

SUPER

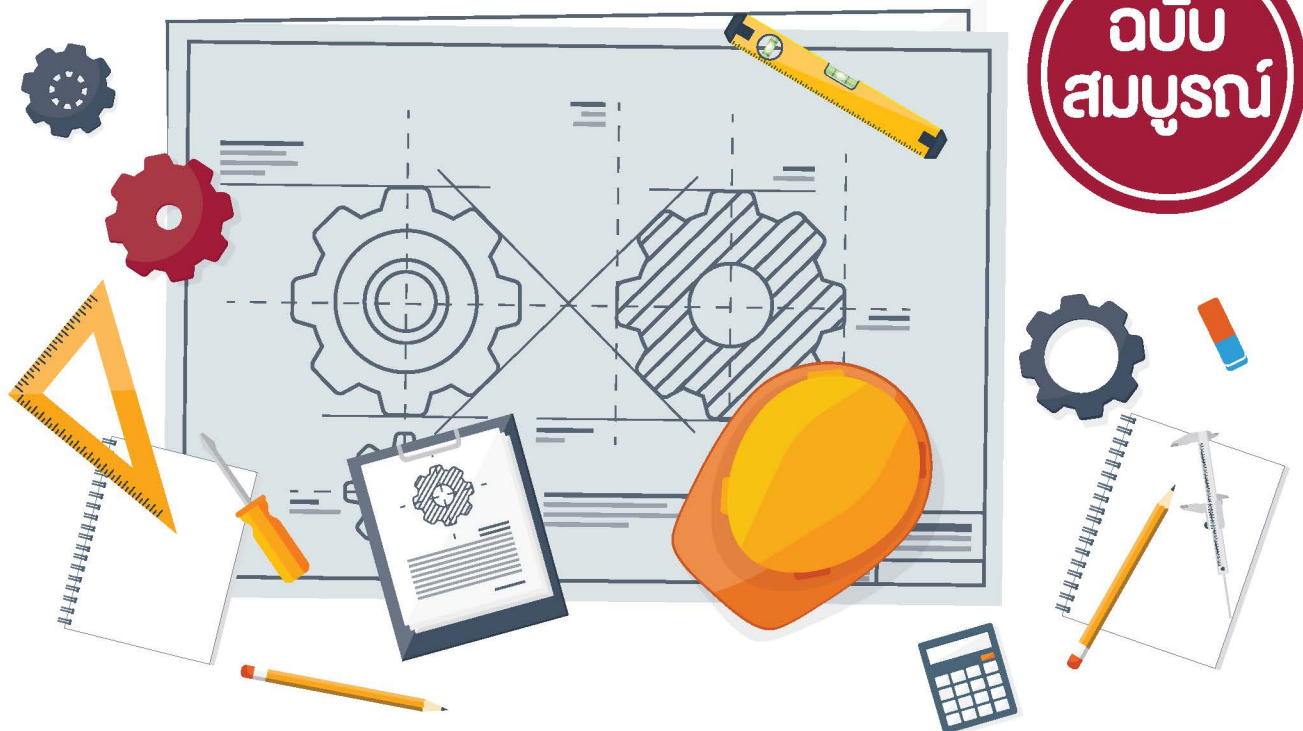
Life
Balance

PAT 3

ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์

สรุปเนื้อหาและแนวข้อสอบความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์อย่างครบถ้วน
ทั้งฟิสิกส์ คณิต เคมี การเขียนแบบ และความรู้ทั่วไปทางวิศวกรรม
อัปเดตล่าสุด! รูปแบบข้อสอบปรนัย 5 ตัวเลือก อัตนัย และการเขียนแบบ

ตัวอย่าง



ฉบับ
สมบูรณ์

เล่มเดียวจบ! ฝึกทำข้อสอบและสร้างความมั่นใจก่อนสอบจริง

โดย พรศักดิ์ สมมาตย์

ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์

A collection of engineering and design tools. In the center is a large blueprint with two gear diagrams. Surrounding the blueprint are various tools: a hard hat, a calculator, a pencil, a ruler, a compass, a screwdriver, and several gears. The tools are arranged in a way that suggests a workflow or a specific engineering task.

SUPER PAT 3 ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์

ผู้เขียน

พรศักดิ์ สมมาตย์

บรรณาธิการ

ศดานันท์ แซ่ตัน

ผู้ตรวจทาน

รียดา แจ่มศรี

ศิลปกรรม

จินตะนา เขียนนอก

ISBN

978-616-381-168-4

ราคา

359 บาท

จัดทำโดย

บริษัท อินส์พัล จำกัด



สำนักพิมพ์ Life Balance

379/13 เอกมัยคอมเพล็กซ์ ถนนสุขุมวิท 63

แขวงคลองตันเหนือ เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

โทร. 08-4875-5868, 08-9200-1303

E-mail : dp_publish@hotmail.com

www.inspal.co.th

จัดทำจำหน่ายโดย

บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)

เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน

แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทร. 0-2826-8000 โทรสาร 0-2826-8999

www.se-ed.com

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

พรศักดิ์ สมมาตย์.

SUPER PAT 3 ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์.-- กรุงเทพฯ : อินส์พัล, 2562.
620 หน้า.

1. วิศวกรรมศาสตร์--ข้อสอบและเฉลย. I. ชื่อเรื่อง.

620.0076

ISBN 978-616-381-168-4

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

ห้ามคัดลอก ถ่ายเอกสารหรือพิมพ์ หรือนำไปเก็บในระบบที่สามารถถ่ายข้อมูลได้

ไม่ว่าบางส่วนหรือทั้งหมดของหนังสือนี้ โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางบริษัทเป็นลายลักษณ์อักษร

คำนำ

หนังสือเตรียมสอบความถนัดทางวิศวกรรม (PAT 3) เล่มนี้ ได้รวบรวมเนื้อหาสำคัญที่ใช้ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ทั้งวิชาฟิสิกส์ คณิตศาสตร์ เคมี การเขียนแบบ และความรู้ทั่วไป แต่เนื้อหาในแต่ละวิชาไม่ได้ออกข้อสอบเสียทั้งหมด เช่น ในวิชาฟิสิกส์ เรื่องฟิสิกส์อะตอม และฟิสิกส์นิวเคลียร์ (ฟิสิกส์นิวเคลียร์ จะออกข้อสอบบ้างเพียง 1 ข้อในแต่ละปี) มักจะไม่นำมาออกข้อสอบ ส่วนวิชาเคมีที่ใช้ในการสอบวิศวกรรมมีเฉพาะเรื่องที่สำคัญๆ เช่น ปริมาณสารสัมพันธ์, อัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมี, สมดุลเคมี, กรด-เบส และเคมีอินทรีย์ (อาจมีเรื่องไฟฟ้าเคมีบ้างในบางปี) ส่วนเรื่องการเขียนแบบ มักจะออกข้อสอบเฉพาะการมองภาพ 3 มิติ ภายในเล่มผู้เขียนได้สอดแทรกวิธีการจำ การตั้งข้อสังเกต และเนื้อหาเพิ่มเติม เพื่อให้ง่ายต่อการคิดและวิเคราะห์ นอกจากนี้ยังมีแบบฝึกหัดท้ายบทเพื่อทบทวนความรู้ความเข้าใจในบทเรียน อีกทั้งแนวข้อสอบที่นำมาเขียนทั้งหมด ผู้เขียนได้ตรวจสอบจำนวนข้อสอบแต่ละวิชาในแต่ละปี เพื่อเฉลี่ยจำนวนข้อสอบให้เหมือนกับข้อสอบจริงมากที่สุด

ขอขอบคุณอาจารย์พิมพ์ชนก ตีระเดชาฤทธิ์ ผู้เชี่ยวชาญทางด้านวิชาเคมีที่ช่วยตรวจสอบเนื้อหาและข้อสอบให้ถูกต้องและครบถ้วนมากยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่เคยอบรมสั่งสอนให้ความรู้ ข้าพเจ้าจะจดจำความรู้รวมทั้งสิ่งดีๆ ทั้งหมด และใช้มันเพื่อให้เกิดประโยชน์แก่สังคมส่วนรวมต่อไป

ถ้าหากหนังสือเล่มนี้มีข้อผิดพลาดประการใดก็ขออภัยไว้ ณ ที่นี้ด้วย ผู้เขียนยินดีน้อมรับคำติชมทั้งหลาย และยินดีแก้ไขเพื่อให้ดีขึ้นในโอกาสต่อไป

ด้วยความปรารถนาดี

พรศักดิ์ สมมาตย์

สารบัญ

Part 1 ฟิสิกส์

บทที่ 1	หลักการเบื้องต้นในการคำนวณทางฟิสิกส์	10
บทที่ 2	หน่วย เลขนัยสำคัญ และเวกเตอร์	12
	- การวัดและการประมาณ	12
	- เลขนัยสำคัญ	14
	- หน่วย	15
	- เวกเตอร์	17
บทที่ 3	กลศาสตร์	28
	- การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง	28
	- การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์	38
	- แรง มวล และกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	45
	- สมดุลกล	54
	- งานและพลังงาน	58
	- โมเมนตัม การดล และการชน	64
	- การเคลื่อนที่แบบวงกลม	72
	- การเคลื่อนที่แบบหมุน	78
บทที่ 4	ไฟฟ้า	90
	- ไฟฟ้าสถิต	90
	- ไฟฟ้ากระแสตรง	98
	- ไฟฟ้ากระแสสลับ	113
	- ไฟฟ้าแม่เหล็ก	122
บทที่ 5	สมบัติความยืดหยุ่น	145
	- สภาพยืดหยุ่นและสภาพพลาสติก	145
	- กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	148
บทที่ 6	สมบัติของของไหล	159
	- ความหนาแน่น	159
	- ความดันในของเหลว	159
	- ความดันเกจและความดันสัมบูรณ์	160
	- แรงที่ของเหลวกระทำกับผนังภาชนะ	161
	- การวัดความดัน	163

- แรงแลยตัว	164
- กฎของพาสคาล	167
- แแรงตึงผิว	168
- การไหล (สมการแบร์นูลลี)	171
บทที่ 7 ความร้อน	185
- อุณหภูมิ	185
- คุณสมบัติของสสารเมื่อได้รับความร้อน	187
- การถ่ายโอนพลังงานความร้อน	188
- แคลอริมิเตอร์	190
- สมบัติของแก๊ส	190
บทที่ 8 ทฤษฎีจลน์และกฎของเทอร์โมไดนามิกส์	203
- กฎทางเทอร์โมไดนามิกส์	203
- การคำนวณพลังงานภายในของระบบ	204
- การคำนวณงานที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงปริมาตร	205
- กระบวนการทางเทอร์โมไดนามิกส์	205
บทที่ 9 คลื่น (เสียงและแสง)	215
- เสียง	215
- แสง	225
 Part 2 คณิตศาสตร์พื้นฐานทางวิศวกรรม	
บทที่ 10 การหาพื้นที่และมิติสัมพันธ์	256
- การหาพื้นที่และพื้นที่ผิว	256
- การหาปริมาตร	258
- เรขาคณิตวิเคราะห์	259
บทที่ 11 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	276
- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	278
- ฟังก์ชันลอการิทึม	279

บทที่ 12	เมทริกซ์ เวกเตอร์ และจำนวนเชิงซ้อน	287
	- เมทริกซ์	287
	- เวกเตอร์	292
	- จำนวนเชิงซ้อน	296
บทที่ 13	ลำดับและอนุกรม	309
	- ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต	309
	- อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต	309
บทที่ 14	แคลคูลัส	320
	- ลิมิตและความต่อเนื่อง	320
	- อนุพันธ์	321
	- ปริพันธ์	326
บทที่ 15	ความน่าจะเป็น	338
	- การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่	338
	- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	340
บทที่ 16	สถิติ	348
	- ค่ากลางของข้อมูล	348
	- ค่าการกระจายของข้อมูล	350
	- เส้นโค้งความถี่	352
	- ค่ามาตรฐาน	352
	- ค่ามาตรฐานกับเส้นโค้งปกติและพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ	353

Part 3 เคมีเชิงวิศวกรรม

บทที่ 17	ปริมาณสารสัมพันธ์	364
	- ระบบและสิ่งแวดล้อม	364
	- กฎที่สำคัญ	364
	- โมลของสาร	365
	- การหาความเข้มข้นของสารละลาย	366
	- การเจือจางและการผสมสารละลาย	368
	- ปริมาณสารในสมการเคมี	369

บทที่ 18	อัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมี	378
	- อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารและอัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมี	378
	- ทฤษฎีการชน	379
	- ปัจจัยที่มีผลต่อการเกิดปฏิกิริยาเคมี	380
	- พลังงานกับการดำเนินไปของปฏิกิริยา	381
	- กฎอัตราและอันดับของปฏิกิริยาเคมี	382
บทที่ 19	สมดุลเคมี	392
	- ชนิดของการเปลี่ยนแปลงทางเคมี	392
	- เงื่อนไขของการเกิดสมดุล	392
	- สภาวะสมดุล	393
	- ค่าคงที่สมดุล	393
	- ปัจจัยที่มีผลในการรบกวนสมดุล	396
บทที่ 20	กรด-เบส	407
	- ทฤษฎีกรด-เบส	407
	- คู่กรด-เบส	408
	- การแตกตัวของกรด-เบสและน้ำ	408
	- pH ของสารละลาย	412
	- ปฏิกิริยาสะเทิน	413
	- อินดิเคเตอร์	413
บทที่ 21	เคมีอินทรีย์	422
	- สารประกอบไฮโดรคาร์บอน	424
	- การอ่านชื่อ	426
	- ปฏิกิริยาของสารประกอบไฮโดรคาร์บอน	429
	- หมู่ฟังก์ชันของสารประกอบอินทรีย์	431
	- ปฏิกิริยาที่สำคัญของสารประกอบอินทรีย์	432
	- สมบัติไอโซเมอร์	433

Part 4 การเขียนแบบทางวิศวกรรม

บทที่ 22	การเขียนแบบทางวิศวกรรม	442
	- ชนิดของลายเส้นและการใช้เส้นแต่ละชนิดในการเขียนแบบ	442
	- การเขียนภาพฉายและเทคนิคการมองภาพ	443

Part 5 ความรู้ทั่วไปทางวิศวกรรม

บทที่ 23 วิศวกรรมพลังงานและเชื้อเพลิง	460
- เชื้อเพลิงฟอสซิล	460
- พอลิเมอร์	466
- การสังเคราะห์พลาสติก	467
- พลังงาน	470
บทที่ 24 ระบบเฟืองและเครื่องยนต์	477
- ระบบเฟือง	477
- วิศวกรรมยานยนต์	479
บทที่ 25 การเขียนผังงาน (Flowchart Symbol)	491
- วิธีการเขียน Flowchart	491

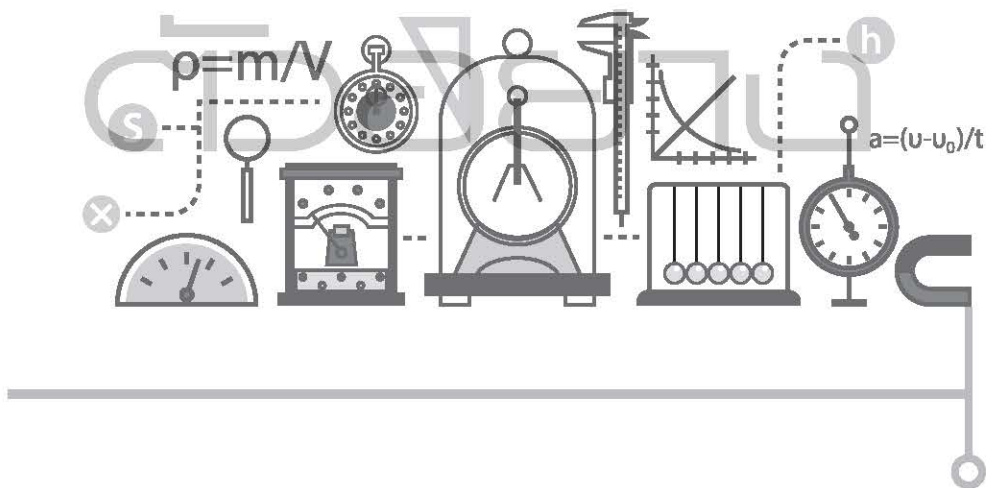
Part 6 แนวข้อสอบ ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์

แนวข้อสอบ ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ชุดที่ 1	500
เฉลยแนวข้อสอบ ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ชุดที่ 1	526
แนวข้อสอบ ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ชุดที่ 2	560
เฉลยแนวข้อสอบ ความถนัดทางวิศวกรรมศาสตร์ ชุดที่ 2	585

ภาคผนวก

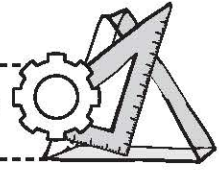
ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรรู้	614
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่พบบ่อย	614
เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ	615
หน่วยที่จำเป็นต้องใช้สำหรับการเปลี่ยนหน่วย	615
หลักการแปลงหน่วย	616
ค่าคงที่ที่ควรรู้	616
เครื่องมือวัดและเครื่องมือทางช่าง	617

Part 1



ฟิสิกส์

บทที่ 1 หลักการเบื้องต้นในการคำนวณทางฟิสิกส์



1. ปริมาณที่เหมือนกันหรือแทนด้วยปริมาณเดียวกัน มักจะเขียนแทนด้วยตัวพิมพ์เล็กและตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น มวล M และ m เป็นตัวแปรของมวลเหมือนกัน แต่เป็นมวลคนละตัว ตามกฎแรงโน้มถ่วงของนิวตัน

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

ในที่นี้ M อาจจะเป็นมวลของโลก ส่วน m อาจจะเป็นมวลของดาวเทียม ในกรณีที่ดาวเทียมโคจรรอบโลกซึ่งมีแรงสู่ศูนย์กลางเป็นแรงกระทำ G เป็นค่าคงที่โน้มถ่วงสากล และ r เป็นระยะห่างระหว่างมวลทั้งสอง

ในบางครั้งตัวแปรอาจจะห้อยด้วยตัวเลข เพื่อแยกความแตกต่างระหว่างสองปริมาณที่เหมือนกันแต่คนละค่า ตัวอย่างเช่น ประจุในกฎของคูลอมบ์

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

ในที่นี้ q_1 และ q_2 ต่างก็เป็นประจุ แต่เป็นประจุคนละตัว ดังนั้นเราจึงต้องห้อยด้วยตัวเลขที่ต่างกันเพื่อบอกความแตกต่าง

2. ให้เขียนหน่วยในรูปของเอกพจน์เสมอ เพราะในความเป็นจริงแล้ว การเติม s ตามหลังหน่วยนั้นอาจจะทำให้เราเข้าใจว่าเป็น Second (s) หรือวินาทีได้ เช่น 20 metres ซึ่งต้องเขียนเป็น 20 metre เท่านั้น

3. ไม่ใช้มหภาค (.) ท้ายหน่วย เช่น 1 km ไม่ใช่ 1 km.

4. เลขจำนวนที่มีทศนิยม ให้ใช้จุดต่ำเป็นจุดทศนิยม เช่น 10.1 km/h ไม่ใช่ 10·1 km/h

5. อักษรย่อของหน่วยใช้ตัวอักษรพิมพ์เล็ก และมีจำนวนอยู่ข้างหน้าเสมอ เช่น 1 mol ไม่ใช่ Mol แต่ถ้าเป็นหน่วยที่มาจากชื่อคน เช่น Voltage หรือ Tesla ให้ใช้อักษรพิมพ์ใหญ่ V และ T ตามลำดับ

6. หากเป็นการอธิบายหลักการหรือทฤษฎี ถ้าต้องกล่าวถึงหน่วยให้เขียนอักษรย่อของหน่วยไว้ในวงเล็บพร้อมกับมีตัวเลข 1 อยู่ข้างหน้าด้วย เช่น มวล (1 kg) หมายความว่า มวลมีหน่วยเป็นกิโลกรัม

7. สำหรับคำอุปสรรค (Prefixed) ในการเติมหน้าหน่วย จะต้องไม่มีการเว้นช่องว่างในการเขียน เช่น 3 nm, 59 kg หรือ 1 mA (อ่านว่า milliAmpere) เป็นต้น ในทางตรงกันข้ามการเขียนหน่วยมากกว่าสองหน่วยประกอบกัน เช่น Newton Metre เราสามารถเขียนเป็น N m โดยต้องเว้นวรรคระหว่าง N และ m

8. ถ้าเป็นไปได้ ไม่ใช่เครื่องหมาย / แสดงหน่วยที่หารกัน ในหน่วยอนุพัทธ์จะต้องใช้ไม่เกิน 1 ครั้ง เช่น $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 1 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ไม่ใช่ 1 W/m/K

9. ให้เขียนคำอุปสรรคไว้ข้างหน้าหน่วยเพียงตัวเดียว ไม่ใช่ซ้อนกันหลายตัว เช่น

$$2.00 \times 10^{-6} \text{ A} = 2.00 \text{ } \mu\text{A} \text{ ไม่ใช่ } 2.00 \times 10^{-6} \text{ A} = 2.00 \text{ mmA}$$

10. อุณหภูมิเคลวินจะไม่ใส่หน่วยองศา นั่นคือ 273 K ไม่ใช่ 273°K

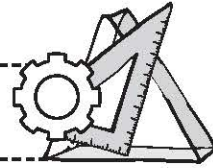
11. ในการคำนวณต้องใส่หน่วยเสมอเพื่อป้องกันความผิดพลาด ซึ่งบางครั้งอาจทำให้ยุ่งยาก ถ้าใส่หลังตัวเลขทุกครั้งที่คำนวณ ดังนั้นเราจึงใส่หน่วยที่ผลลัพธ์ทีเดียว เช่น $24 - 12 - 8 = 4 \text{ } \Omega$

12. ในการคำนวณเราจะหลีกเลี่ยงการเขียนเครื่องหมายคูณในสูตร เช่น $P = V \times I$ แต่เราจะเขียน $P = VI$ แต่ในการแทนค่าด้วยตัวเลขเพื่อการคำนวณ เราสามารถใส่เครื่องหมายคูณได้ เช่น $P = 240 \times 2$

13. ตัวเลขที่ใช้คำนวณถ้าหากเกิน 4 หลักจะไม่ใช่เครื่องหมายในการเว้นวรรค เหมือนกับการเขียนทั่วไป แต่จะอาศัยการเว้นวรรคเล็กแทน เช่น 982 121 276.00 ไม่ใช่ 982,121,276.00 แต่ถ้าเป็นการบวก ลบ คูณ และหารทางพีชคณิตจะเขียนตัวเลขติดกัน

ตัวอย่าง

บทที่ 2 หน่วย เลขนิยมสำคัญ และเวกเตอร์



การวัดและการประมาณ (Measurement and Estimation)

ค่าที่ได้จากการวัดประกอบด้วยสองส่วนคือ ตัวเลขที่อ่านค่าได้โดยตรงจากเครื่องมือวัด และตัวเลขที่ต้องประมาณด้วยสายตา เช่น การวัดสิ่งของด้วยไม้บรรทัดที่มีสเกลละเอียดที่สุดเป็นมิลลิเมตร ต้องอ่านค่าเป็น 4.25 เซนติเมตร (เลข 4.2 เป็นค่าที่วัดได้แน่นอนตามความละเอียดของเครื่องมือ ส่วนเลข 5 ตำแหน่งสุดท้ายมาจากการประมาณด้วยสายตา) และถ้าหากต้องการระบุความไม่แน่นอน อาจบันทึกค่าเป็น 4.25 ± 0.01 นั้นหมายความว่า ค่าน้อยที่สุดของสิ่งที่เราวัดเท่ากับ 4.24 เซนติเมตร และมากที่สุดเท่ากับ 4.26 เซนติเมตร

การประมาณค่าตัวเลข มีหลักการพิจารณาแตกต่างกัน ดังนี้

1. ถ้าตัวเลขตำแหน่งสุดท้ายน้อยกว่า 5 ให้ปัดทิ้ง ถ้ามากกว่า 5 ให้ปัดขึ้น เช่น
2.342 ประมาณเป็น 2.34 และ 4.937 ประมาณเป็น 4.94
2. ถ้าตัวเลขตำแหน่งสุดท้ายเท่ากับ 5 ให้พิจารณาตัวเลขหน้าเลข 5 ว่าเป็นเลขคี่หรือเลขคู่
 - ถ้าเป็นเลขคี่ ให้ปัดขึ้น เช่น 6.335 ประมาณเป็น 6.34
 - ถ้าเป็นเลขคู่ ให้ปัดทิ้ง เช่น 3.925 ประมาณเป็น 3.92

การคำนวณค่าความไม่แน่นอน (Uncertainty)

- การบวกและการลบความไม่แน่นอน มีค่าเท่ากับผลบวกความไม่แน่นอนของแต่ละปริมาณ

$$\text{การบวก} \quad (a \pm \Delta a) + (b \pm \Delta b) = (a + b) \pm (\Delta a + \Delta b)$$

$$\text{การลบ} \quad (a \pm \Delta a) - (b \pm \Delta b) = (a - b) \pm (\Delta a + \Delta b)$$

- การคูณและการหารความไม่แน่นอน ให้คำนวณความไม่แน่นอนเป็นเปอร์เซ็นต์ ดังนั้นเมื่อนำปริมาณที่มีความไม่แน่นอนมาคูณหรือหารกัน เปอร์เซ็นต์ความไม่แน่นอนที่ได้จะเท่ากับการนำเปอร์เซ็นต์ความไม่แน่นอนของแต่ละปริมาณมารวมกัน

$$a \pm \Delta a \text{ เปอร์เซ็นต์ความไม่แน่นอนของ } a \text{ เท่ากับ } \frac{\Delta a}{a} \times 100\%$$

$$b \pm \Delta b \text{ เปอร์เซ็นต์ความไม่แน่นอนของ } b \text{ เท่ากับ } \frac{\Delta b}{b} \times 100\%$$

การคูณ $(a \pm \Delta a) \times (b \pm \Delta b) = (a \times b) \pm \left[\left(\frac{\Delta a}{a} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta b}{b} \times 100 \right) \right] \%$

การหาร $\frac{a \pm \Delta a}{b \pm \Delta b} = \frac{a}{b} \pm \left[\left(\frac{\Delta a}{a} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta b}{b} \times 100 \right) \right] \%$

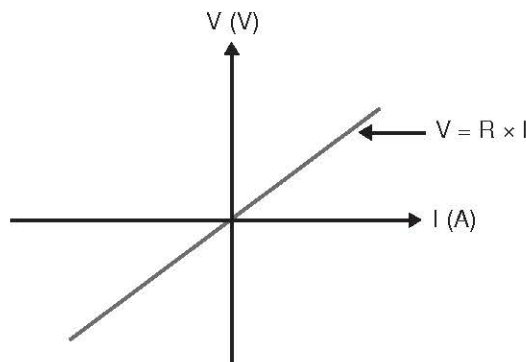
ยกกำลัง $(x \pm \Delta x)^{\frac{a}{b}} = x^{\frac{a}{b}} + \left(\frac{a}{b} \times \frac{\Delta x}{x} \times 100\% \right)$

การแปลความข้อมูล

ข้อมูลที่ได้จากการวัดหรือการสังเกตการณ์อาจะอยู่ในรูปแบบของตัวเลข ดังนั้นวิธีที่นิยมนำมาใช้ในการแปลความหมายข้อมูลคือ การเขียนกราฟ เพราะสามารถแปลงข้อมูลเป็นกราฟ และแปลความกราฟเป็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (แกน x) และตัวแปรตาม (แกน y) ในทางฟิสิกส์ความสัมพันธ์ที่มักจะพบบ่อยที่สุดอยู่ในรูปแบบ ดังนี้

1. $y \propto x$ (กราฟเป็นเส้นตรง)
2. $y \propto x^2$ (กราฟเป็นรูปพาราโบลา โดยมีแกน y เป็นแกนสมมาตร)
3. $y \propto \sqrt{x}$ (กราฟเป็นรูปพาราโบลา โดยมีแกน x เป็นแกนสมมาตร)
4. $y \propto \frac{1}{x}$ (กราฟเป็นรูปไฮเพอร์โบลา)

ในที่นี้ขอแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่อยู่ในรูปของกราฟเส้นตรง เช่น การวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้า เมื่อป้อนกระแสไฟฟ้าขนาดต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรง



หากต้องการทราบค่าความต้านทานของวัสดุชิ้นนี้ สามารถหาความชันของกราฟจาก $\tan \theta = \frac{\Delta V}{\Delta I} = R$ เมื่อพิจารณาสมการเส้นตรงทั่วไป คือ $y = mx + c$

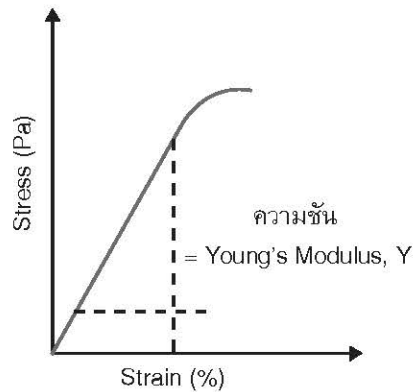
โดยที่ x คือตัวแปรอิสระ

y คือตัวแปรตาม

m คือความชันของกราฟ

c คือจุดตัดบนแกน y

ดังนั้น จากกราฟ I เป็นตัวแปรอิสระ V เป็นตัวแปรตาม ความชันเท่ากับ R เราสามารถเขียนเป็นสมการเส้นตรงได้เป็น $V = RI$, c ในที่นี้เท่ากับศูนย์เพราะกราฟตัดแกน y ที่จุด 0 สมการนี้คือ กฎของโอห์ม อีกตัวอย่างหนึ่ง เช่น การหาค่ามอดูลัสของยัง (Young's Modulus)



เราสามารถนำมาเขียนเป็นสมการเส้นตรงได้เป็น $\epsilon = Y\sigma$ โดยกำหนดให้ ϵ (Epsilon) คือความเค้น (Stress), σ (Sigma) คือความเครียด (Strain) และ Y คือ มอดูลัสของยัง

เลขนัยสำคัญ (Significant)

หลักการพิจารณาเลขนัยสำคัญ

1. เลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายมือสุดไม่ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 0.243, 0.0523 และ 0.00467 ทุกค่ามีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว
2. เลข 0 ที่อยู่ระหว่างเลขอื่น และอยู่หลังเลขอื่น ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 203.0, 0.03202 และ 0.4300 ทุกค่ามีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว
3. เลขที่เขียนอยู่ในรูปของเลขยกกำลังให้พิจารณาเลขนัยสำคัญเฉพาะเลขตัวหน้า เช่น 1.4×10^6 , 2.47×10^5 และ 4.500×10^2 ให้พิจารณาเลข 1.4, 2.47 และ 4.500 ซึ่งมีเลขนัยสำคัญ 2, 3 และ 4 ตัว ตามลำดับ

การบวกและลบเลขนัยสำคัญ จำนวนตัวเลขหลังจุดทศนิยมของผลลัพธ์จะต้องเท่ากับจำนวนตัวเลขหลังจุดทศนิยมที่น้อยที่สุดของตัวที่บวกหรือลบกัน

$$\text{เช่น } 5.342 + 4.42 = 9.76 \text{ และ } 2.37 - 1.3 = 1.1$$

การคูณและการหารเลขนัยสำคัญ จำนวนเลขนัยสำคัญของผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากับเลขนัยสำคัญที่น้อยที่สุดของตัวที่คูณหรือหารกัน

$$\text{เช่น } 5.92 \times 6.4 = 38 \text{ และ } \frac{45.244}{1.31} = 34.5$$

ข้อสังเกต

การบวกและการลบเลขนัยสำคัญจะพิจารณาจำนวนทศนิยม ส่วนการคูณและการหารเลขนัยสำคัญจะพิจารณาที่จำนวนเลขนัยสำคัญ

หน่วย (Units)

หน่วยสากลที่ใช้ในการระบุปริมาณทางฟิสิกส์ เรียกว่า ระบบหน่วยระหว่างชาติ (International System of Units) หรือ หน่วยฐานเอสไอ (SI Base Units) ประกอบด้วย

- หน่วยมูลฐาน (Base Units) มี 7 หน่วย คือ เมตร (m), กิโลกรัม (kg), วินาที (s), แอมแปร์ (A), เคลวิน (K), แคนเดลา (cd) และโมล (mol)

หลักการจำ

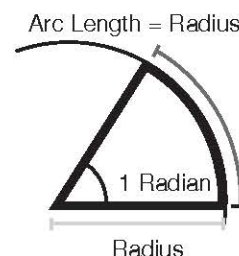
mol ใส่ mAsK ไปซื้อ cd 1 kg (หมายความว่า มีคนซื้อ mol ใส่หน้ากาก (mAsK) ไปซื้อ ซีดี 1 กิโลกรัม)

ตารางแสดงปริมาณฐานและหน่วยในระบบ SI

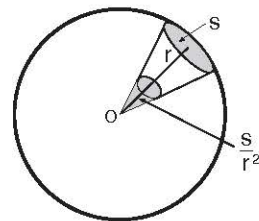
ปริมาณฐาน (Base Quantities)	ชื่อหน่วย (Units)	สัญลักษณ์ (Symbols)
ความยาว (Length)	เมตร (Metre)	m
มวล (Mass)	กิโลกรัม (Kilogram)	kg
เวลา (Time)	วินาที (Second)	s
กระแสไฟฟ้า (Electric Current)	แอมแปร์ (Ampere)	A
อุณหภูมิจ (Thermodynamic Temperature)	เคลวิน (Kelvin)	K
ปริมาณสาร (Amount of Substance)	โมล (Mole)	mol
ความเข้มของการส่องสว่าง (Luminous Intensity)	แคนเดลา (Candela)	cd

- หน่วยเสริม (Supplementary Units)

1. เรเดียน (Radian : rad) เป็นหน่วยของมุมในระนาบ ซึ่งมุม 1 เรเดียน คือมุมที่รองรับความยาวส่วนโค้งที่ยาวเท่ากับความยาวของรัศมี ดังรูป



2. สเตอเรเดียน (Steradian : sr) เป็นหน่วยของมุมตัน ซึ่ง 1 สเตอเรเดียน คือมุมที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมที่รองรับพื้นที่ผิวโค้ง ซึ่งเท่ากับความยาวของรัศมีคูณกัน ดังรูป



- **หน่วยอนุพัทธ์ (Derived Units)** เป็นหน่วยที่ได้จากการคำนวณด้วยหน่วยมูลฐาน เช่น ความเร่ง มีหน่วย m/s^2 มาจากหน่วยมูลฐาน m และ s ความดันมีหน่วย Pa มาจากหน่วยมูลฐาน $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}^2$ หรือ kg, m และ s

- **คำอุปสรรค (Prefixes)**

เลขกำลัง	คำอุปสรรค	สัญลักษณ์
10^{24}	ยอตตะ (Yotta)	Y
10^{21}	เซตตะ (Zetta)	Z
10^{18}	เอกซะ (Exa)	E
10^{15}	เพตะ (Peta)	P
10^{12}	เทระ (Tera)	T
10^9	จิกะ (Giga)	G
10^6	เมกะ (Mega)	M
10^3	กิโล (Kilo)	k
10^2	เฮกโต (Hecto)	h
10^1	เดคา (Deca)	da
10^{-1}	เดซี (Deci)	d
10^{-2}	เซนติ (Centi)	c
10^{-3}	มิลลิ (Milli)	m
10^{-6}	ไมโคร (Micro)	μ
10^{-9}	นาโน (Nano)	n
10^{-12}	พิโค (Pico)	p
10^{-15}	เฟมโต (Femto)	f
10^{-18}	อัตโต (Atto)	a
10^{-21}	เซปโต (Zepto)	z
10^{-24}	ยอคโต (Yocto)	y

เทคนิคการจำค่าอุปสรรค

ให้จับคู่ค่าอุปสรรคที่มีขนาดของเลขยกกำลังเท่ากัน แต่เครื่องหมายแตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น

ค่าอุปสรรค (ฝั่งบวก)	ค่าอุปสรรค (ฝั่งลบ)
เดคา	เดซี
เฮกโต	เซนติ
กิโล	มิลลิ
เมกะ	ไมโคร
จิกะ	นาโน
เทระ	พิโก

หลักการเปลี่ยนค่าอุปสรรค

“หน่วยเดิมคูณใส่ หน่วยใหม่ใส่หาร” หมายความว่า ค่าอุปสรรคหน่วยเดิมคือหน่วยอะไรก็ให้เอาไปคูณ ส่วนหน่วยที่ต้องการจะเปลี่ยนเป็นหน่วยอะไรก็ให้เอาไปหาร เช่น ถ้าเราต้องการเปลี่ยน 5 nm ไปเป็นหน่วย Mm สามารถทำได้โดย $1\text{nm} = \frac{5 \times 10^{-9}}{10^6} = 5 \times 10^{-15} \text{Mm}$ (ในที่นี้หน่วยเดิมคือ 10^{-9} หน่วยใหม่คือ 10^6)

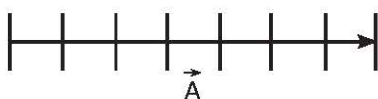
เวกเตอร์ (Vectors)

ปริมาณในทางฟิสิกส์แบ่งได้ 2 ประเภท ดังนี้

- ปริมาณสเกลาร์ จะมีเฉพาะขนาด เช่น ความหนาแน่น เวลา งาน พลังงาน อัตราเร็ว มวล และอุณหภูมิ

- ปริมาณเวกเตอร์ จะมีทั้งขนาดและทิศทาง เช่น แรง ความเร็ว โมเมนตัม ทอร์ก และน้ำหนัก

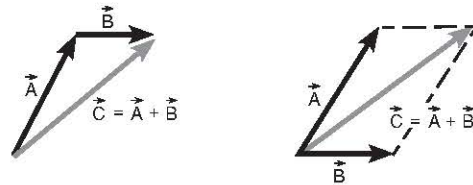
ดังนั้นในการคำนวณสเกลาร์สามารถใช้พีชคณิตธรรมดา คือ การบวก ลบ คูณ และหารทั่วไป แต่ปริมาณเวกเตอร์ต้องคำนึงถึงทิศทางด้วย การคำนวณจึงแตกต่างออกไป เช่น ถ้ากำหนดให้ A เป็นปริมาณเวกเตอร์ เขียนแทนด้วย $\vec{A}$ และมีขนาด 7 หน่วย มีทิศไปทางขวามือ



จากรูปความยาวของลูกศรจะแสดงขนาด ส่วนหัวลูกศรจะแสดงทิศทาง

การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยการเขียนรูป

1. การบวกเวกเตอร์

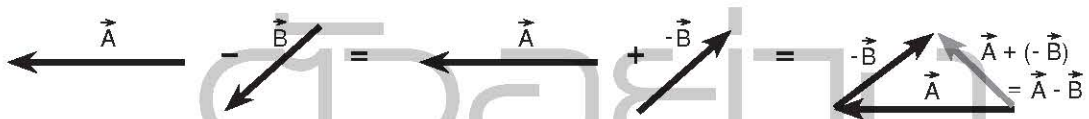


ในการบวกเวกเตอร์เราสามารถเขียนรูปได้ 2 แบบ ดังนี้

1.1 นำหางของเวกเตอร์ตัวที่สองมาต่อกับหัวของเวกเตอร์ตัวแรก (ถ้าหากมีมากกว่า 2 เวกเตอร์ นำหางต่อหัวไปเรื่อยๆ) เวกเตอร์ลัพธ์หรือเวกเตอร์ผลบวกที่ได้คือเวกเตอร์ที่ลากจากหางของเวกเตอร์ตัวแรก ไปยังหัวของเวกเตอร์ตัวที่สองหรือตัวสุดท้าย (ดังรูปทางซ้ายมือ)

1.2 รวมกันโดยนำสี่เหลี่ยมด้านขนานแทนเวกเตอร์ เวกเตอร์ลัพธ์คือเวกเตอร์ที่ลากจากจุดที่หางของสองเวกเตอร์ที่ต้องการบวกมาจรดกันไปยังมุมตรงกันข้าม (ดังรูปทางขวามือ)

2. การลบเวกเตอร์

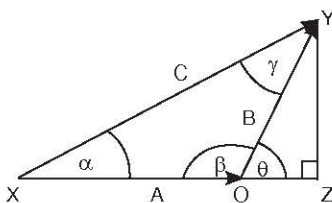


คือการกลับทิศทางของเวกเตอร์ตัวที่จะนำมาลบ (จากรูปคือ $\vec{B}$ กลับทิศ 180° เป็น $-\vec{B}$) แล้วนำมา รวมกันดังรูป ผลลัพธ์ที่ได้จึงเหมือนกับการบวกเวกเตอร์

การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยการคำนวณ

1. เมื่อมีเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์

- เมื่อเวกเตอร์อยู่ในทิศทางเดียวกัน สามารถนำเวกเตอร์มาบวกกัน หรือถ้าอยู่ในทิศทางตรงกันข้าม ก็นำมาลบกันได้เลย โดยที่ทิศทางของเวกเตอร์ที่บวกกันยังอยู่ในทิศทางเดิม ส่วนทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ที่ได้จากการลบกันจะขึ้นอยู่กับทิศทางเวกเตอร์ของตัวที่มีขนาดมากกว่า
- เมื่อเวกเตอร์ทำมุมกัน



ใช้พีทาโกรัส

$$XY^2 = (XO + OZ)^2 + YZ^2$$

$$C^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2$$

$$= A^2 + 2AB\cos\theta + B^2\cos^2\theta + B^2\sin^2\theta$$

$$= A^2 + 2AB\cos\theta + B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

ดังนั้น

$$C^2 = A^2 + 2AB\cos\theta + B^2$$
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

นี่คือกฎของโคไซน์ (Law of Cosine) เมื่อเราทราบขนาดของเวกเตอร์ C ต่อไป เราสามารถหาทิศทางของเวกเตอร์ C ได้ เมื่อเทียบกับเวกเตอร์ A

$$\tan\alpha = \frac{YZ}{XO + OZ} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

ข้อสังเกต

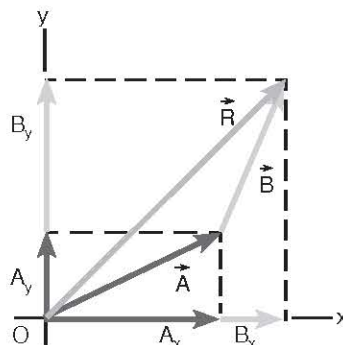
ด้าน C ที่เราหาจะอยู่ตรงกันข้ามกับมุม หากเราต้องการหาด้าน C โดยใช้มุม β สามารถทำได้โดย $C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180 - \theta)}$ ขนาดและมุมของเวกเตอร์ที่รวมกันแบบสามเหลี่ยมยังสามารถหาได้จากกฎของไซน์ (Law of Sine)

$$\frac{A}{\sin\gamma} = \frac{B}{\sin\alpha} = \frac{C}{\sin\beta}$$

หลักการจำ

“สัดส่วน side and sin มุม opposite ตามติด side and sin มุมด้านอื่น” หมายความว่า สัดส่วนของ side หรือด้านกับ sin ของมุมตรงข้ามกับด้านเท่ากับหรือตามติดมาด้วยสัดส่วนของด้านและ sin ของมุมอื่นในสามเหลี่ยมเดียวกัน

2. เมื่อมีเวกเตอร์มากกว่า 2 เวกเตอร์

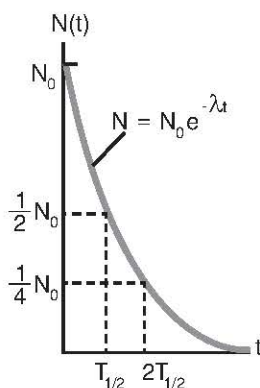


เราสามารถหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยการแยกเวกเตอร์เป็นเวกเตอร์ย่อยไปบนแกน x และแกน y แล้วรวมเวกเตอร์ย่อยในแต่ละแกนก่อน เช่น จากรูปจะรวม $R_x = A_x + B_x$ และ $R_y = A_y + B_y$ จากนั้นจึงมาคำนวณเวกเตอร์ลัพธ์จากทั้งแกน x และแกน y ซึ่งจากรูปจะได้ $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ (จากรูปแสดงตัวอย่างแค่ 2 เวกเตอร์ ถ้าหากมีเวกเตอร์มากกว่านี้ ก็ใช้หลักการเดียวกันในการคำนวณ)

แบบฝึกหัดบทที่ 2 หน่วย เลขนิยมสำคัญ และเวกเตอร์

- ถ้าใช้เครื่องมือวัดค่าบางอย่างทางฟิสิกส์โดยค่าที่วัดได้มีทศนิยม 4 ตำแหน่ง แสดงว่าเครื่องมือวัดบอกความละเอียดได้มากที่สุดเท่าไรของหน่วยที่ใช้วัด
 1. 100
 2. 1000
 3. 0.01
 4. 0.001
 5. 0.0001
- จงหาความแตกต่างความหนาแน่นของทองแดงที่มีรูปร่างเป็นทรงกระบอกตันซึ่งมีมวล 56.3 กรัม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.23 เซนติเมตร และความยาว 5.06 เซนติเมตร กับความหนาแน่นของทองแดงที่ STP ว่ามีความแตกต่างกันกี่เปอร์เซ็นต์ (กำหนดให้ความหนาแน่นของทองแดงที่ STP เท่ากับ $8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)
 1. 3.8%
 2. 4.0%
 3. 4.3%
 4. 4.7%
 5. 5.3%
- ตอนแรกถ้าเราเติมลมเข้าไปในลูกโป่งทรงกลมที่มีรัศมี 8 cm อัตราการเพิ่มขึ้นของรัศมีเท่ากับ 1 cm/s และทำให้ปริมาตรเพิ่มขึ้นอย่างคงที่ ตอนหลังถ้าเปลี่ยนรัศมีของทรงกลมใหม่เป็น 16 cm อัตราการเพิ่มขึ้นของรัศมีของทรงกลมใหม่จะเป็นเท่าใด ถ้าอัตราการเพิ่มขึ้นของปริมาตรทั้งตอนแรกและตอนหลังเท่ากัน
 1. อัตราการเพิ่มขึ้นของรัศมีจะเท่าเดิม
 2. 0.35 cm/s
 3. 0.56 cm/s
 4. 0.25 cm/s
 5. 0.12 cm/s
- สมมติมีความสัมพันธ์ของ $A = \frac{5\pi^2 x^8}{\sqrt{B^9}}$ ถ้า $\%X = 2\%$ และ $\%B = 4\%$ จงหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของ A
 1. 34%
 2. 35%
 3. 36%
 4. 37%
 5. 38%

5. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมถ้าสามเหลี่ยมสูงเท่ากับ 30.00 ± 0.10 cm และมีฐานยาว 15.00 ± 0.50 cm
1. $225.0 \pm 1.83\%$
 2. 225.0 ± 8.24
 3. $225.0 \pm 3.00\%$
 4. $450.0 \pm 3.66\%$
 5. 450.0 ± 8.24
6. ในการทดลองวัดค่าความหนืดของของเหลว มีการวัดค่าเริ่มต้นหลายค่า เพื่อกำหนดหาค่าความหนืด ดังนี้ ระยะทางการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะเท่ากับ 45.00 ± 0.01 cm, เวลาเท่ากับ 20.00 ± 0.05 s, รัศมีเท่ากับ 15.00 ± 0.01 mm และความหนาแน่นของของเหลวเท่ากับ 0.84 ± 0.01 kg/m³ จงหาว่าค่าในข้อใดที่มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมากที่สุดและน้อยที่สุด
1. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของรัศมีและเวลา
 2. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความหนาแน่นของของเหลวและระยะทางการเคลื่อนที่
 3. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความหนาแน่นของของเหลวและรัศมี
 4. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเวลาและรัศมี
 5. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเวลาและความหนาแน่นของของเหลว
7. จงหาค่าความถี่จากความสัมพันธ์ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ถ้าค่าคงที่ของสปริงเท่ากับ 50.00 ± 0.05 N/m และมวลที่ผูกติดกับสปริงมีค่าเท่ากับ 20.00 kg
1. 0.179 ± 0.00995 Hz
 2. 0.189 ± 0.000995 Hz
 3. 0.199 ± 0.0000995 Hz
 4. 0.20 ± 0.00995 Hz
 5. 0.20 ± 0.0995 Hz
8. จากกราฟเป็นการลดลงของกัมมันตภาพรังสีแบบเอกซ์โพเนนเชียลตามความสัมพันธ์ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ เมื่อเวลาเริ่มต้นจะมีรังสีเท่ากับ N_0 ถ้าต้องการเปลี่ยนกราฟเป็นกราฟเส้นตรงควรจะพล็อตค่าใดเป็นแกน x และค่าใดเป็นแกน y ตามลำดับ

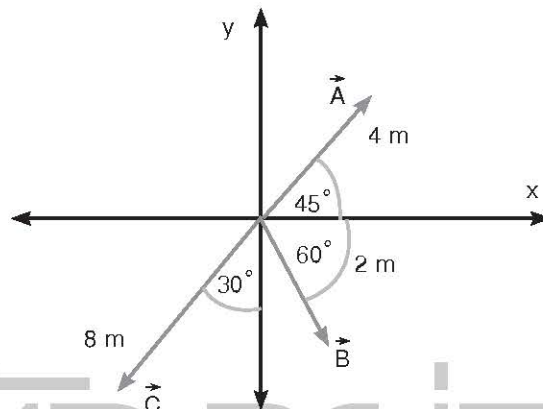


1. N และ $\ln N_0$
2. N และ $\ln N$
3. t และ N
4. t และ $\ln N_0$
5. t และ $\ln N$

9. เวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B เป็นเวกเตอร์ใน 2 มิติ มีขนาดเท่ากันซึ่งเท่ากับ 5.00 หน่วย ถ้าผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสองเท่ากับ $8\hat{j}$ จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B กำหนดให้ $\hat{j}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศของแกน y

- | | |
|------------------------|---------------|
| 1. น้อยกว่า 45° | 2. 54° |
| 3. 64° | 4. 74° |
| 1. มากกว่า 90° | |

10. จงหาผลรวมของเวกเตอร์ A, B และ C ที่อยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) ดังรูป



- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 5.83 m | 2. 6.93 m |
| 3. 7.73 m | 4. 8.71 m |
| 5. 9.45 m | |

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 หน่วย เลขนิยมสำคัญ และเวกเตอร์

1. เฉลยข้อที่ 4

ในการวัดตำแหน่งสุดท้ายของค่าที่วัดได้เป็นการกะประมาณด้วยสายตา ดังนั้นความละเอียดของเครื่องมือจึงเท่ากับ 0.001

2. เฉลยข้อที่ 4

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \\ &= \frac{m}{\pi r^2 h} = \frac{m}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 h} = \frac{4m}{\pi D^2 h} \text{ เมื่อ } \pi r^2 h \text{ เป็นปริมาตรของทรงกระบอก} \\ &= \frac{4(56.3)}{\pi (1.23)^2 (5.06)} = 9.36 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

เปลี่ยนหน่วยของ $8.93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ไปเป็นหน่วย g/cm^3 โดยที่

$$\begin{aligned} 8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 &= 8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times \frac{1,000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{(100 \text{ cm})^3} \\ &= 8.92 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าความหนาแน่นเป็นเปอร์เซ็นต์

$$\left(\frac{9.36 - 8.92}{9.36} \right) \times 100 = 4.7\%$$

3. เฉลยข้อที่ 2

ปริมาตรทรงกลมเท่ากับ $\frac{4}{3}\pi R^3$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของรัศมีเทียบกับเวลาคือการหาอนุพันธ์รัศมีเทียบกับเวลา ตามหลักของแคลคูลัสในวิชาคณิตศาสตร์

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt}$$

ตอนแรก

$$\frac{dV_1}{dt} = 4\pi R_1^2 \frac{dR_1}{dt}$$

ตอนหลัง

$$\frac{dV_2}{dt} = 4\pi R_2^2 \frac{dR_2}{dt}$$

ถ้าอัตราการเพิ่มขึ้นของปริมาตรคงที่จะได้

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_2}{dt}$$

$$4\pi R_1^2 \frac{dR_1}{dt} = 4\pi R_2^2 \frac{dR_2}{dt}$$

$$\begin{aligned}\frac{dR_2}{dt} &= \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{dR_1}{dt} \\ &= \left(\frac{8}{16}\right)^2 (1 \text{ cm/s}) = 0.25 \text{ cm/s}\end{aligned}$$

อัตราการเพิ่มขึ้นของรัศมีในตอนหลังเท่ากับ 0.25 cm/s

4. เฉลยข้อที่ 1

$$\begin{aligned}A &= \frac{5\pi^2 x^8}{\sqrt{B^9}} = \frac{5\pi^2 (8x)}{\frac{9}{2}B} \\ &= \frac{5\pi^2 (8 \cdot 2\%)}{\left(\frac{9}{2} \cdot 4\%\right)} \\ &= 5\pi^2 (16\% + 18\%) \\ &= 5\pi^2 (34\%)\end{aligned}$$

ดังนั้น เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของ A เท่ากับ 34%

5. เฉลยข้อที่ 2

คำนวณหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความสูง $\frac{0.10}{30.00} \times 100 = 0.33\%$

คำนวณหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของฐาน $\frac{0.50}{15.00} \times 100 = 3.33\%$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน} \\ &= \frac{1}{2} [(30.00 \pm 0.33\%)(15.00 \pm 3.33\%)] \\ &= \frac{1}{2} [(30.00 \times 15.00) \pm (0.33\% + 3.33\%)] \\ &= \frac{1}{2} [450.00 \pm 3.66\%]\end{aligned}$$

แปลงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนไปเป็นความคลาดเคลื่อนเดิม

$$\frac{3.66}{100} \times 450.00 = 16.47$$

$$\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} [450.0 \pm 16.47] = 225.0 \pm 8.24$$

ดังนั้น พื้นที่ของสามเหลี่ยมเท่ากับ 225.0 ± 8.24

6. เฉลยข้อที่ 2

พิจารณาการคำนวณหาค่า

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของระยะทางการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะ $\frac{0.01}{45.00} \times 100\% = 0.02\%$

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเวลา $\frac{0.05}{20.00} \times 100 = 0.25\%$

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของรัศมี $\frac{0.05}{15.00} \times 100 = 0.33\%$

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความหนาแน่นของของเหลว $\frac{0.01}{0.84} \times 100 = 1.19\%$

ดังนั้น เราจึงสรุปได้ว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่มากที่สุดเท่ากับ 1.19% ซึ่งเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความหนาแน่นของของเหลว ส่วนเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุดเท่ากับ 0.02% ซึ่งเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของระยะทางที่ลูกกลมโลหะเคลื่อนที่ในของเหลว

7. เฉลยข้อที่ 3

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{50.00 \pm 0.05}{20.00}}$$
$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{2.5 \pm 0.0025}$$

คิดค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน $\frac{0.0025}{2.5} \times 100\% = 0.1\%$ ดังเลขยกกำลังหรือ $\frac{1}{2}$ ลงมาคูณ

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2} (2.5 \pm 0.1\%) \right]$$
$$= \frac{1}{2\pi} (1.25 \pm 0.05\%)$$

เปลี่ยนเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกลับไปเป็นค่าความคลาดเคลื่อนเดิม $\frac{0.05}{100} \times 1.25 = 0.000625$

$$= \frac{1.25}{2 \times 3.14} \pm \frac{0.000625}{2 \times 3.14} = 0.199 \pm 0.0000995 \text{ Hz}$$

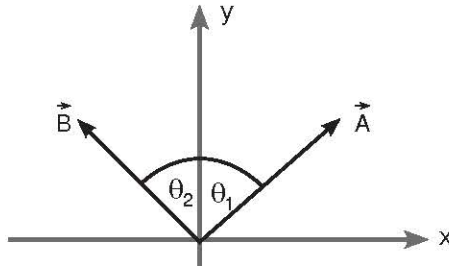
8. เฉลยข้อที่ 5

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$
$$\ln N = \ln (N_0 e^{-\lambda t})$$
$$= \ln N_0 + \ln (e^{-\lambda t})$$
$$= \ln N_0 - \lambda t$$

เมื่อเทียบกับสมการเส้นตรง $y = mx + c$ จะได้ $\ln N = -\lambda t + \ln N_0$ ความชันที่ได้จะเป็นค่าคงที่ของการสลายตัว (λ) และมีค่าเป็นลบ ส่วนจุดตัดแกน y เท่ากับ $\ln N_0$ ดังนั้น แกน x ควรจะพล็อตด้วยค่า t ส่วนแกน y ควรจะพล็อตด้วยค่า $\ln N$

9. เฉลยข้อที่ 4

องค์ประกอบของเวกเตอร์บางทิศทางที่มีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้ามกัน เมื่อรวมกันจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ในที่นี้องค์ประกอบในแนวแกน x หรือ $\hat{i}$ จะมีขนาดเท่ากัน แต่จะอยู่คนละฝั่งของแกน y ดังรูป ดังนั้นเมื่อรวมกันจะเท่ากับศูนย์และจะเหลือองค์ประกอบเฉพาะในแนวแกน y ตามที่โจทย์กำหนด



สมมติให้

$$\vec{A} = A_x + A_y$$

และ

$$\vec{B} = -B_x + B_y$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + A_y) + (-B_x + B_y) = A_y + B_y = 8\hat{j} \text{ เมื่อ } A_x = B_x$$

และเมื่อ

$$2A_y = 8 \text{ หรือ } 2B_y = 8$$

ดังนั้น

$$A_y = B_y = 4$$

จาก

$$A_y = A \cos \theta_1 \text{ และ } B_y = B \cos \theta_2 \text{ จะได้ } \theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{A_y}{A}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 37^\circ$$

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{B_y}{B}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 37^\circ$$

ดังนั้น มุมระหว่างเวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B เท่ากับ $\theta_1 + \theta_2 = 74^\circ$

10. เฉลยข้อที่ 1

แยกหาผลรวมของเวกเตอร์ทั้งแกน x และแกน y ก่อน จากนั้นจึงรวมเวกเตอร์ในแต่ละแกนด้วยสูตร

$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

หาผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสามในแนวแกน x

$$\begin{aligned} \sum F_x &= A_x + B_x - C_x \\ &= A \cos \theta_A + B \cos \theta_B - C \sin \theta_C \\ &= 4 \cos 45^\circ + 2 \cos 60^\circ - 8 \sin 30^\circ \\ &= 4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} \right) - 8 \left(\frac{1}{2} \right) \\ &= (2\sqrt{2} - 3) \text{ m} \end{aligned}$$

หาผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสามในแนวแกน y

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= A_y - B_y - C_y \\&= A \sin \theta_A - B \sin \theta_B - C \cos \theta_C \\&= 4 \sin 45^\circ - 2 \sin 60^\circ - 8 \cos 30^\circ \\&= 4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 8 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\&= (2\sqrt{2} - 5\sqrt{3}) \text{ m}\end{aligned}$$

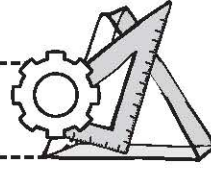
แทนค่าผลรวมของเวกเตอร์ในแต่ละแกน

$$\begin{aligned}F &= \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2 + (2\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2} \\F &= \sqrt{100 + 4(5\sqrt{6} - 3\sqrt{2})} = 5.83\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสามเท่ากับ 5.83 m

ตัวอย่าง

Unit 3 กลศาสตร์



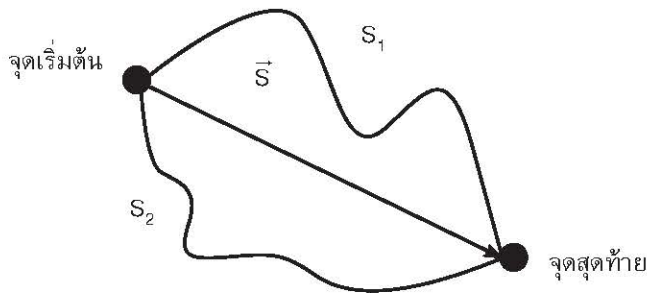
การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

ก่อนอื่นต้องทำความเข้าใจคำนิยามของปริมาณต่างๆ ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่ก่อน เพราะเป็นสิ่งจำเป็น อย่างน้อยเราต้องเข้าใจว่า

1. เป็นปริมาณเวกเตอร์หรือเป็นปริมาณสเกลาร์
2. เป็นปริมาณที่คงที่ตลอดการเคลื่อนที่หรือไม่
3. เป็นปริมาณที่ขึ้นกับเวลาอย่างไร เช่น เกิดขึ้นที่เวลาใดเวลาหนึ่งหรือ ณ จุดหนึ่งของเวลา, เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง หรือคงที่ตลอดเวลา

ดังนั้น เราจะนำเกณฑ์เหล่านี้มาพิจารณา อัตราเร็ว, ความเร็ว และความเร่ง

- ตำแหน่ง (Position) เป็นข้อมูลที่บ่งบอกถึงที่ตั้งของวัตถุที่เรากำลังพิจารณา
- ระยะทาง (Distance : S) เป็นความยาวตามเส้นทางของวัตถุที่สามารถเคลื่อนที่ได้ เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นเมตร (m)
- การกระจัด (Displacement : $\vec{S}$) เป็นระยะจากจุดตั้งต้นจนถึงจุดสุดท้าย เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็นเมตร (m)



จากรูปแสดงความแตกต่างระหว่างระยะทาง (S_1 และ S_2) กับการกระจัด ($\vec{S}$)

- อัตราเร็ว เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น m/s สามารถพิจารณาตามเวลา ดังนี้
 1. อัตราเร็วคงที่ (Constant Speed : v) คือระยะทางต่อหนึ่งหน่วยเวลาที่มีค่าเท่าเดิม ไม่ว่าจะพิจารณาในช่วงเวลาใดของการเคลื่อนที่

$$v = \frac{S}{t}$$

2. อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous Speed : V_{int}) คือระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ ณ เวลาหนึ่ง เช่น รถมอเตอร์ไซด์มีอัตราเร็ว 70 km/h ที่เวลา 10 นาที หลังจากเริ่มเคลื่อนที่ หรือถ้าหากพิจารณาอัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง ตามหลักคณิตศาสตร์การเปลี่ยนแปลงของเวลา จะเข้าสู่ศูนย์

$$V_{int} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

3. อัตราเร็วเฉลี่ย (Average Speed : V_{av}) คือระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา

$$V_{av} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

หมายเหตุ Δs และ Δt หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของระยะทางและเวลาตามลำดับ ซึ่งต้องนำค่าสุดท้ายลบด้วยค่าเริ่มต้นเสมอ

- ความเร็ว คือการกระจัดที่เปลี่ยนแปลงไปในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ มีหน่วยเป็น m/s สามารถพิจารณาตามการเปลี่ยนแปลงของเวลา ดังนี้

1. ความเร็วคงที่ (Constant Velocity : $\vec{v}$) คือการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งไม่ว่าจะพิจารณาในช่วงเวลาใดก็จะมีค่าเท่าเดิมตลอด

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

2. ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous Velocity : $\vec{v}_{int}$) คือการกระจัดต่อหนึ่งหน่วยเวลาที่ ณ เวลาหนึ่ง หรือ ณ การเปลี่ยนแปลงของเวลาเข้าใกล้ศูนย์ ($\Delta t \rightarrow 0$)

$$\vec{v}_{int} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

3. ความเร็วเฉลี่ย (Average Velocity : $\vec{v}_{av}$) คือการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ต่อหนึ่งหน่วยช่วงเวลา (Δt)

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{s}_2 - \vec{s}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

เปรียบเทียบอัตราเร็วกับความเร็ว สมมติว่าน้ำว่ายในสระซึ่งยาว 100 m ครบ 1 รอบ ใช้เวลา 120 s เราสามารถหาอัตราเฉลี่ยได้โดย

$$v_{av} = \frac{200 \text{ m} - 0 \text{ m}}{120 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{200 \text{ m}}{120 \text{ s}} \approx 1.67 \text{ m/s}$$

ในขณะที่ความเร็วจะได้

$$\vec{v}_{av} = \frac{0 \text{ m}}{120 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 0 \text{ m/s}$$

ความเร็วเท่ากับศูนย์ เพราะการกระจัดซึ่งคิดจากจุดตั้งต้นจนถึงจุดท้าย ซึ่งในกรณีนี้อยู่ที่จุดเดียวกัน

- **ความเร่ง** คือความเร็วที่วัตถุสามารถเคลื่อนที่ได้ต่อหนึ่งหน่วยเวลา มีทิศทางเดียวกับความเร็ว (ในกรณีของการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงจะไม่เหมือนกับการเคลื่อนที่แบบวงกลม) ดังนั้นจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น m/s^2 เช่นเดียวกับอัตราเร็วและความเร็ว ความเร่งสามารถพิจารณาตามการเปลี่ยนแปลงของเวลา ดังนี้

1. **ความเร่งคงที่ (Constant Acceleration : $\vec{a}$)** คือความเร็วต่อหนึ่งหน่วยเวลาที่มีค่าเท่าเดิมตลอดการเคลื่อนที่

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$$

2. **ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous Acceleration : $\vec{a}_{int}$)** คือความเร็วต่อหนึ่งหน่วยเวลา ณ เวลาหนึ่ง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของเวลามีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ($\Delta t \rightarrow 0$)

$$\vec{a}_{int} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

3. **ความเร่งเฉลี่ย (Average Acceleration : $\vec{a}_{av}$)** คือความเร็วต่อหนึ่งหน่วยช่วงเวลา (Δt)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

หมายเหตุ ส่วนใหญ่เมื่อกล่าวถึงความเร็วและความเร่ง ก็จะหมายถึงความเร็วหรือความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง มากกว่าที่จะเป็นความเร็วหรือความเร่งเฉลี่ย

เนื้อหาส่วนใหญ่ในหลักสูตรมัธยมมักจะกำหนดให้ความเร่งมีค่าคงที่เสมอ แต่ในระดับมหาวิทยาลัย อาจมีโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับกรณีที่มีความเร่งไม่คงที่ ซึ่งต้องใช้ความรู้ทางแคลคูลัสหรือการอินทิเกรตในการ แก้ปัญหาโจทย์

สูตรการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

1. $v = u + at$: ไม่มี s เข้ามาเกี่ยวข้อง
2. $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$: ไม่มี a เข้ามาเกี่ยวข้อง
3. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$: ไม่มี v เข้ามาเกี่ยวข้อง
4. $v^2 = u^2 + 2as$: ไม่มี t เข้ามาเกี่ยวข้อง

หมายเหตุ ตัวแปร u ปรากฏอยู่ในทุกสมการ

เมื่อ t คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ (s), S คือการกระจัด (m), u คือความเร็วต้น (m/s), v คือความเร็วปลาย (m/s), a คือความเร่ง (m/s²)

จากสมการทั้ง 4 สมการมีตัวแปรทั้งหมด 5 ตัวแปรนั่นคือ s u v a t (อาจจะจำว่า สู้ว์ท) ดังนั้น ในการพิจารณาว่าจะใช้สูตรไหนในการแก้โจทย์ ต้องดูว่าโจทย์ไม่กำหนดตัวแปรไหนมาบ้าง เช่น ไม่กำหนด ตัวแปร v หรือความเร็วปลายมา ก็ให้เลือกใช้สูตรที่ 3 คือ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

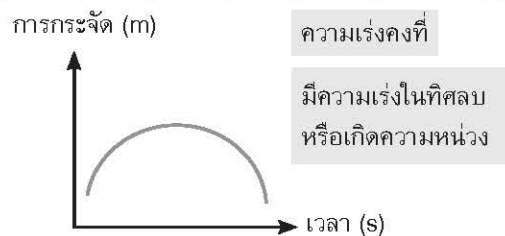
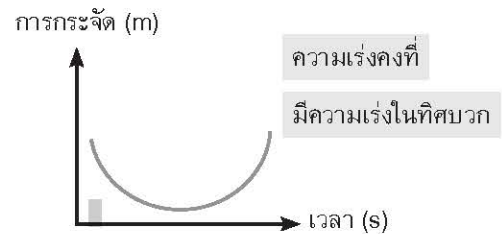
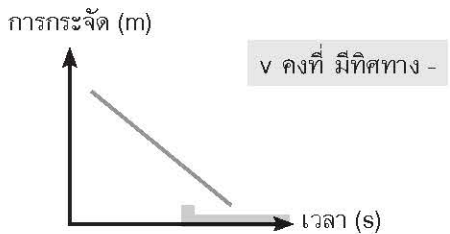
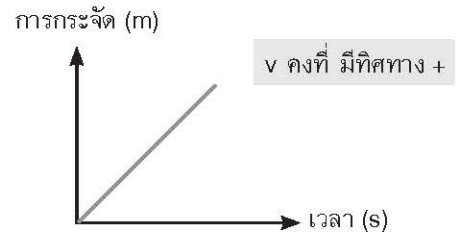
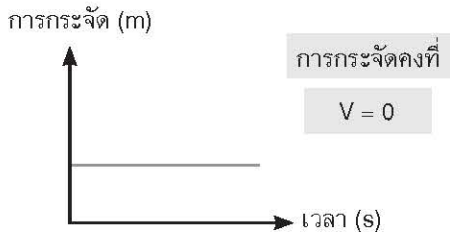
หลักการแก้ปัญหาโจทย์

1. พิจารณาเลือกสูตรโดยดูจากตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาว่าไม่มีตัวแปรไหนในสูตรไหน ก็ให้ เลือกสูตรนั้นมาคำนวณ
2. กำหนดทิศทางและเครื่องหมายของตัวแปรต่างๆ โดยกำหนดให้ตัวแปร u เป็นบวกเสมอ ตัวแปรใดที่มีทิศทางตรงข้าม u ก็ให้เป็นลบ และตัวแปรใดที่มีทิศเดียวกับ u ก็ให้เป็นบวก ยกเว้น ตัวแปร t ที่เป็นบวกเสมอ
3. พิจารณาความแตกต่างระหว่างความเร็วต้นและความเร็วปลายก่อน (เพราะมีหน่วยที่ เหมือนกันคือ m/s อาจจะสับสนได้) เช่น ถ้าโจทย์บอกว่า วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 25 m/s แสดงว่า 25 m/s เป็นความเร็วต้น หรือโจทย์บอกว่าวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง แสดงว่า $u = 0$ เป็นต้น
4. เมื่อความเร็วคงที่ แสดงว่าความเร่งมีค่าเท่ากับศูนย์ จะใช้เฉพาะสูตร $s = vt$ ในการคำนวณ (ความเร่งไม่เป็นศูนย์ เมื่อความเร็วมีการเปลี่ยนขนาด หรือมีการเปลี่ยนทิศทาง หรือเปลี่ยนทั้ง ขนาดและทิศทาง)
5. ความเร่งจะต้องคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ ถึงจะสามารถใช้ทั้ง 4 สูตรได้ เพราะถ้าความเร่ง ไม่คงที่ทั้งความเร็ว การกระจัด และความเร่ง ซึ่งเป็นฟังก์ชันกับเวลาจะมีสมการที่อธิบาย การเคลื่อนที่ที่ต่างกันไปตามสถานการณ์การเคลื่อนที่ของวัตถุ

กราฟการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง (เมื่อ a คงที่)

1. กราฟการกระจัด (แกนตั้ง) และเวลา (แกนนอน)

- ความชันของกราฟ $s - t$ คือความเร็ว ซึ่งหาได้จากความชัน $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$



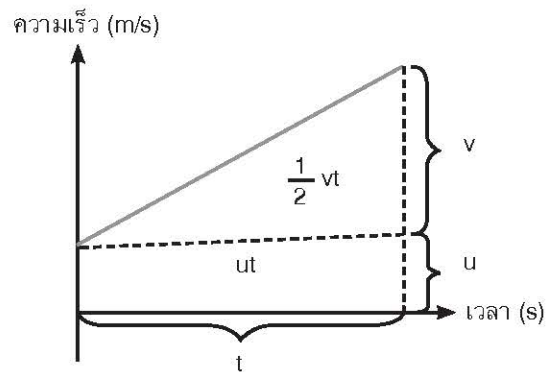
2. กราฟความเร็ว (แกนตั้ง) กับเวลา (แกนนอน)

- ความชันของกราฟความเร็วกับเวลา คือความเร่ง ซึ่งหาได้จาก $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$
- พื้นที่ใต้กราฟของความเร็วกับเวลา คือการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ จากสูตร

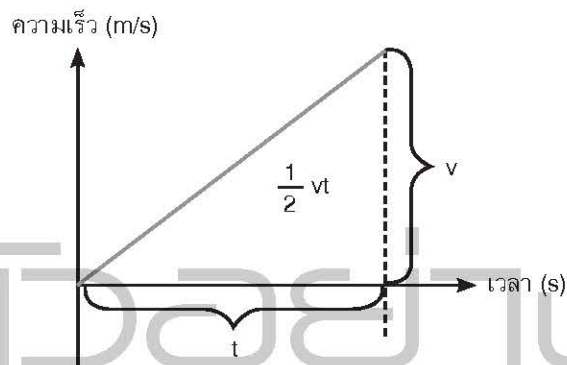
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = ut + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{t}\right)t^2$$

$$= ut + \frac{1}{2}vt \text{ (หรือพื้นที่สี่เหลี่ยม + พื้นที่สามเหลี่ยม) ซึ่งสอดคล้องกัน}$$

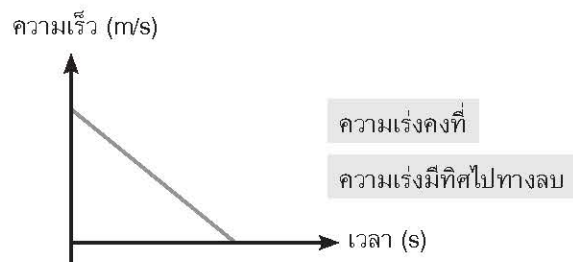
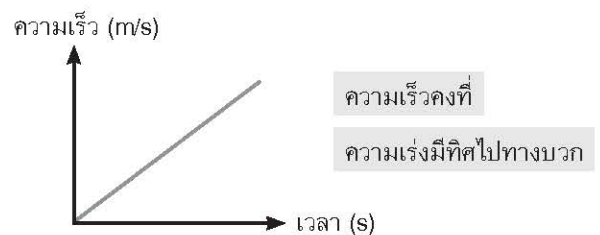
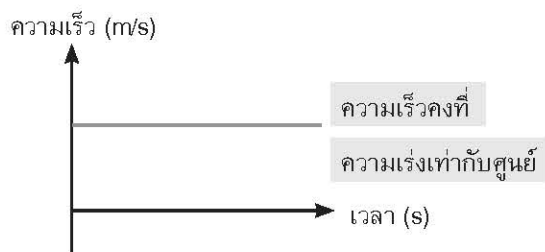
กราฟกรณีที่ความเร็วต้นไม่เท่ากับศูนย์



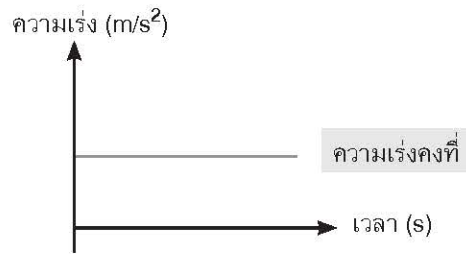
กรณีที่ความเร็วต้นเท่ากับศูนย์จะได้พื้นที่หรือการกระจัดเท่ากับ $\frac{1}{2} vt$



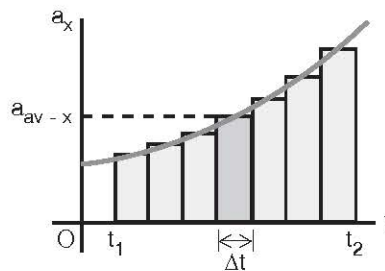
กราฟ $v - t$ จะมี 3 ลักษณะ คือ



3. กราฟความเร่ง (แกนตั้ง) กับเวลา (แกนนอน) พื้นที่ใต้กราฟคือความเร็ว ส่วนความชันไม่มีการนิยาม



กราฟกรณีความเร่งไม่คงที่

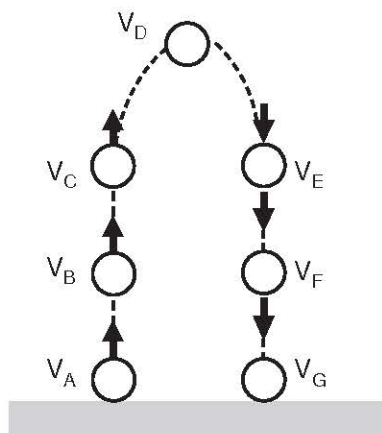


การหาการกระจัดและความเร็วในกรณีความเร่งไม่คงที่ หาได้จากการอินทิเกรตพื้นที่ใต้กราฟ โดยการแบ่งพื้นที่ใต้กราฟเป็นส่วนย่อยๆ (Δt) ดังรูป แล้วให้ลิมิต $\Delta t \rightarrow 0$ (นี่คือแนวคิดของการอินทิเกรต)

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt$$

การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก



- พิจารณาความเร็วของวัตถุในแต่ละตำแหน่งพบว่า

- ความเร็วขาขึ้นจะช้าลง $V_A > V_B > V_C > V_D$

- ความเร็วขาลงจะเพิ่มขึ้น $V_G > V_B > V_C > V_D$

- ที่จุดสูงสุดความเร็วจะเป็นศูนย์ จากรูป $V_D = 0$
- ที่ระดับเดียวกันอัตราเร็วขาขึ้นเท่ากับอัตราเร็วขาลง จากรูป $V_G = V_A$, $V_B = V_F$ และ $V_C = V_E$
- ที่ระดับเดียวกันเวลาทั้งขาขึ้นและขาลงจะเท่ากัน จากรูป $t_{A \rightarrow B} = t_{F \rightarrow G}$, $t_{B \rightarrow C} = t_{E \rightarrow F}$ และ $t_{C \rightarrow D} = t_{D \rightarrow E}$
- เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไปในแนวตั้งแล้วตกลงมา ณ จุดเดิม การกระจัดจะเท่ากับศูนย์ ($s=0$ เพราะจุดตั้งต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน) แต่เมื่อไรก็ตามที่วัตถุตกลงไปต่ำกว่าจุดอ้างอิงหรือต่ำกว่าตอนขาขึ้น การกระจัดจะเป็นลบ ($-s$)
- ถ้าหากวัตถุถูกปล่อยออกจากยานพาหนะในขณะที่กำลังเคลื่อนที่ ความเร็วต้นของวัตถุจะเท่ากับความเร็วของยานพาหนะนั้นในขณะปล่อย ส่วนทิศทางของความเร็วต้นก็มีทิศเดียวกับยานพาหนะนั้น
- ถ้ามีการปล่อยวัตถุจากพาหนะที่กำลังเคลื่อนที่ขึ้น วัตถุจะเคลื่อนที่ไปจนถึงระดับหนึ่งก่อน (ระดับที่ความเร็วเท่ากับศูนย์) แล้วจึงตกลงมาอย่างอิสระ

สูตรที่ใช้คำนวณการเคลื่อนที่ในแนวตั้งยังเป็นสูตรเดิม เพียงแต่เปลี่ยน a เป็น g เพราะการเคลื่อนที่ในแนวตั้งเป็นการเคลื่อนที่ภายใต้อิทธิพลแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่ง $g = 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$ จึงเขียนสูตรใหม่ได้ดังนี้

$$1) \quad v = u + gt$$

$$2) \quad s = \left(\frac{u+v}{2} \right) t$$

$$3) \quad s = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$$4) \quad v^2 = u^2 + 2gs$$

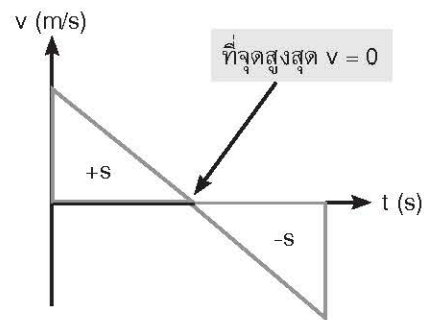
การกำหนดทิศทางและเครื่องหมายของตัวแปรยังคงเหมือนเดิมคือ กำหนดให้ u เป็นบวกเสมอไม่ว่าการเคลื่อนที่มีทิศขึ้นหรือทิศลง ดังนั้นตัวแปรใดที่มีทิศทางตรงข้ามกับ u ก็ให้มีเครื่องหมายเป็นลบ และ g มีทิศทางลงเสมอ แสดงว่า

- วัตถุเคลื่อนที่ขึ้น (u และ g มีทิศสวนทางกัน) g เป็นลบ
- วัตถุเคลื่อนที่ลง (u และ g มีทิศทางเดียวกัน) g เป็นบวก

กราฟการเคลื่อนที่ในแนวตั้งในสถานการณ์ต่างๆ

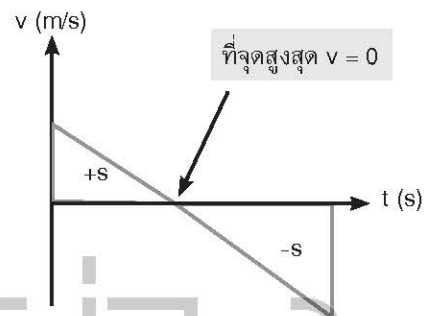
วัตถุกระดึบเดียวกับตอนเริ่มต้น

- การกระจัดเท่ากับศูนย์ (สังเกตได้จากพื้นที่ +s เท่ากับพื้นที่ -s ซึ่งรวมกันแล้วเท่ากับศูนย์)
- จุดตัดแกน x คือจุดที่ความเร็วเท่ากับศูนย์



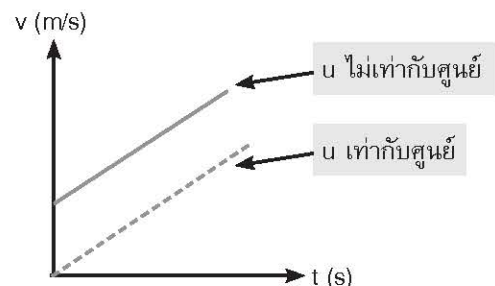
วัตถุกระดึบต่ำกว่าตอนเริ่มต้น

- การกระจัดมีค่าเป็นลบ (สังเกตได้จากพื้นที่ +s น้อยกว่าพื้นที่ -s)
- จุดตัดแกน x คือจุดที่ความเร็วเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นจุดสูงสุดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้



วัตถุตกลงมาอย่างอิสระ

- พื้นที่ใต้กราฟ $v - t$ คือการกระจัด และเมื่อวัตถุตกลงมาความเร็วจะเพิ่มขึ้น (สังเกตจากกราฟความชันที่เป็นบวก)
- กราฟที่เป็นเส้นประ วัตถุจะตกลงมาด้วยความเร็วต้นเท่ากับศูนย์
- กราฟเส้นทึบ วัตถุตกลงมาด้วยความเร็วต้นค่าหนึ่ง



เนื้อหาเพิ่มเติม

เรื่องความเร็วสัมพัทธ์

ในการวัดความเร็วสิ่งใดสิ่งหนึ่ง บางครั้งผู้สังเกตการณ์แต่ละคนสามารถวัดค่าความเร็วได้แตกต่างกัน ตัวอย่างที่ 1 ต้องการวัดความเร็วของพนักงานเก็บเงินที่กำลังเดินอยู่บนรถเมล์ด้วยความเร็ว 2 m/s ไปทางข้างหน้ารถ ในขณะที่รถวิ่งด้วยความเร็ว 14 m/s ถ้าคนที่วัดความเร็วคือคนที่ยืนบนรถเมล์อยู่ข้างทาง เขาจะวัดความเร็วได้เท่ากับ $14 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}$ แต่ถ้าคนที่นั่งอยู่บนรถเมล์วัดความเร็วของพนักงาน

เก็บเงิน จะวัดได้เท่ากับ 2 m/s จะเห็นได้ว่า ค่าของความเร็วจะขึ้นอยู่กับผู้สังเกตการณ์ เราอาจเรียกผู้สังเกตการณ์แต่ละคนว่า กรอบอ้างอิง ซึ่งบอกทิศทางและเวลา

กำหนดให้กรอบอ้างอิงของคนที่ยืนบนรถเป็น A และกรอบอ้างอิงของคนที่นั่งอยู่บนรถเป็น P และพนักงานเก็บเงินเป็น C

- ความเร็ว 2 m/s เป็นความเร็วของพนักงานเก็บเงินสัมพัทธ์กับคนที่นั่งอยู่บนรถ $V_{C/P}$
- ความเร็ว 14 m/s เป็นความเร็วของคนที่นั่งอยู่บนรถสัมพัทธ์กับคนที่รอรถ (ความเร็วของรถเมล์)

$$V_{P/A}$$

ดังนั้น ความเร็วของพนักงานเก็บเงินสัมพัทธ์กับคนรอรถเมล์ $V_{C/A}$ เท่ากับ

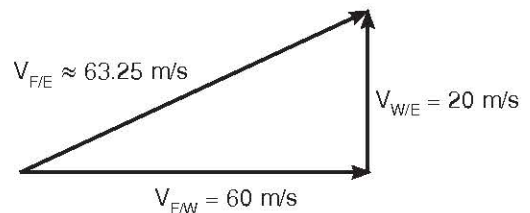
$$\begin{aligned} V_{C/A} &= V_{C/P} + V_{P/A} \\ &= 2 \text{ m/s} + 14 \text{ m/s} \\ &= 16 \text{ m/s} \end{aligned}$$

นี่เป็นเพียงตัวอย่างการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ในหนึ่งมิติ

ข้อสังเกต

ตัวห้อยจะแสดงการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างกรอบอ้างอิง เราสามารถตรวจสอบความถูกต้องโดยการนำตัวห้อยฝั่งซ้ายมาคูณกัน จะเท่ากับตัวห้อยฝั่งขวา นั่นคือ $\frac{C}{A} = \frac{C}{P} \times \frac{P}{A}$

ตัวอย่างที่ 2 กระแสลมมีความเร็ว 20 m/s พัดไปทางทิศเหนือ สมมติเตะลูกฟุตบอลไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 60 m/s สัมพัทธ์กับกระแสลม จงหาความเร็วของลูกฟุตบอลสัมพัทธ์กับพื้นดิน กำหนดให้ F เป็นกรอบอ้างอิงของลูกฟุตบอล, W เป็นกรอบอ้างอิงของลม และ E เป็นกรอบอ้างอิงของพื้นดิน



ดังนั้น ความเร็วของลมสัมพัทธ์กับพื้นดิน $V_{WE} = 20 \text{ m/s}$ เราสามารถหาความเร็วของลูกฟุตบอลเทียบกับพื้นดินได้โดย $\vec{V}_{FE} = \vec{V}_{FW} + \vec{V}_{WE}$

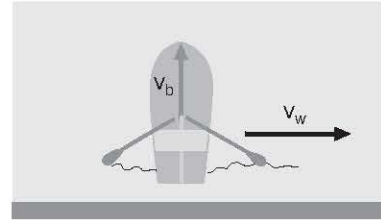
$$V_{FE} = \sqrt{V_{FW}^2 + V_{WE}^2}$$

$$V_{FE} = \sqrt{60^2 + 20^2}$$

$$V_{FE} \approx 63.25 \text{ m/s}$$

การวัดความเร็วของวัตถุโดยผู้สังเกตกำลังเคลื่อนที่สัมพัทธ์กัน หรือหลักของความเร็วสัมพัทธ์นั้นเป็นจุดเริ่มต้นของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

ตัวอย่างที่ 3 ถ้ามีเรือที่ข้ามแม่น้ำดังรูป เรือจะวิ่งข้ามปากในทิศทางตั้งฉากกับตลิ่ง ความเร็วของเรือเทียบกับน้ำเท่ากับ 4.0 m/s และความเร็วของกระแสน้ำเทียบกับตลิ่งเท่ากับ 3.0 m/s จงหาความเร็วของเรือเทียบกับตลิ่ง



วิธีทำ กำหนดให้ความเร็วของเรือเทียบกับน้ำเป็น $V_{B/W} = 4.0 \text{ m/s}$ และความเร็วของกระแสน้ำเทียบกับตลิ่งเป็น $V_{W/S} = 3.0 \text{ m/s}$ ความเร็วทั้งสองมีทิศทางตั้งฉากกัน ดังนั้นความเร็วของเรือเทียบกับตลิ่งเท่ากับ

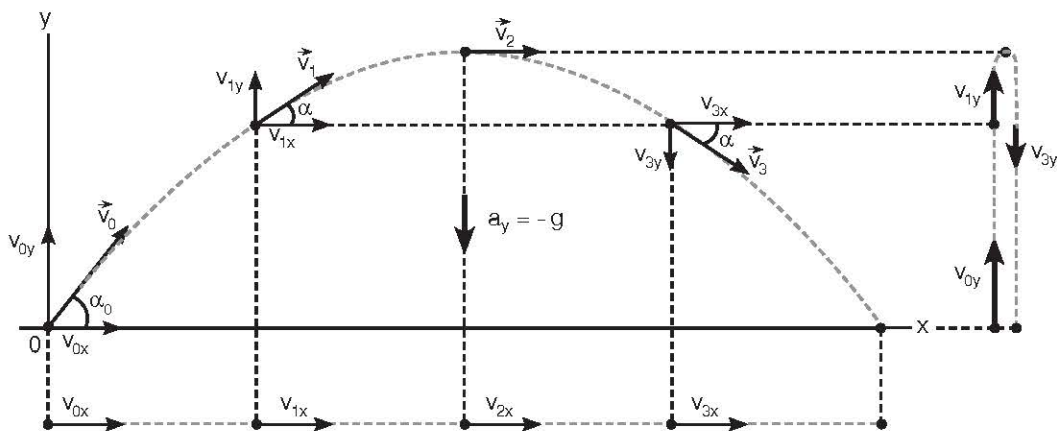
$$V_{B/S} = \sqrt{(V_{B/W})^2 + (V_{W/S})^2}$$

$$V_{B/S} = \sqrt{(4.0)^2 + (3.0)^2}$$

$$V_{B/S} = 5.0 \text{ m/s}$$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์เป็นการเคลื่อนที่ภายใต้ความเร่งโน้มถ่วง g ซึ่งเรากำหนดให้มีค่าคงที่ ดังนั้นสูตรการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงยังสามารถนำมาใช้ได้ เพียงแค่เราต้องแยกคิดการเคลื่อนที่ทั้ง 2 แนว



การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

จากรูปเป็นการเคลื่อนที่บนระนาบ xy (2 มิติ) เราสามารถแยกวิเคราะห์การเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระทั้งแนวแกน x และแนวแกน y

แนวแกน x วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ความเร่งเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแรงที่กระทำจะเท่ากับศูนย์, $F_x = 0$)

$$s_x = v_{0x}t$$

แนวแกน y วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ (เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง ดังนั้นแรงที่กระทำจะเท่ากับ mg , $F_y = mg$) สูตรทั้งหมดที่ใช้คำนวณจึงมีความเร่ง g เข้ามาเกี่ยวข้อง

$$s_y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gs_y$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$s_y = \left(\frac{v_{0y} + v_y}{2} \right) t$$

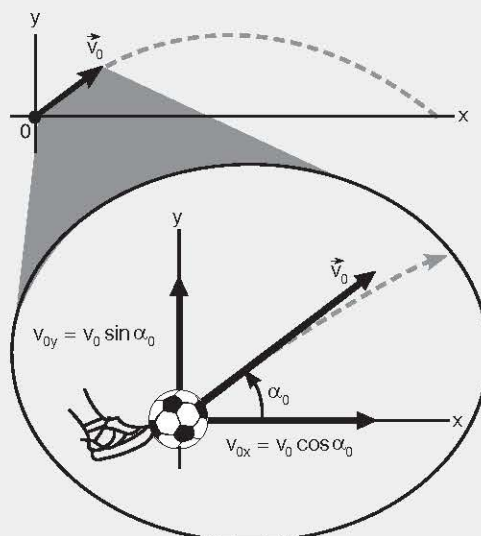
เมื่อ $v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$ (ความเร็วต้นในแนวแกน x), $v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$ (ความเร็วต้นในแนวแกน y), v_y คือความเร็วปลาย ณ ตำแหน่งใดๆ (m/s), s_x คือการกระจัดในแนวแกน x (m), s_y คือการกระจัดในแนวแกน y (m) และ t คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ (s)

ข้อสังเกต

เครื่องหมายลบในสูตรทั้งหมดเป็นผลมาจากค่า g เพราะเรากำหนดให้ทิศทางของความเร็วต้นในทิศขึ้น V_{0y} เป็นบวก ดังนั้น g ซึ่งมีทิศลงจึงเป็นลบ

หลักการคำนวณ

- ทิศทางของความเร็วลัพธ์ที่จุดใดๆ มีทิศทางที่สัมผัสกับเส้นทางการเคลื่อนที่ (Trajectory) ดังรูป ขนาดและทิศทางสามารถหาได้จาก $v = \sqrt{v_x + v_y}$ และ $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$ ตามลำดับ
- แยกองค์ประกอบของความเร็วต้นให้อยู่ในแนวแกน x ซึ่งจะได้ $v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$ และแนวแกน y จะได้ $v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$ ดังรูป



องค์ประกอบของความเร็วต้นที่แยกให้อยู่ในแนวนอนและแนวตั้ง

- จุดสูงสุด องค์ประกอบของความเร็วในแนวดิ่งมีค่าเท่ากับศูนย์ ($v_y = 0$) ส่วนองค์ประกอบของความเร็วในแนวราบมีค่าคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ ($v_{0x} = v_x$)
- เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และแกน y ที่จุดเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน จากรูป $t_{1x} = t_{1y}$, $t_{2x} = t_{2y}$ และ $t_{3x} = t_{3y}$

ดังนั้น ถ้าหากเราหาเวลาในแกน y ได้ ก็สามารถนำมาใช้ในแนวแกน x ได้ และในทางกลับกัน ถ้าเราหาเวลาในแนวแกน x ได้ ก็สามารถนำเอาไปใช้ในแกน y ได้

เวลาคือตัวแปรเชื่อมทั้งสองแกน

ข้อสังเกต

จากรูป เวลาทั้งหมดที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์มีค่าเท่ากับเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ในแนวดิ่งหรือตกอย่างอิสระ และความเร็วในแนวดิ่งของการเคลื่อนที่ทั้ง 2 แบบที่ระดับความสูงเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน (ลองเปรียบเทียบรูปทางซ้ายมือและรูปทางขวามือ)

- มุมที่ขว้างวัตถุมีค่าเท่ากับมุมที่วัตถุตก
- มุมที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ไกลที่สุดคือมุม 45°

ตัวอย่างการคำนวณที่พบบ่อยในโจทย์ปัญหา

1. เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด เมื่อจุดที่วัตถุตกอยู่ระดับเดียวกับจุดเริ่มต้น

$$s_y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$s_y = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 : \text{การกระจัดในแนวแกน y เท่ากับศูนย์}$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{1}{2}gt$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

2. การกระจัดสูงสุดที่วัตถุสามารถเคลื่อนที่ได้

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gs_y$$

$$0 = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gs_y$$

$$2gs_y = v_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$s_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

3. พิสัย (Range) ของการเคลื่อนที่ (คำนวณในแนวระนาบ)

$$S_x = v_{0x} t$$

$$S_x = (v_0 \cos \alpha) t$$

แทนค่าเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จากข้อ 1.

$$S_x = (v_0 \cos \alpha) \left(\frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \right)$$

จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$s_x = R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

จากสมการพิสัยการเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับมุม α เพราะว่าค่า g และ v_0 คงที่ ดังนั้นค่ามุมที่ทำให้ค่า $\sin 2\alpha$ มีค่ามากที่สุดและส่งผลให้พิสัยมีค่ามากที่สุดคือ $\sin 90^\circ = 1$ ดังนั้น $2\alpha = 90^\circ$, $\rightarrow \alpha = \frac{90^\circ}{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ$ มุม 45° จึงเป็นมุมที่ทำให้พิสัยการเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุด เมื่อเราจัดรูปแบบสมการใหม่จะได้

$$\sin 2\alpha = \frac{Rg}{v_0^2}$$

$$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \frac{Rg}{v_0^2}$$

แสดงว่ามีมุม 2 มุมที่ทำให้ได้ค่า R เดียวกัน เช่น ถ้า $\alpha = 30^\circ$

$$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin(180^\circ - 2(30^\circ))$$

$$= \sin(120^\circ)$$

$$= \sin(180^\circ - 60^\circ)$$

แสดงว่ามีมุมที่ทำให้ได้ค่า R เดียวกับมุม 30° คือมุม 60° ซึ่งทั้งสองมุมรวมกันเท่ากับ 90°

4. การหาความเร็วลัพธ์ของวัตถุ ณ เวลาต่างๆ

โดยหาขนาดความเร็วจาก

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gtv_0 \sin \alpha + g^2 t^2} \\ &= \sqrt{v_0^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) - 2gtv_0 \sin \alpha + g^2 t^2} \end{aligned}$$

จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gtv_0 \sin \alpha + g^2 t^2}$$

หาทิศทาง

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

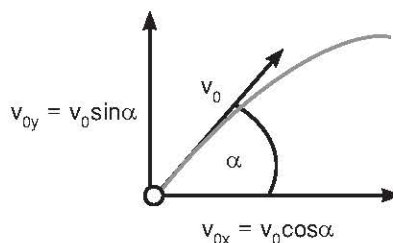
5. ความสัมพันธ์ระหว่าง S_x และ S_y

ให้พิจารณาที่ S_y สูงสุดและ S_x ครึ่งหนึ่งของการเคลื่อนที่

$$\begin{aligned} \frac{S_y}{S_x} &= \left(\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right) \left(\frac{g}{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha} \right) \\ \frac{S_y}{S_x} &= \frac{\tan \alpha}{2} \end{aligned}$$

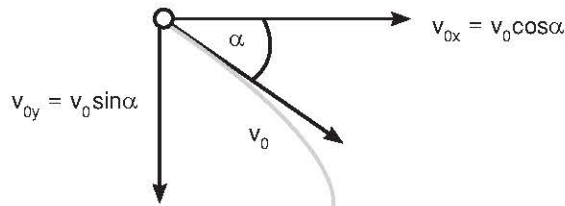
$$\tan \alpha = \frac{2S_y}{S_x}$$

จากรายละเอียดที่ผ่านมา เป็นกรณีทั่วไปของการเคลื่อนที่โปรเจกไทล์แบบวัตถุพุ่งเฉียงขึ้น

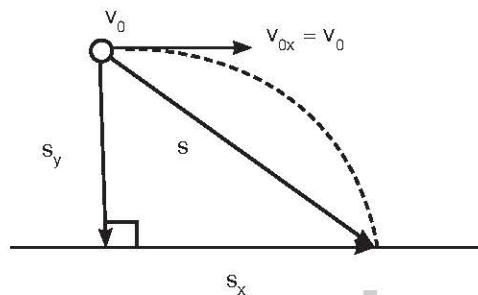


นอกจากนี้ยังมีกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่แบบพุ่งเฉียงลงและพุ่งออกในแนวระดับ ซึ่งหลักการคำนวณก็เหมือนกับกรณีวัตถุพุ่งเฉียงขึ้น เพียงแต่จะมีข้อแตกต่างอยู่บ้างดังนี้

การเคลื่อนที่โปรเจกไทล์ของวัตถุที่พุ่งเฉียงลง

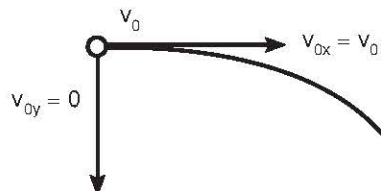


1. ความเร็วต้นของวัตถุและความเร่ง g อยู่ในทิศทางเดียวกัน ดังนั้น g จึงมีค่าเป็นบวก
2. การกระจัดในแนวแกน y ไม่เท่ากับศูนย์เหมือนกรณีวัตถุพุ่งเฉียงขึ้นเพราะจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้ายอยู่ในระดับที่ต่างกัน ดังรูป



ดังนั้น การกระจัดเท่ากับ $\vec{s} = \vec{s}_x + \vec{s}_y$ หรือขนาดของการกระจัด $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ของวัตถุที่พุ่งออกในแนวระดับ

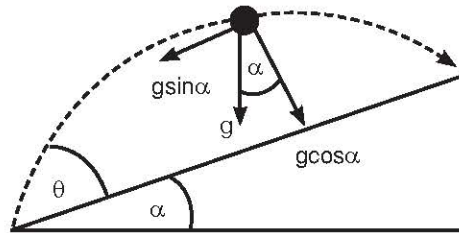


1. ความเร็วต้นในแนวแกน y จะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจึงมีเฉพาะความเร็วต้นในแนวแกน x ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่พุ่งออกและคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ (โดยประมาณมุมที่ทำกับแนวระดับเท่ากับ 0°)
2. ทิศทางและเครื่องหมายของความเร่ง g รวมทั้งการคำนวณหาการกระจัดเหมือนกับกรณีของวัตถุเคลื่อนที่พุ่งเฉียงลง

เนื้อหาเพิ่มเติม

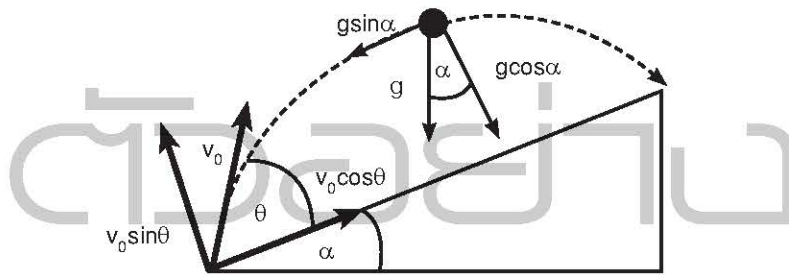
การเคลื่อนที่โปรเจกไทล์บนระนาบพื้นเอียง

สิ่งสำคัญคือเราต้องแยกองค์ประกอบของ g ออกในแนวตั้งฉากและในแนวระนาบของพื้นเอียงคือ $g\cos\alpha$ และ $g\sin\alpha$ ตามลำดับดังรูป ส่วนความเร็วต้นนั้นเราแยกให้อยู่ในทั้งสององค์ประกอบอยู่แล้ว



การเคลื่อนที่โปรเจกไทล์บนพื้นเอียง แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

1. กรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นบนพื้นเอียง



ในแนวระดับของพื้นเอียง

ความเร่งมีค่าเท่ากับ $-g\sin\alpha$

เพราะมีทิศทางตรงข้ามกับความเร็วต้น ทำให้ได้การกระจัดในแนวราบบนพื้นเอียงเท่ากับ

$$S_x = (v_0 \cos\theta)t - \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2$$

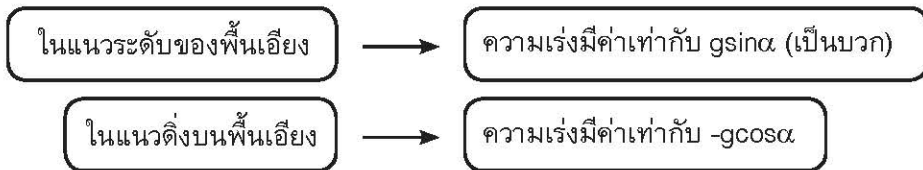
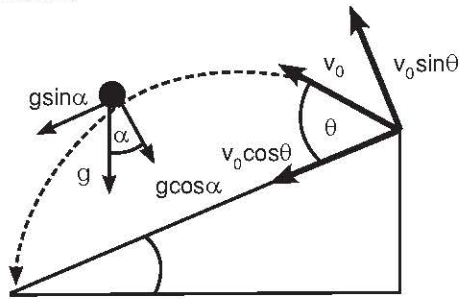
ในแนวตั้งบนพื้นเอียง

ความเร่งมีค่าเท่ากับ $-g\cos\alpha$

ซึ่งมีค่าเป็นลบเช่นเดียวกัน การกระจัดในแนวตั้งบนพื้นเอียงเท่ากับ

$$S_y = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}(g\cos\alpha)t^2$$

2. กรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียง



ส่วนการคำนวณการกระจัดก็เหมือนกับการคำนวณในกรณีแรก แตกต่างกันแค่วัตถุที่เคลื่อนที่ลงในแนวระดับของพื้นเอียงมีค่า $g \sin \alpha$ เป็นบวก

แรง มวล และการเคลื่อนที่ของนิวตัน

กลศาสตร์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของการกระจัด ความเร็ว ความเร่ง และเวลา ในบทก่อนๆ เราเรียกว่า **จลนศาสตร์ (Kinematics)** แต่กลศาสตร์ที่กล่าวถึง แรง มวล และการเคลื่อนที่ของวัตถุที่จะกล่าวต่อไปเป็น **จลนพลศาสตร์ (Kinetics)**

ความแตกต่างระหว่างวัตถุแข็งเกร็งและอนุภาค

โดยทั่วไปวัตถุสามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้เมื่อเกิดการเคลื่อนที่ แต่วัตถุแข็งเกร็งจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง วัตถุแข็งเกร็งจะมีมวลด้านการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่ง และโมเมนต์ความเฉื่อยด้านการเคลื่อนที่แบบหมุน แต่ถ้าหากกล่าวถึงอนุภาค (Point Mass) จะมีเฉพาะมวลเท่านั้นที่ด้านการเคลื่อนที่ โดยทั่วไปแล้วเราจะใช้คำว่า “วัตถุ” ในความหมายเดียวกับ “อนุภาค”

ความเฉื่อย มวล และแรง

ความเฉื่อยเป็นคุณสมบัติของวัตถุที่ต้านสภาพการเคลื่อนที่ ซึ่งมวลจะเป็นตัวบอกปริมาณความเฉื่อยในการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้น ดังนั้นถ้าหากวัตถุมีมวลมากหรือความเฉื่อยมาก แรงที่ใช้กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ก็จะมากด้วย

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

ข้อที่ 1. เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากกระทำ หรือแรงลัพธ์ที่มากกระทำเท่ากับศูนย์ วัตถุจะอยู่นิ่งหรือมีความเร็วคงที่

$$\sum F = 0$$

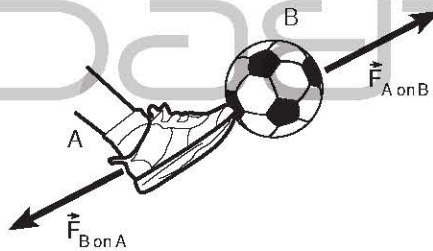
ข้อที่ 2. เมื่อมีแรงภายนอกสุทธิมากกระทำกับวัตถุ วัตถุก็จะมีความเร็วในทิศทางเดียวกับแรงนั้น แรงที่ได้จึงมีค่าเท่ากับมวลของวัตถุคูณกับความเร่งของวัตถุนั้น

$$\sum F = ma$$

ข้อที่ 3. ทุกแรงกิริยา (Action) จะมีแรงปฏิกิริยา (Reaction) ที่เกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน ขนาดเท่ากัน และมีทิศทางตรงกันข้ามเสมอ

แรงกิริยา = แรงปฏิกิริยา

ตัวอย่างเช่น

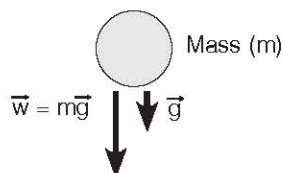


$$F_{A \text{ on } B} = -F_{B \text{ on } A}$$

จากรูป เมื่อเราเตะลูกบอลด้วยแรงกิริยา $F_{A \text{ on } B}$ จะมีปฏิกิริยา $-F_{B \text{ on } A}$ (เครื่องหมายลบใช้บอกทิศทางของแรง) ที่ลูกบอลกระทำกับเท้าของเรา แรงทั้งสองนี้เกิดบนคนละวัตถุ ดังนั้นจึงไม่สามารถรวมกันได้

แรงชนิดต่างๆ

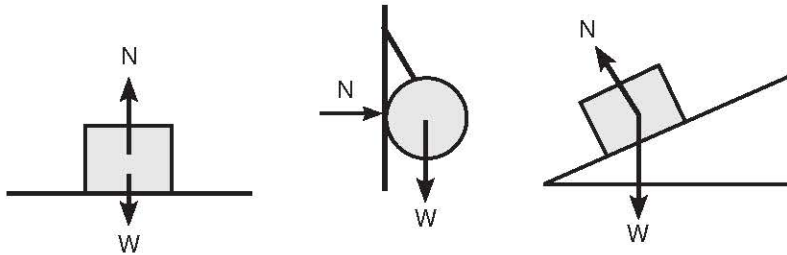
1. น้ำหนัก (Weight : W) คือแรงโน้มถ่วงที่โลกดึงดูดวัตถุ มีทิศพุ่งลง (พุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก) เสมอ



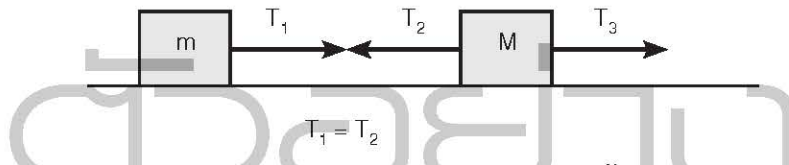
ความแตกต่างระหว่างมวลและน้ำหนัก

น้ำหนักเป็นผลคูณระหว่างมวลและ g ดังนั้นน้ำหนักจึงมีค่าไม่คงที่ เปลี่ยนแปลงตามค่า g ซึ่งเราทราบกันดีว่าค่า g ในแต่ละที่จะไม่เท่ากัน เช่น ห่างจากพื้นโลกออกไป ค่า g จะน้อยลง ดังนั้นน้ำหนักจึงน้อยลงด้วย ส่วนมวลจะมีค่าคงที่ทุกๆ ที่

2. แรงปฏิกิริยาดังฉาก (Normal Force : N) คือแรงดันโต้ตอบที่มีทิศพุ่งเข้าหาวัตถุที่เราพิจารณาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส ดังรูป

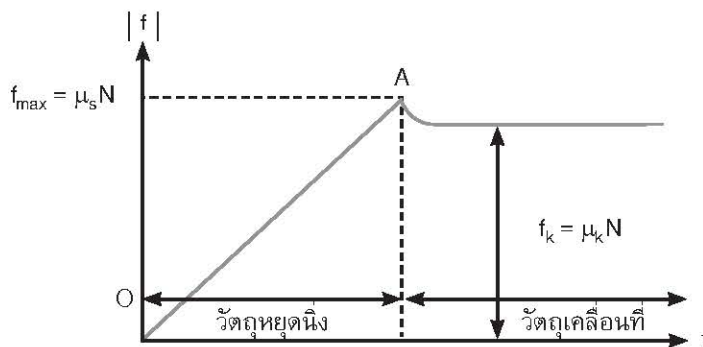


3. แรงดึงเชือก (Tension Force : T)



- แรงดึงเชือกในเชือกเส้นเดียวกันจะมีค่าเท่ากันทุกจุด ดังนั้น จากรูป $T_1 = T_2$ เพราะเป็นเชือกเส้นเดียวกันที่ผูกวัตถุ m และ M เข้าด้วยกัน
- แรงดึงเชือกมีทิศทางพุ่งออกจากวัตถุที่เราพิจารณา เช่น ถ้าเราพิจารณามวล m เราจะกำหนดให้ T_1 มีทิศทางไปทางขวามือดังรูป

4. แรงเสียดทาน (Friction Force : f) เป็นแรงที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ มีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ แบ่งออกเป็น 2 แบบ



- แรงเสียดทานสถิต (Static Friction Force : f_s) เป็นแรงเสียดทานที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ยังไม่เคลื่อนที่ ดังนั้นแรงเสียดทานจึงมีค่าเท่ากับแรงที่มากกระทำ

$$f_s = \mu_s N$$

โดยที่ f_s คือแรงเสียดทานสถิต

μ_s คือสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต

N คือแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากที่พื้นผิวกระทำกับวัตถุที่เราพิจารณา

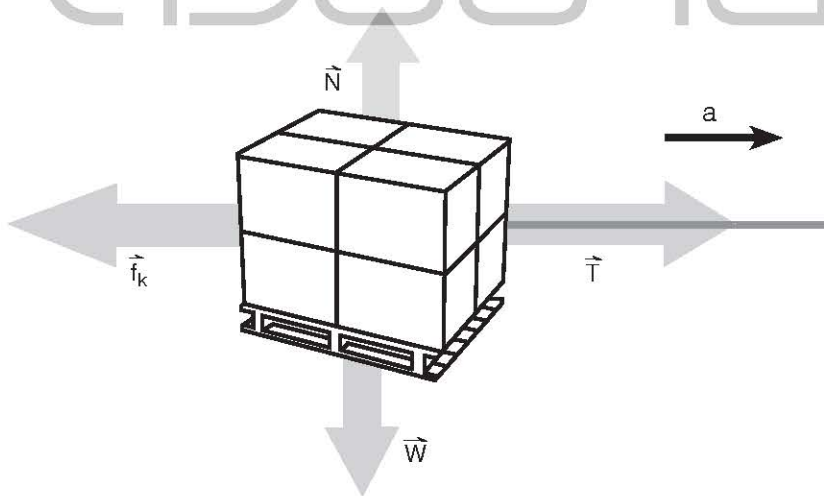
- แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic Friction Force : f_k) เป็นแรงเสียดทานที่ต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ เกิดขึ้นในขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่

$$f_k = \mu_k N$$

โดยที่ f_k คือแรงเสียดทานจลน์

μ_k คือสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์

หมายเหตุ ชนิดของแรง สิ่งสำคัญที่เราต้องทำความเข้าใจคือ ทิศทางของแรง เพราะเราต้องนำไปใช้ในการกำหนดเครื่องหมาย และสร้างสมการในการคำนวณ เช่น ออกแรงดึงกล่องด้วยแรงค่าหนึ่งไปบนพื้นที่มีแรงเสียดทานไปทางขวามือ ดังรูป



ขั้นตอนการคิด

1. กำหนดทิศทางความเร่งของกล่อง จากรูป a มีทิศทางไปทางขวามือ
2. เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับกล่อง ดังรูป
 - T มีทิศทางพุ่งออกจากกล่อง
 - N มีทิศทางตั้งฉากกับกล่อง
 - f_k มีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่
 - W มีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก

3. แรงโน้มถ่วงที่มีทิศทางเดียวกับความเร่งกำหนดให้เป็นบวก แรงโน้มถ่วงที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับความเร่งให้เป็นลบ

4. ใช้ความสัมพันธ์ $\sum F = ma$ ในแนวที่กล่องมีความเร่ง จะได้สมการ $T - f_k = ma$ (T เป็นบวก, f_k เป็นลบ) ตามข้อ 3 ในแนวดิ่งกล่องไม่มีความเร่ง ดังนั้นจึงใช้กฎข้อที่ 1 ของนิวตัน $\sum F = 0$ ถ้าเรากำหนดให้ทิศขึ้นเป็นบวก จะได้สมการ

$$N - W = 0$$

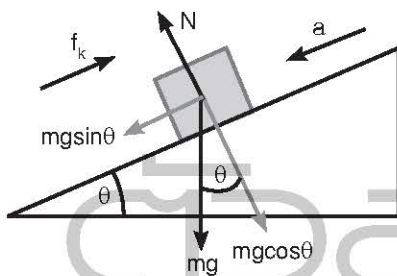
$$N = W$$

$$N = mg$$

การประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันในสถานการณ์ต่าง ๆ มีดังนี้

1. การเคลื่อนที่บนพื้นเอียง โดยทั่วไปเราจะแบ่งการเคลื่อนที่บนพื้นเอียง ออกเป็น 2 แบบ คือ

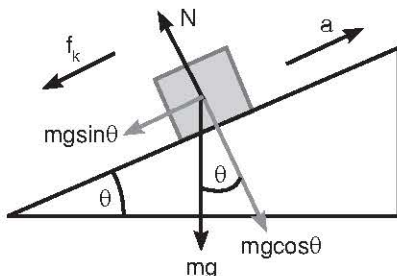
1.1 การเคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียงที่มีความเสียดทาน (f_k)



ในแนวพื้นเอียง : $mg\sin\theta - f_k = ma$

ในแนวดังฉากกับพื้นเอียง : $N = mg\cos\theta$

1.2 การเคลื่อนที่ขึ้นบนพื้นเอียงที่มีความเสียดทาน (f_k)



ในแนวพื้นเอียง : $-mg\sin\theta - f_k = ma$

ในแนวดังฉากกับพื้นเอียง : $N = mg\cos\theta$

ส่วนการเคลื่อนที่บนพื้นเอียงในกรณีอื่นๆ เช่น

- กรณีที่พื้นเอียงลื่น ซึ่งแสดงว่าพื้นเอียงไม่มีความเสียดทาน เราสามารถใช้สมการในทั้งสองกรณี ดังที่กล่าวมาแล้ว โดยการตัด f_k ออกจากสมการทั้งกรณีที่มีการเคลื่อนที่ขึ้นและเคลื่อนที่ลง
- กรณีที่เพิ่มแรงดัดวัตถุขึ้นหรือลง เราก็แค่เพิ่มแรงดัด F เข้าไปในสมการ ดังนั้นจะได้สมการใหม่สองสมการ ดังนี้

การเคลื่อนที่ขึ้นของวัตถุด้วยแรงดัด F

ในแนวพื้นเอียง : $F - mg\sin\theta - f_k = ma$

ในแนวดังฉากกับพื้นเอียง : $N = mg\cos\theta$

การเคลื่อนที่ลง

$$\text{ในแนวพื้นเอียง : } F + mg \sin \theta - f_k = ma$$

$$\text{ในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง : } N = mg \cos \theta$$

สรุป ไม่ว่าการเคลื่อนที่บนพื้นเอียงจะอยู่ในกรณีใด หลักการคำนวณคือ

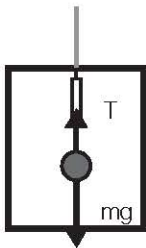
- แรงที่ไม่อยู่ในแนวขนานและตั้งฉากกับพื้นเอียง เราต้องแยกองค์ประกอบของแรงให้อยู่ในแนวขนานและแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง เช่น แรง mg แยกเป็น $mg \cos \theta$ (ตั้งฉากกับพื้นเอียง) และ $mg \sin \theta$ (ขนานกับพื้นเอียง)
- แรงที่ตั้งฉากหรือขนานกับพื้นเอียงอยู่แล้ว เช่น แรง N (ตั้งฉากกับพื้นเอียง) แรง f (ขนานกับพื้นเอียง) สามารถนำมาคิดได้เลย
- เมื่อเขียนแรงทั้งหมดครบแล้ว ให้ตั้งสมการการเคลื่อนที่ในแนวพื้นเอียงและแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง ดังตัวอย่างทั้งสองกรณีที่กล่าวมาแล้ว โดย
 - แรงที่มีทิศเดียวกับความเร่งให้เป็นบวก (+)
 - แรงที่มีทิศตรงข้ามกับความเร่งให้เป็นลบ (-)

เช่น แรงเสียดทาน f จะต้านการเคลื่อนที่เสมอ ดังนั้นจึงเป็นลบ

2. วัตถุที่ขึงในลิฟต์

น้ำหนักที่อ่านได้จากเครื่องชั่ง คือค่า T และวัตถุที่อยู่ในลิฟต์จะมีอัตราเร็วเดียวกับลิฟต์ ซึ่งเราสามารถพิจารณาการชั่งตามการเคลื่อนที่ของลิฟต์เป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

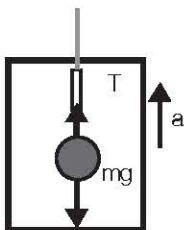
2.1 เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ($a = 0$)



$$T = mg$$

น้ำหนักที่ชั่งได้เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จะเป็นน้ำหนักจริงของวัตถุ

2.2 เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง

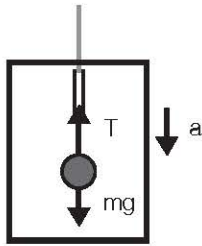


$$T - mg = ma$$

$$T = mg + ma$$

วัตถุจะมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเพราะแรง ma

2.3 เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง

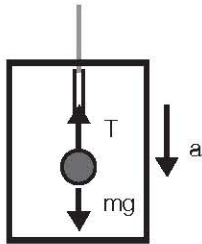


$$mg - T = ma$$

$$T = mg - ma$$

วัตถุจะมีน้ำหนักลดลงเพราะแรง ma

2.4 เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งเท่ากับค่า g



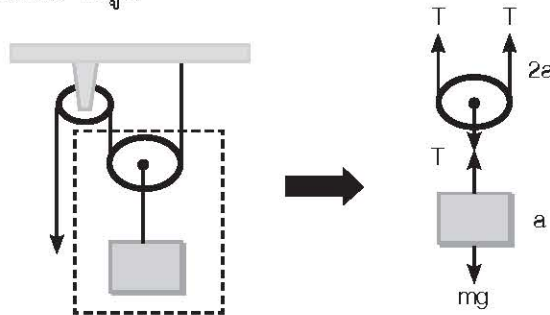
$$mg - T = mg$$

$$T = 0$$

วัตถุจะอยู่ในสภาพไร้น้ำหนัก

3. รอก หลักการคำนวณเรื่องรอกมีดังนี้

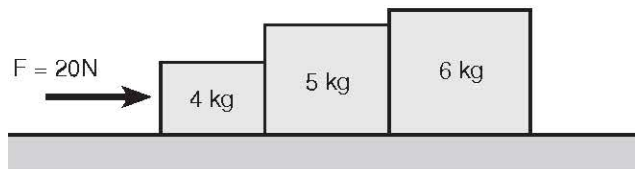
- พิจารณาแรงที่กระทำกับรอกแต่ละตัว โดยแรงดึงเชือกในเชือกเส้นเดียวกันจะเท่ากัน และมีความเร่งเท่ากันเพราะเคลื่อนที่ไปพร้อมกันทั้งเส้น และแรงดึงเชือกมีทิศทางที่พุ่งออกจากรอกเสมอ
- สำหรับรอกเดี่ยวเคลื่อนที่ เชือกเส้นคู่ซึ่งพุ่งออกจากรอก จะมีความเร่งเป็นสองเท่าของเชือกเส้นเดี่ยวเสมอ ดังรูป



4. การเคลื่อนที่ของมวลที่ติดกันหรือโยงด้วยเชือก

หลักการคำนวณคือ เริ่มต้นจากการคิดความเร่งของระบบก่อน เพราะมวลทุกมวลจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกัน จากนั้นจึงแยกมวลที่เราสนใจมาคิด

ตัวอย่างที่ 1



ให้คำนวณหาแรงปฏิกิริยาระหว่างมวล 4 kg, 5 kg และ 6 kg ดังรูป

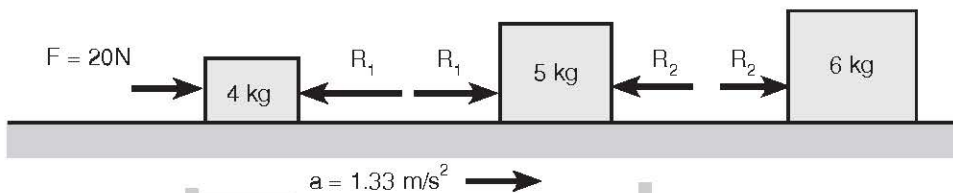
1) คำนวณหาความเร่งของระบบ

$$F = ma$$

$$20 = (4 + 5 + 6)a$$

$$a = \frac{20}{15} = 1.33 \text{ m/s}^2$$

2) คำนวณหาแรงปฏิกิริยาระหว่างมวล 4 kg และ 5 kg



จากรูป แรงปฏิกิริยาที่มวล 4 kg กระทำกับมวล 5 kg คือแรง R_1 มีขนาดเท่ากับกับแรงปฏิกิริยาที่มวล 5 kg กระทำกับมวล 4 kg แต่ทิศตรงข้ามกัน (ตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน) เช่นเดียวกับกับแรงปฏิกิริยาระหว่างมวล 5 kg และ 6 kg

มวล 4 kg

$$F - R_1 = ma$$

$$R_1 = F - ma$$

$$R_1 = 20 - (4 \times 1.33) = 14.68 \text{ N}$$

มวล 5 kg

$$R_1 - R_2 = ma$$

$$R_2 = R_1 - ma$$

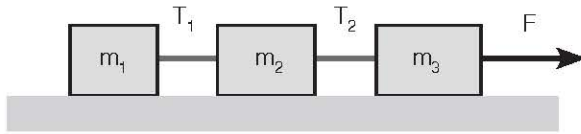
$$R_2 = 14.68 - (5 \times 1.33) \approx 8.0 \text{ N}$$

มวล 6 kg

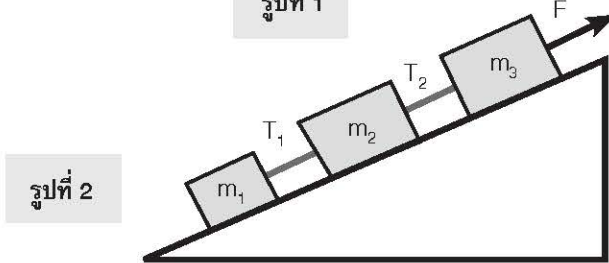
$$R_2 = ma$$

$$R_2 = 6 \times 1.33 \approx 8.0 \text{ N}$$

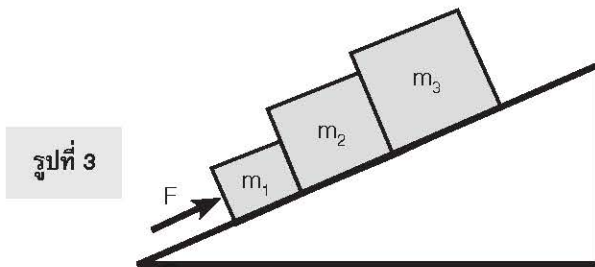
ตัวอย่างกรณีอื่นๆ ที่สามารถคำนวณได้คล้ายกันคือ



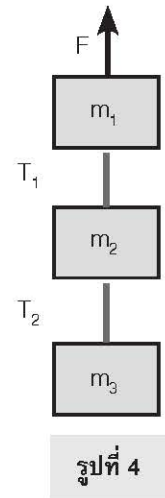
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

หลักการคำนวณกรณีต่างๆ ดังรูปข้างต้น ใช้หลักการเดียวกันคือ คำนวณความเร่งของระบบก่อน แล้วค่อยแยกมวลมาคำนวณทีละมวล โดยใช้ความเร่งค่าเดียวกันเพราะระบบทั้งระบบเคลื่อนที่ไปด้วยกัน

- มวลที่ผูกด้วยเชือกต้องคำนวณแรงดึงเชือกด้วย
- มวลที่ผูกกันอยู่ในแนวตั้งดังรูปที่ 4 ต้องคิดแรง mg ของแต่ละมวลด้วย และถ้าหากคำนวณหาแรง T_1 ต้องรวมมวล m_3 ด้วย
- การเคลื่อนที่บนแนวพื้นเอียงดังรูปที่ 2 และรูปที่ 3 ต้องแยกองค์ประกอบของแรงให้อยู่ในแนวพื้นเอียง และตั้งฉากกับพื้นเอียง เช่นแรง mg

ข้อสังเกต

การเคลื่อนที่โดยมีมวลหลายก้อนผูกโยงติดกัน ไม่ว่าจะเป็นระบบมวลที่ผูกติดกันบนพื้นเอียง หรือระบบมวลที่แขวนห้อยกันอยู่ หรือเคลื่อนที่ติดกันไป แรงที่กระทำกับมวลแต่ละก้อน จะขึ้นกับมวลเท่านั้น ดังนั้นเราสามารถใช้สัดส่วนของมวลคำนวณหาสัดส่วนของแรงได้

จากตัวอย่างที่ 1 จะได้สัดส่วนมวล $(4 + 5 + 6) : (5 + 6) : 6$
 $15 : 11 : 6$

หลักการหาสัดส่วนมวล คือ ยึดด้านที่แรงมากกระทำเป็นหลัก แล้วรวมมวลเข้าทีละส่วน
 จะได้สัดส่วนแรง $20 : 14.7 : 8.0$

หลักการหาสัดส่วนแรง คือ นำแรงตอนเริ่มต้นมาคิดจากตัวอย่างคือ 20N แล้วเทียบหาสัดส่วนของแรงจากสัดส่วนของมวล

สมดุลกล

สมดุลกล (Mechanical Equilibrium) จะเกิดขึ้นเมื่อ

- วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ หรือหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ เรียกว่า สมดุลจลน์ (Kinetic Equilibrium)
- วัตถุอยู่นิ่งกับที่ หรือไม่เกิดการหมุน เรียกว่า สมดุลสถิต (Static Equilibrium)

สมดุลของการเลื่อนตำแหน่ง (Translational Equilibrium)

เกิดเมื่อวัตถุไม่เคลื่อนที่หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ไม่มีความเร่ง) ซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่ 1

ของนิวตัน $\sum \vec{F} = 0$

ดังนั้น

แรงขึ้น = แรงลง

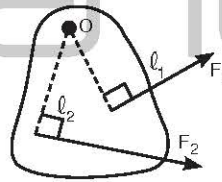
และ

แรงทางซ้าย = แรงทางขวา

สมดุลของการหมุน (Rotational Equilibrium)

เกิดเมื่อวัตถุไม่หมุน หรือหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ โมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนใดๆ มีค่าเท่ากับแรงคูณกับระยะห่างจากจุดหมุนที่ตั้งฉากกับแนวแรงนั้น

$$M = F \times \ell$$

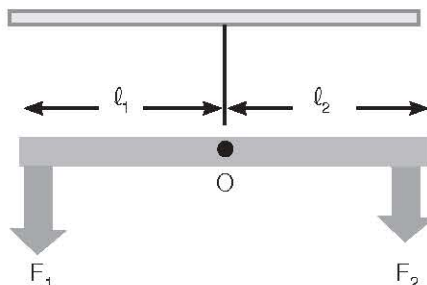


เมื่อ M คือโมเมนต์ ($\text{N}\cdot\text{m}$), F คือแรง (N) และ ℓ คือระยะห่างจากจุดหมุนที่ตั้งฉากกับแนวแรง (m)

หลักการสมดุลของการหมุน คือ ผลรวมโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา รอบจุดหมุนใดๆ มีค่าเท่ากับผลรวมโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา รอบจุดหมุนนั้น

$$M_{\text{counter-clockwise}} = M_{\text{clockwise}}$$

ตัวอย่างเช่น



แรงที่ทวนเข็มนาฬิกาคือ F_1 และแรงที่ตามเข็มนาฬิกาคือ F_2 ส่วนระยะ l_1 และ l_2 คือระยะที่ตั้งฉากกับแนวแรงดังรูป อาศัยความสัมพันธ์ $M_{\text{counter-clockwise}} = M_{\text{clockwise}}$ เราจะได้สมการ

$$F_1 \times l_1 = F_2 \times l_2$$

สมดุลสมบูรณ์ (Absolute Equilibrium)

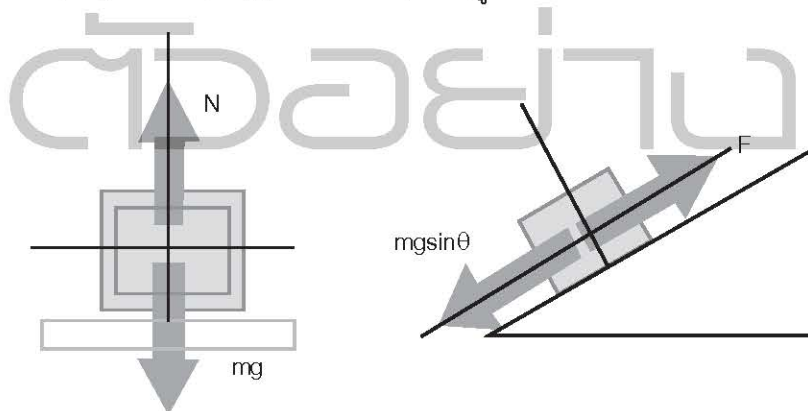
วัตถุอันหนึ่งสามารถอยู่ในสมดุลได้ทั้งสมดุลการเลื่อนตำแหน่งและสมดุลการหมุนพร้อมกัน ซึ่งเราจะเรียกว่า วัตถุอยู่ในสมดุลสมบูรณ์ ดังนั้น

$$\text{สมดุลสมบูรณ์} = \text{สมดุลการเลื่อนตำแหน่ง} (\sum \vec{F} = 0) + \text{สมดุลการหมุน} (\sum \vec{M} = 0)$$

สมดุลของแรงที่มีแรงตั้งแต่ 2 แรงขึ้นไป

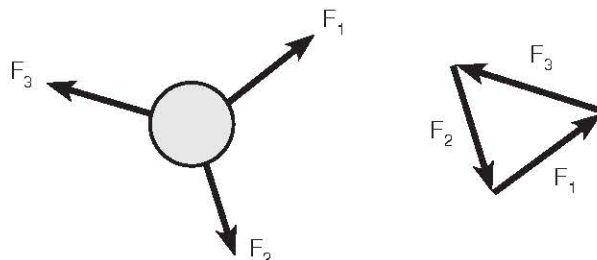
• กรณี 2 แรง

แรงทั้งสองจะต้องอยู่ในแนวเดียวกัน อยู่ในทิศทางที่ตรงข้ามกัน และมีขนาดเท่ากัน ยกตัวอย่างเช่น แรง N กับแรง mg และแรง $mg \sin \theta$ กับ แรง F ดังรูป



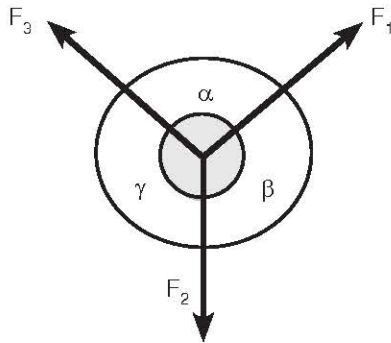
• กรณี 3 แรง

ถ้ามีแรงมากกระทำกับวัตถุ 3 แรง วัตถุจะอยู่ในสมดุล เมื่อแรงทั้งหมดมารวมกันแล้วเท่ากับศูนย์ หรือเมื่อนำเวกเตอร์มาต่อกันจะได้สามเหลี่ยม ดังรูป



เวกเตอร์ของแรงทั้งสาม
จะเป็นแบบหางต่อหัวทั้งหมด

เราสามารถนำทฤษฎีของลามีมาช่วยในการคำนวณได้ในกรณี 3 แรง ดังนี้



$$\frac{F_1}{\sin \gamma} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{F_3}{\sin \beta}$$

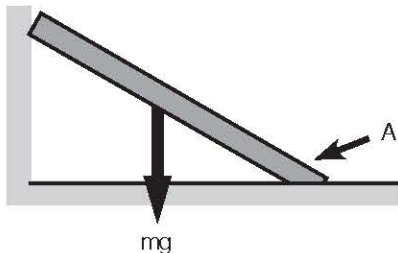
• กรณีที่มีแรงมากกว่า 3 แรง

เมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุมากกว่า 3 แรง แรงไม่จำเป็นจะต้องมาพบกันที่จุดเดียวกัน และแรงที่มากกระทำก็ไม่จำเป็นต้องอยู่ในระนาบเดียวกันด้วย แต่สิ่งสำคัญคือแรงลัพธ์ หรือผลรวมของแรงทั้งหมดเท่ากับศูนย์

หลักการเขียนแผนภาพอิสระ: (Free Body Diagram)

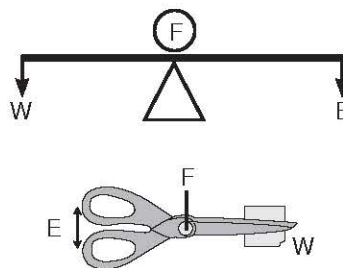
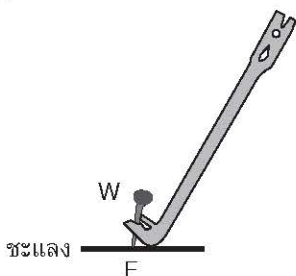
ในกรณีที่พิจารณาการหมุนของวัตถุ เราต้องเลือกจุดหมุน ซึ่งสามารถพิจารณา ดังนี้

1. เลือกจุดหมุนที่มีแรงที่เราไม่ต้องการหาผ่านจุดหมุนนั้นมาก ๆ เพราะแรงที่ผ่านจุดหมุนนั้นเราไม่ต้องนำมาคิด ซึ่งจะทำให้การคิดโมเมนต์ง่ายขึ้น
2. เลือกจุดหมุนที่เราคิดว่าเมื่อวัตถุเสียสมดุลแล้วจะต้องหมุนที่จุดนั้น เช่น



เมื่อวัตถุล้มลง วัตถุจะหมุนที่จุด A

3. เลือกจุดหมุนที่เป็นจุดหมุนที่แน่นอนอยู่แล้ว เช่น บริเวณข้อต่อกรรไกร (จุด F) และจุดงัดของขะแลง (จุด F) ดังรูป



4. เขียนแผนภาพอิสระโดยเขียนแรงที่กระทำกับวัตถุให้ครบทุกแรง แรงไหนที่ไม่อยู่ในแนวระดับหรือแนวตั้ง จะต้องแตกแรงให้อยู่ในแนวนอนก่อนแล้วจึงใช้หลักการ

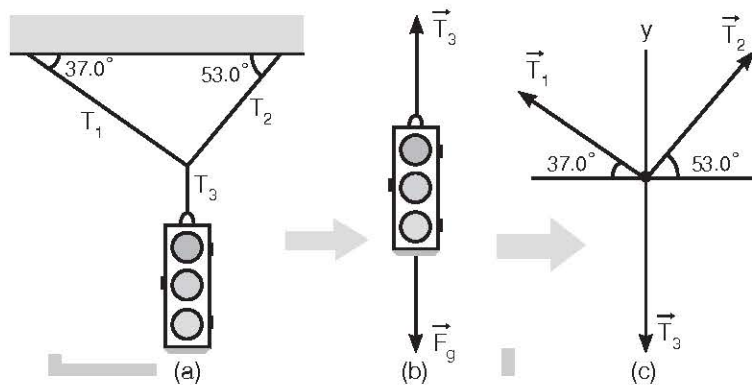
$$\left. \begin{array}{l} \text{แรงขึ้น} = \text{แรงลง} \\ \text{แรงทางซ้าย} = \text{แรงทางขวา} \end{array} \right\}$$

สมดุลการเคลื่อนที่

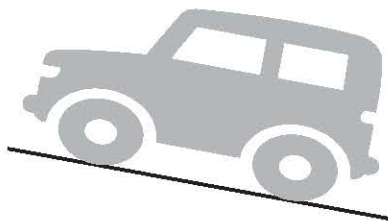
$$M_{\text{counter-clockwise}} = M_{\text{clockwise}}$$

สมดุลการหมุน

ตัวอย่าง กรณีการเขียนแผนภาพอิสระของสมดุลการเคลื่อนที่



ตัวอย่าง กรณีการเขียนแผนภาพอิสระของสมดุลการหมุน

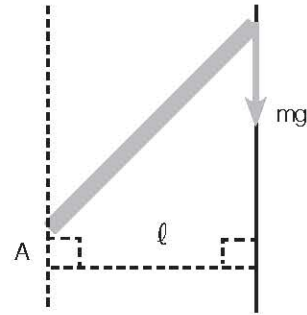
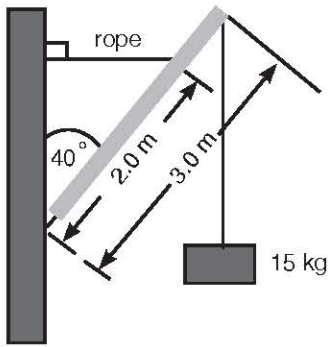


จากรูปเราสามารถกำหนดให้ล้อหน้าหรือล้อหลัง
ของรถเป็นจุดหมุนก็ได้ในการ Take Moment

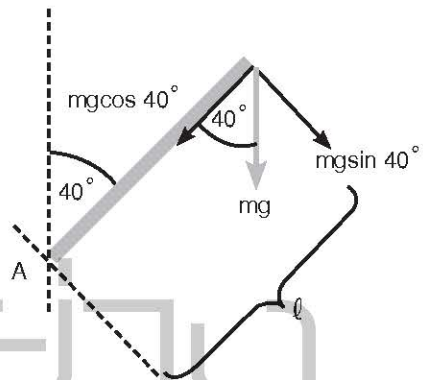
บางครั้งในการคำนวณอาจจะใช้หลักการทั้งสมดุลการหมุนและสมดุลการเคลื่อนที่พร้อมกัน เช่น เราอาจหาแรงที่กระทำที่จุดหนึ่งโดยหลักการสมดุลการหมุน แล้วนำไปคำนวณในสมดุลการเคลื่อนที่ เป็นต้น

หมายเหตุ เราอาจจะสับสนในการพิจารณาระยะของแรงที่ตั้งฉากกับจุดหมุน หลักการง่ายๆ คือ

1. ให้เราลากเส้นขนานกับแนวแรงโดยผ่านจุดหมุน ระยะที่ใช้ในการคำนวณคือ ระยะห่างระหว่างเส้นขนานทั้งสอง ดังรูป
2. อาจแตกแรงให้ตั้งฉากกับจุดหมุนก่อน และระยะที่ใช้คำนวณคือ ระยะระหว่างจุดหมุนและแรงที่ตั้งฉากกับจุดหมุน เราสามารถเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งในการคำนวณ แล้วแต่ความง่าย ซึ่งคำตอบที่ได้จะเท่ากัน



เส้นประคือเส้นที่ลากขนานกับแนวแรง mg ระยะระหว่าง
เส้นขนานทั้งสองคือ l นำมาใช้ในการคำนวณ



เมื่อแตกแรง $mg \sin 40^\circ$ ขนานกับแนวของจุดหมุนดังรูป
ระยะ l คือระยะที่นำมาใช้ในการคำนวณ

งานและพลังงาน

งานในทางฟิสิกส์

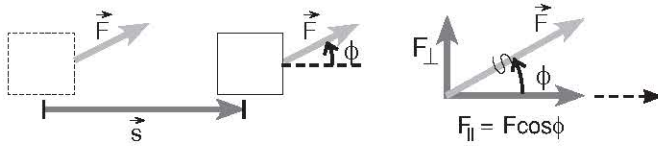
หมายถึง ผลคูณองค์ประกอบของแรงที่กระทำกับวัตถุกับระยะการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ งานเป็น
ปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น จูล (J)

$$W = F \cos \phi \quad : \text{เมื่อ } \phi \text{ เป็นมุมระหว่างแนวแรงกับแนวการกระจัด}$$

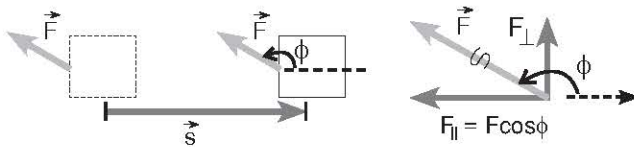
การคำนวณเรื่องงาน เราสามารถเทียบเคียงได้กับการคูณเวกเตอร์แบบสเกลาร์ (Dot Product or
Scalar Product) ดังความสัมพันธ์

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cos \phi \Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cos \phi$$

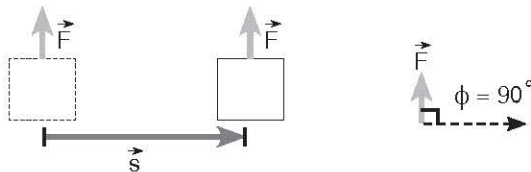
งานที่ได้อาจมีค่าเป็นบวก ลบ และเท่ากับศูนย์ได้ โดยขึ้นอยู่กับทิศทางของแรง ดังรูป



(+) $W = F \cos \phi \cdot s$ แรงอยู่ในทิศทางเดียวกับการกระจัด งานที่ได้เป็นบวก



(-) $W = F \cos \phi \cdot s$ แรงอยู่ในทิศทางตรงข้ามกับการกระจัด งานที่ได้เป็นลบ



$W = 0$ แรงอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับการกระจัด งานที่ได้เป็นศูนย์ $\phi = 90^\circ$

รูปที่ 1

ข้อควรจำ

1. องค์ประกอบของแรงต้องอยู่ในแนวการเคลื่อนที่ ดังนั้นถ้าแรงไม่อยู่ในแนวเดียวกันกับการเคลื่อนที่ จะต้องแตกแรงเพื่อให้อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ดังรูปที่ 1
2. เมื่อแรงที่กระทำกับวัตถุตั้งฉากกับแนวการเคลื่อนที่ งานที่ได้จะเท่ากับศูนย์ หรือไม่มีการเกิดขึ้น
3. กรณีที่แรงที่มากระทำกับวัตถุไม่คงที่ เราสามารถหางานในช่วงเวลาสั้นๆ ตลอดระยะทางการเคลื่อนที่ แล้วค่อยนำมารวมกัน ซึ่งต้องอาศัยการอินทิเกรต

กำลัง

คืองานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cos \phi}{t} = F v_{av} \cos \phi$$