1 - j1)(3 + j1)} = \frac{2}{3 + j1 - j3 - (j)^2 1}$$

$$= \frac{2}{4 - j2}$$

$$= \left(\frac{2}{4 - j2} \right) \left(\frac{4 + j2}{4 + j2} \right)$$



$$\begin{aligned} &= \frac{8 + j4}{(16 + j8 - j8 - (j)^2 4)} \\ &= \frac{8 + j4}{20} \\ &= \frac{2}{5} + j \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$\therefore \text{Im} \left(\frac{2}{(1 - j1)(3 + j1)} \right) = \frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} \text{c. } & \frac{j}{(1-j)(1-j^2)(1+j^2)} \\ &= \frac{j}{(1-j-j+ j^2)(1+j^2)} \\ &= \frac{j}{(-1-j^3)(1+j^2)} \\ &= \frac{j}{(-1-j^2-j^3-(j^2)^2)} \\ &= \frac{j}{(5-j^5)} \\ &= \frac{j}{(5-j^5)} \cdot \frac{(5+j^5)}{(5+j^5)} \\ &= \frac{j^5 + (j^2)^5}{25 + j^5 - j^5 - (j^2)^5} \\ &= \frac{-5 + j^5}{50} \\ &= \frac{-1}{10} + j \frac{1}{10} \end{aligned}$$

ตอบ

1.3.5 ค่าสัมบูรณ์หรือมอดุลีของเลขจำนวนเชิงซ้อน

คำสมมูลนี้ได้กล่าวถึงมาบ้างแล้วในข้อที่ 2 ของหัวข้อที่ 1.3.3 ซึ่งคำสมมูลหมายถึง ขนาดของเลขจำนวนเชิงซ้อนหรือขนาดของ Z ทั้งนี้ไม่ว่าเลขจำนวนเชิงซ้อนจะเขียนอยู่ในรูปแบบใดก็ตาม สามารถหาขนาดได้ทั้งสิ้น

ค่าสัมบูรณ์ของ $\bar{z}$ หรือขนาดของ $\bar{z}$ เขียนแทนด้วย $|\bar{z}|$

- $|Z|$ ในรูปแบบแกนมุมฉาก

$$\begin{aligned} |\bar{z}| &= |x + jy| \\ &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

- $|Z|$ ในรูปแบบเชิงขั้ว

$$\begin{aligned} |Z| &= |r \angle \theta| \\ &= r \end{aligned}$$

- $|Z|$ ในรูปแบบตรีโกณมิติ

$$\begin{aligned} |Z| &= |r \cos \theta + j r \sin \theta| \\ &= \sqrt{(r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2} \\ &= \sqrt{r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} \\ &= r \end{aligned}$$

- $|Z|$ ในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล

$$\begin{aligned} |Z| &= |r e^{j\theta}| \\ &= r \end{aligned}$$

พิจารณาสมการที่ (1.12) ประกอบกับ $|Z|$ ที่นำเสนอมานี้สรุปได้ว่า

$$|Z| = r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{Z Z^*} \quad (1.15)$$

ตัวอย่างที่ 1.3 จงคำนวณหา $|Z|$ ดังต่อไปนี้

ก. $2 - j3$

ข. $-j7$

ค. -3

ง. $2e^{j30^\circ}$

จ. $3 \angle 10^\circ$

วิธีทำ

ก.

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= 2 + j3 \\ |Z| &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{13} \\ &= 3.605 \end{aligned}$$

ข.

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= -j7 = 0 - j7 \\ |Z| &= \sqrt{(-7)^2} \\ &= \sqrt{49} \\ &= 7 \end{aligned}$$



ค. $\bar{Z} = -3 = -3 + j0$

$$|\bar{Z}| = \sqrt{(-3)^2} \\ = \sqrt{9} = 3$$

ง. $\bar{Z} = 2e^{j30^\circ}$

$$|\bar{Z}| = |2e^{j30^\circ}| = 2$$

จ. $\bar{Z} = 3 \angle 10^\circ$

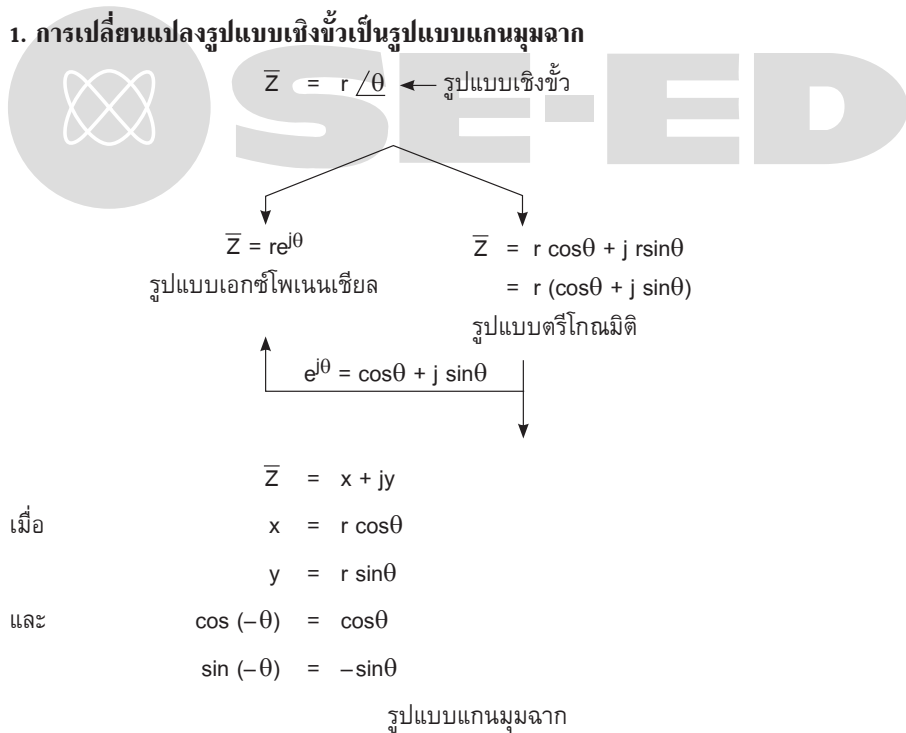
$$|\bar{Z}| = |3 \angle 10^\circ| = 3$$

ตอบ

1.3.6 การเปลี่ยนแปลงรูปแบบเลขจำนวนเชิงซ้อน

การเปลี่ยนแปลงรูปแบบเลขจำนวนเชิงซ้อนจะศึกษาถึงการแปลงรูปแบบ 2 กรณีหลัก ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงรูปแบบเชิงขั้วเป็นรูปแบบแกนมุมฉาก



ตัวอย่างที่ 1.4 จงแปลงเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเชิงขั้วเป็นรูปแบบแกนมุมฉาก

ก. $\bar{Z} = 2 \angle 0^\circ$ ข. $\bar{Z} = 2 \angle 90^\circ$

ค. $\bar{Z} = 2 \angle 180^\circ$ ง. $\bar{Z} = 2 \angle -90^\circ$

จ. $\bar{Z} = 2 \angle 30^\circ$

วิธีทำ

ก.
$$\begin{aligned}\bar{Z} &= 2 \angle 0^\circ = 2 (\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ) \\ &= 2 (1 + j0) \\ &= 2 + j0\end{aligned}$$

ข.
$$\begin{aligned}\bar{Z} &= 2 \angle 90^\circ = 2 (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) \\ &= 2 (0 + j1) \\ &= 0 + j2\end{aligned}$$

ค.
$$\begin{aligned}\bar{Z} &= 2 \angle 180^\circ = 2 (\cos 180^\circ + j \sin 180^\circ) \\ &= 2 (-1 + j0) \\ &= -2 + j0\end{aligned}$$

ง.
$$\begin{aligned}\bar{Z} &= 2 \angle -90^\circ = 2 [\cos (-90^\circ) + j \sin (-90^\circ)] \\ &= 2 [\cos 90^\circ - j \sin 90^\circ] \\ &= 2 [0 - j1] \\ &= 0 - j2\end{aligned}$$

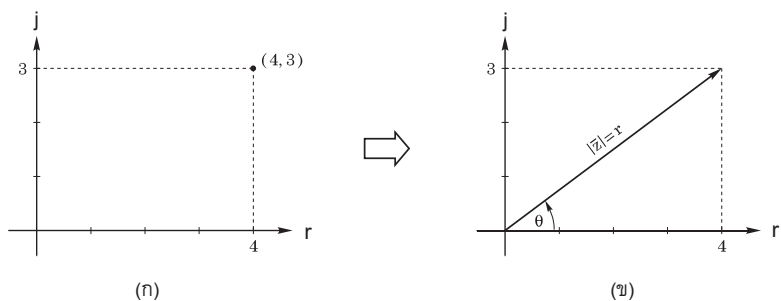
จ.
$$\begin{aligned}\bar{Z} &= 2 \angle 30^\circ = 2 (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) \\ &= 2 (0.866 + j0.5) \\ &= 1.732 + j1\end{aligned}$$

ตอบ

2. การเปลี่ยนแปลงจากรูปแบบแกนมุมฉากเป็นแบบเชิงขั้ว จะพิจารณาคู่ลำดับของเลขจำนวนเชิงซ้อนในแต่ละคอแตรนต์ เพื่อเปลี่ยนแปลงเป็นแบบเชิงขั้ว ตามลำดับดังต่อไปนี้



ก. ควอดรอนต์ I ; (x, y)

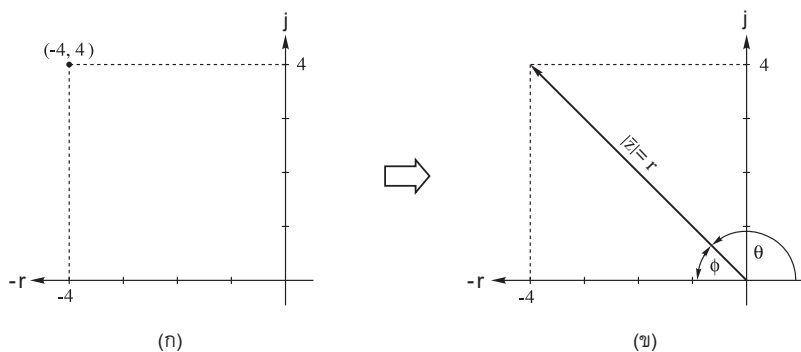


รูปที่ 1.10 คู่อันดับของจำนวนเชิงซ้อนควอดรอนต์ I

จากรูปที่ 1.10 (ก) ; $\bar{Z} = x + jy$
 $= 4 + j3$

จากรูปที่ 1.10 (ข) ; $\bar{Z} = r \angle \theta$
 $= \sqrt{x^2 + y^2} \angle \tan^{-1}(y/x)$
 $= \sqrt{4^2 + 3^2} \angle \tan^{-1}(3/4)$
 $= 5 \angle 36.87^\circ$

ข. ควอดรอนต์ II ; $(-x, y)$

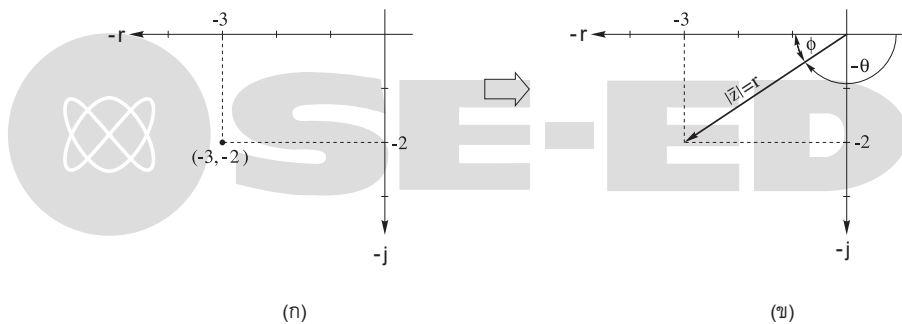


รูปที่ 1.11 คู่อันดับของจำนวนเชิงซ้อนในควอดรอนต์ II

จากรูปที่ 1.11 (ก) ; $\bar{Z} = -x + jy$
 $= -4 + j4$

จากรูปที่ 1.11 (ข) ; $\bar{Z} = r \angle \theta$
 $= \sqrt{(-x)^2 + y^2} \angle 180^\circ - \phi$
 $= \sqrt{(-x)^2 + y^2} \angle 180^\circ - \tan^{-1}(y/x)$
 $= \sqrt{(-4)^2 + 4^2} \angle 180^\circ - \tan^{-1}(4/4)$
 $= 5.657 \angle 180^\circ - 45^\circ$
 $= 5.657 \angle 135^\circ$

ค. ควอดรนต์ III ; $(-x, -y)$



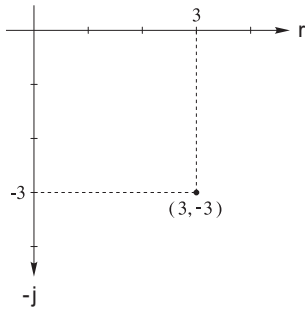
รูปที่ 1.12 คู่มือของจำนวนเชิงซ้อนในควอดรนต์ III

จากรูปที่ 1.12 (ก) ; $\bar{Z} = -x - jy$
 $= -3 - j2$

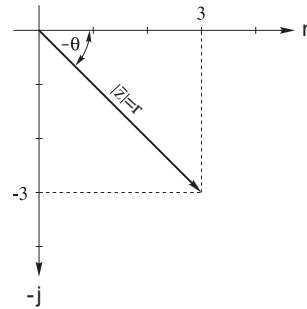
จากรูปที่ 1.12 (ข) ; $\bar{Z} = r \angle -\theta$
 $= \sqrt{(-x)^2 + (-y)^2} \angle -(180^\circ - \phi)$
 $= \sqrt{(-x)^2 + (-y)^2} \angle -[180^\circ - \tan^{-1}(y/x)]$
 $= \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \angle -[180^\circ - \tan^{-1}(2/3)]$
 $= 3.605 \angle -(180^\circ - 33.7^\circ)$
 $= 3.605 \angle -146.3^\circ$



ง. ควอดรอนต์ IV ; $(x, -y)$



(ก)



(ข)

รูปที่ 1.13 คู่อันดับของจำนวนเชิงซ้อนในควอดรอนต์ IV

จากรูปที่ 1.13 (ก) ; $\bar{Z} = x - jy$
 $= 3 - j3$

จากรูปที่ 1.13 (ข) ; $\bar{Z} = r \angle -\theta$
 $= \sqrt{x^2 + (-y)^2} \angle -\tan^{-1}(y/x)$
 $= \sqrt{3^2 + (-3)^2} \angle -\tan^{-1}(3/3)$
 $= 4.242 \angle -45^\circ$

สำหรับกรณีที่เลขจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบแกนมุมฉากอยู่บนแกนทั้งสี่พอดี $(\pm r, \pm j)$ มีวิธีการแปลงเป็นรูปแบบเชิงขั้วดังเช่นการแปลงในระหว่างควอดรอนต์ทั้งสี่ที่นำเสนอมาแล้ว อย่างไรก็ตาม ผู้เขียนได้ยกตัวอย่างการแปลงไว้ในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.5 จงแปลงเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบแกนมุมฉากเป็นรูปแบบเชิงขั้ว

ก. $\bar{Z} = 3 + j0$ ข. $\bar{Z} = 0 + j1$

ค. $\bar{Z} = -4 + j0$ ง. $\bar{Z} = 0 - j2$

วิธีทำ

ก. $\bar{Z} = 3 + j0 = \sqrt{3^2 + 0^2} \angle \tan^{-1}(0/3)$
 $= 3 \angle 0^\circ$

$$\begin{aligned}
 \text{ข.} \quad \bar{Z} &= 0 + j1 = \sqrt{0^2 + 1^2} \angle \tan^{-1}(1/0) \\
 &= 1 \angle \tan^{-1}(\infty) \\
 &= 1 \angle 90^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ค.} \quad \bar{Z} &= -4 + j0 = \sqrt{(-4)^2 + 0^2} \angle 180^\circ - \tan^{-1}(0/4) \\
 &= 4 \angle 180^\circ - \tan^{-1}(0) \\
 &= 4 \angle 180^\circ - 0^\circ \\
 &= 4 \angle 180^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ง.} \quad \bar{Z} &= 0 - j2 = \sqrt{0^2 + (-2)^2} \angle -\tan^{-1}(2/0) \\
 &= 2 \angle -\tan^{-1}(\infty) \\
 &= 2 \angle -90^\circ
 \end{aligned}$$

ตอบ

1.3.7 กำลังของเลขจำนวนเชิงซ้อน

เลขจำนวนเชิงซ้อนสามารถเขียนในรูปของการยกกำลังได้
กำหนดให้

$$\bar{Z} = r \cos \theta + j r \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
 (\bar{Z})^n &= [r (\cos \theta + j \sin \theta)]^n \\
 &= r^n [\cos (n\theta) + j \sin (n\theta)]
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

เมื่อ $|\bar{Z}| = r = 1$ จะได้

$$(\cos \theta + j \sin \theta)^n = \cos (n\theta) + j \sin (n\theta) \tag{1.17}$$

หรือกำหนดให้

$$\begin{aligned}
 \bar{Z} &= r \angle \theta \\
 (\bar{Z})^n &= (r \angle \theta)^n \\
 &= r^n \angle n\theta
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

ตัวอย่างที่ 1.6 จงคำนวณหาค่าของเลขจำนวนเชิงซ้อนยกกำลังดังต่อไปนี้

$$\text{ก. } \bar{Z} = 4 (\cos 15^\circ + j \sin 15^\circ) \text{ เมื่อ } (\bar{Z})^2 \quad \text{ข. } \bar{Z} = 1 + j1 \text{ เมื่อ } (\bar{Z})^{12}$$

$$\text{ค. } \bar{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ เมื่อ } (\bar{Z})^{-6}$$



วิธีทำ

ก. $\bar{Z} = 4 (\cos 15^\circ + j \sin 15^\circ)$ เมื่อ $(\bar{Z})^2$

$$\begin{aligned}(\bar{Z})^2 &= 4^2 [\cos (2 \times 15^\circ) + j \sin (2 \times 15^\circ)] \\&= 16 [\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ] \\&= 16 [0.866 + j0.5] \\&= 13.856 + j8\end{aligned}$$

ข. $\bar{Z} = 1 + j1$ เมื่อ $(\bar{Z})^{12}$

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \sqrt{1^2 + 1^2} \angle \tan^{-1} (1/1) \\&= \sqrt{2} \angle 45^\circ \\&= \sqrt{2} (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ) \\(\bar{Z})^{12} &= (\sqrt{2})^{12} [\cos (12 \times 45^\circ) + j \sin (12 \times 45^\circ)] \\&= 64 [\cos 540^\circ + j \sin 540^\circ] \\&= 64 [-1 + j0] \\&= -64\end{aligned}$$

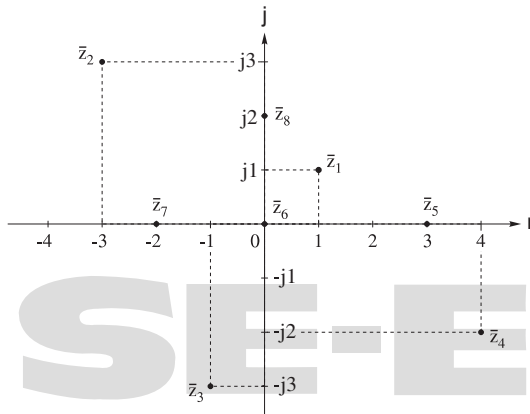
ค. $\bar{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}}$ เมื่อ $(\bar{Z})^{-6}$

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} \angle -\tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} / \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\&= 1 \angle -45^\circ \\&= 1 [\cos (-45^\circ) + j \sin (-45^\circ)] \\&= 1 [\cos 45^\circ - j \sin 45^\circ] \\(\bar{Z})^{-6} &= (1)^{-6} [\cos (-6 \times 45^\circ) - j \sin (-6 \times 45^\circ)] \\&= 1 [\cos (-270^\circ) - j \sin (-270^\circ)] \\&= 1 [\cos 270^\circ + j \sin 270^\circ] \\&= 1 [0 + j (-1)] \\&= -j1\end{aligned}$$



แบบฝึกหัด

1. จงเขียนเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบแกนมุมฉากจากคู่ลำดับในระนาบแกนจริงและแกนจินตภาพ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



2. จงหาค่าจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพของเลขเชิงซ้อนต่อไปนี้

ก. j

ข. $(j)^3$

ค. $-1 + j$

ง. $\pi + (j)^0$

จ. $\sqrt{2} - \left(\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)j$

3. จงแปลงเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบแกนมุมฉากเป็นรูปแบบเชิงขั้ว

ก. $3 + j4$

ข. $-1 + j1$

ค. 70

ง. $-j$

จ. $-2 + j2$

4. จงแปลงเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเชิงขั้วเป็นรูปแบบแกนมุมฉาก

ก. $200 \angle 10^\circ$

ข. $14 \angle 0^\circ$

ค. $8 \angle -180^\circ$

ง. $7.3 \times 10^3 \angle 160^\circ$

จ. $-2 \angle 10^\circ$



5. จงแปลงเลขจำนวนเชิงซ้อนรูปแบบเอกซโพเนนเชียลเป็นรูปแบบเชิงขั้ว

ก. $9e^{j\pi}$

ข. $e^{-j\pi/2}$

ค. $2e^{-j7\pi/6}$

ง. $e^{j2\pi}$

จ. e^{j0}

6. จงคำนวณหาค่าให้เป็นผลสำเร็จ

ก. $\bar{Z} = 10 \angle 30^\circ$ จงหาค่า $\bar{Z} \bar{Z}^*$

ข. $\bar{Z} = 3e^{-j\pi/4}$ จงหาค่า $\bar{Z} \bar{Z}^*$

ค. $\bar{Z} = 1 + j2$ จงหาค่า $\bar{Z} - \bar{Z}^*$

ง. $\bar{Z} = 1 + j0$ จงหาค่า $\bar{Z} + \bar{Z}^*$

จ. $\bar{Z} = 8 \angle 20^\circ$ จงหาค่า $\bar{Z} \bar{Z}^*$

7. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ และมีคำตอบเป็นรูปแบบแกนมุมฉาก

ก. $(2 + j5) + (3 + j1)$

ข. $(0.05 + j0.1) - (0.05 - j0.1)$

ค. $(3.4 \times 10^3 \angle 30^\circ) + (1.7 \times 10^3 \angle 60^\circ)$

ง. $(14 \angle 65^\circ) - (12 \angle 140^\circ)$

จ. $(10 \angle 90^\circ) + (8 - j2)$

8. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ และมีคำตอบเป็นรูปแบบเชิงขั้ว

ก. $(7 \angle 40^\circ) (2 \angle 86^\circ)$

ข. $(1.55 \times 10^{-6} \angle 0^\circ) (0.2 \angle -30^\circ) (42 \times 10^3 \angle 128^\circ)$

ค. $(9 \angle -45^\circ) / (\angle 30^\circ)$

ง. $(1 + j2) (2 + j6)$

จ. $(3 - j4) / (0.6 - j0.8)$

9. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ และมีคำตอบเป็นรูปแบบแกนมุมฉากและเชิงขั้ว

ก. $\frac{(24 + j16) (0.5 \angle -20^\circ)}{40}$

ข. $\frac{j (0.2 + j0.2)}{3 \angle 90^\circ (0.1 - j0.05)}$

ค. $\frac{125 \angle 35^\circ}{-j (1 + j2)^2}$

ง. $\frac{j5}{(2 - j2)}$

จ. $\frac{10}{(6 + j8)}$

10. กำหนดให้ $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ$, $\bar{B} = 2 + j2$, $\bar{C} = 4 + j3$ และ $\bar{D} = 4 \angle 10^\circ$ จงคำนวณหา $\frac{\bar{A} \bar{B}}{(\bar{C} + \bar{D})}$
โดยตอบในรูปแบบแกนมุมฉาก

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

วิชา **วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ** เป็นวิชาหลักที่นักศึกษาสาขาวิชาช่างไฟฟ้าและช่างอิเล็กทรอนิกส์จะต้องศึกษาในหมวดวิชาบังคับ เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาในงานวิศวกรรมขั้นสูง ประกอบกับเป็นวิชาที่มีเนื้อหาค่อนข้างซับซ้อน เนื่องจากปริมาณต่างๆ ทางไฟฟ้ากระแสสลับเป็นปริมาณทางเวกเตอร์ ดังนั้นเพื่อให้กระบวนการศึกษามีประสิทธิภาพและสัมฤทธิ์ผล ผู้เขียนจึงได้เรียบเรียงหนังสือ **วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ** ขึ้นมาประกอบการศึกษา โดยมีเนื้อหาครอบคลุมหลักสูตรระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) และระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) พุทธศักราช 2556 โดยเฉพาะในบทที่ 3, บทที่ 5 ถึงบทที่ 7 ได้เขียนวิธีการวิเคราะห์วงจรตัวต้านทาน-ตัวเหนี่ยวนำ-ตัวเก็บประจุ ที่ต่อกันในลักษณะต่างๆ ควบคู่กันไประหว่าง *วิธีขอบเขตเวลา (Time Domain)* กับ *วิธีขอบเขตความถี่ (Frequency Domain)* ทั้งนี้เพื่อให้ผู้ศึกษามีแนวคิดและความเข้าใจถึงพฤติกรรมของวงจรได้อย่างกว้างขวางยิ่งขึ้น

ประวัติผู้เขียน **ดร. อดิ อินทะสิทธิ์**



- เป็นชาวอำเภอคีรีมาศ จังหวัดสุโขทัย

การศึกษา

- ปริญญาตรีทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล (เทเวศร์)
- ปริญญาโททางด้านฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์
- ปริญญาเอกทางด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

การทำงาน

- พ.ศ. 2532 - ปัจจุบัน อาจารย์ประจำแผนกวิชาช่างไฟฟ้า วิทยาลัยเทคนิคกำแพงเพชร และอาจารย์พิเศษคณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร สอนรายวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า และการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า
- พ.ศ. 2530 - 2532 อาจารย์ประจำฝ่ายอุตสาหกรรม ศูนย์ฝึกและพัฒนาอาชีพราษฎรไทยบริเวณชายแดนจังหวัดปราจีนบุรี (ศฝช.ปจ.)
ปัจจุบันคือจังหวัดสระแก้ว



www.se-ed.com



sbc.fans

ISBN 978-616-08-1887-7



230 บาท

คู่มือเรียน - สอบ/อาชีวศึกษา-
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ