



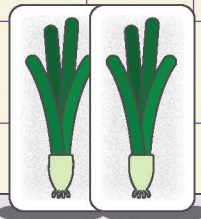
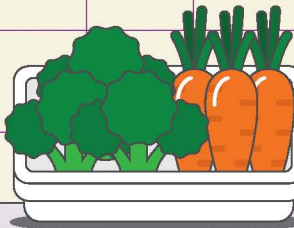
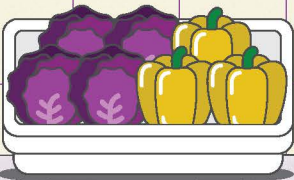
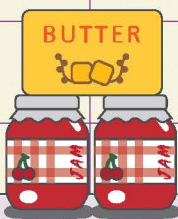
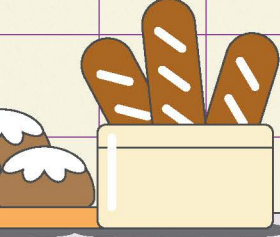
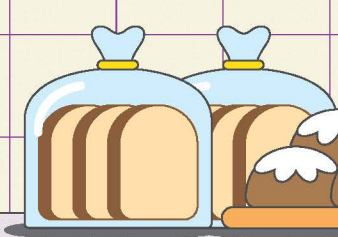
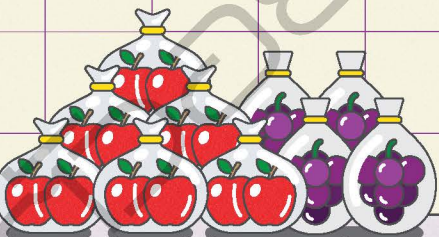
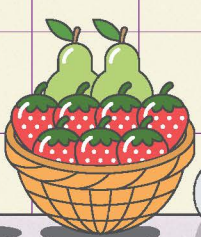
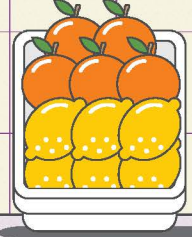
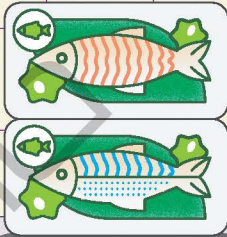
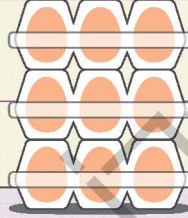
# คณิตศาสตร์

# ๕

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑



СДАТЬ



หนังสือเรียน

## รายวิชาพื้นฐาน

### คณิตศาสตร์

ชั้น

### มัธยมศึกษาปีที่ ๔

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ ๒ พ.ศ. ๒๕๖๖

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

---

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยมีเนื้อหาเช่นเดียวกับหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ ฉบับสิ่งพิมพ์ ที่จัดทำตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ ทุกประการ เพื่อให้นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และผู้สนใจทั่วไป เข้าถึงได้ง่ายและสะดวก รวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับจุดประสงค์ต่าง ๆ ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่าย หรือ เผยแพร่ โดยมีได้รับอนุญาต

---

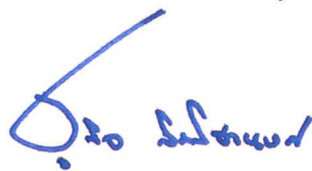
สามารถเข้าถึงสื่อดิจิทัลต่าง ๆ ของ สสวท. ได้ที่ <http://www.ipst.ac.th/ebook-resource/>

## คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อต้องการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในปีการศึกษา ๒๕๖๑ เป็นต้นไป โรงเรียนจะต้องใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ นี้ ประกอบด้วยเรื่อง เซต ตรรกศาสตร์เบื้องต้น หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น ซึ่งจัดเนื้อหาตามพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ การฝึกปฏิบัติ การตอบคำถาม การตรวจสอบความเข้าใจและสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ตลอดจนมีกิจกรรมให้ผู้เรียนได้นำความรู้ที่เรียนในบทนั้น ๆ มาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาอีกด้วย ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากผู้ทรงคุณวุฒิ นักวิชาการอิสระ คณาจารย์ทั้งหลาย รวมทั้งครูผู้สอน นักวิชาการ จากสถาบันและสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียนและผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่าย ที่จะช่วยให้การจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้ มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง



(ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิมปิจำนงค์)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ

## แนะนำการใช้หนังสือเรียน

ส่วนนี้เป็นส่วนแนะนำโครงสร้างของหนังสือเรียนเพื่อการใช้หนังสือเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ

ในหนังสือเล่มนี้จะแบ่งบทเรียนเป็น 4 บท โดยแต่ละบทจะมีส่วนประกอบ ดังนี้

“

.....

.....

”

### ส่วนนำของบท

เกริ่นนำบทด้วยข้อมูลที่น่าสนใจ รวมถึงการนำไปใช้ในชีวิตจริง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการเรียนเนื้อหาในบท

### จุดมุ่งหมาย

เป้าหมายที่นักเรียนควรไปถึงหลังจากเรียนจบบทนี้

### ความรู้ก่อนหน้า

ความรู้ที่นักเรียนจำเป็นต้องมีก่อนที่จะเรียนบทนี้

### เสริมสมอง

เกร็ดความรู้หลากหลายรูปแบบเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เช่น ประวัตินักคณิตศาสตร์ ตัวอย่างการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง การเชื่อมโยงเนื้อหาในบทกับวิชาอื่น

### กิจกรรม

กิจกรรมที่นักเรียนสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยพัฒนาทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (learning and innovation skills) ที่จำเป็นสำหรับศตวรรษที่ 21 อันได้แก่ การคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (creativity and innovation) การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (critical thinking and problem solving) การสื่อสาร (communication) และการร่วมมือ (collaboration)



จุดมุ่งหมาย



ความรู้ก่อนหน้า



เสริมสมอง



กิจกรรม

## เทคโนโลยี



โจทย์ที่มีไอคอนนี้สามารถใช้เทคโนโลยีช่วยในการคิดได้ โดยอาจใช้เครื่องคิดเลข โปรแกรมสำเร็จรูปในคอมพิวเตอร์ โปรแกรมประยุกต์ในโทรศัพท์มือถือ สมาร์ทโฟน การค้นหาข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต และอื่น ๆ ตามความเหมาะสม

## โจทย์ท้าทาย



โจทย์ที่มีไอคอนนี้เป็นโจทย์ที่ค่อนข้างยากและซับซ้อนกว่าโจทย์แบบฝึกหัดทั่วไป เพื่อท้าทายความสามารถของนักเรียนที่ต้องการพัฒนาทักษะเพิ่มเติม นอกเหนือจากการเรียนตามจุดมุ่งหมายของบท

### แบบฝึกหัด

โจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้ระหว่างเรียน มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเองได้



### แบบฝึกหัด

### แบบฝึกหัดท้ายบท

แบบฝึกหัดท้ายบทแบ่งประเภทได้เป็น

- โจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียนจบบท มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบท โดยจะมีแถบสี
- โจทย์ท้าทาย
- โจทย์เพื่อฝึกทักษะ ที่มีความน่าสนใจ โดยจะไม่มีแถบสีและไม่มีไอคอนหน้าเลขข้อ



### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ....  
.....
2. ....  
.....
3. ....  
.....

บทที่	เนื้อหา	หน้า	
<div style="text-align: center; font-size: 48px; font-weight: bold; background-color: #0070C0; color: white; padding: 20px; margin-bottom: 10px;">1</div>  <p>เขต</p>	<b>บทที่ 1 เขต</b>	<b>1</b>	
	1.1 เขต	3	
	1.2 การดำเนินการระหว่างเซต	21	
	1.2.1 อินเตอร์เซกชัน	21	
	1.2.2 ยูเนียน	24	
	1.2.3 คอมพลีเมนต์	27	
	1.2.4 ผลต่างระหว่างเซต	29	
	1.3 การแก้ปัญหาโดยใช้เซต	38	
	<div style="text-align: center; font-size: 48px; font-weight: bold; background-color: #C00000; color: white; padding: 20px; margin-bottom: 10px;">2</div>  <p>ตรรกศาสตร์เบื้องต้น</p>	<b>บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น</b>	<b>53</b>
		2.1 ประพจน์	55
2.2 การเชื่อมประพจน์		57	
2.2.1 นิเสธของประพจน์		59	
2.2.2 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ”		60	
2.2.3 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ”		63	
2.2.4 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว...”		65	
2.2.5 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ”	67		



บทที่	เนื้อหา	หน้า
<div style="background-color: #008000; color: white; text-align: center; padding: 20px; font-size: 48px; border-radius: 10px;">3</div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p style="text-align: center;">หลักการนับ เบื้องต้น</p>	<b>บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น</b>	77
	3.1 หลักการบวกและหลักการคูณ	79
	3.2 การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	96
	3.3 การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	103
<div style="background-color: #ff8c00; color: white; text-align: center; padding: 20px; font-size: 48px; border-radius: 10px;">4</div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div> <hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> <p style="text-align: center;">ความน่าจะเป็น</p>	<b>บทที่ 4 ความน่าจะเป็น</b>	110
	4.1 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	112
	4.2 ความน่าจะเป็น	120
	บรรณานุกรม	143
	ภาคผนวก	145
	คณะผู้จัดทำ	149

ငါတို့အတွက်

## บทที่

## | เขต

## 1



- 1.1 เขต
- 1.2 การดำเนินการระหว่างเซต
  - 1.2.1 อินเตอร์เซกชัน
  - 1.2.2 ยูเนียน
  - 1.2.3 คอมพลีเมนต์
  - 1.2.4 ผลต่างระหว่างเซต
- 1.3 การแก้ปัญหาโดยใช้เซต



## จุดมุ่งหมาย

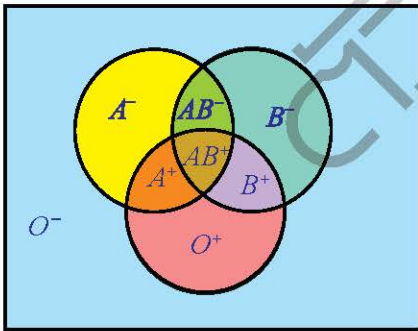
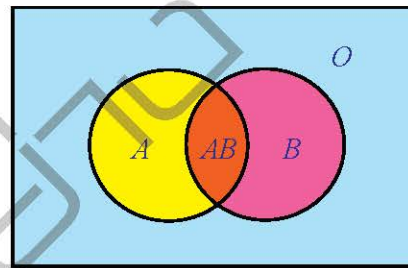
1. ใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซต
2. ทานผลการดำเนินการของเซต
3. ใช้แผนภาพเวนน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต
4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตในการแก้ปัญหา

บทที่ 1

เขต



การจำแนกหมู่เลือดด้วยระบบ ABO จะจำแนกได้ 4 หมู่ ได้แก่ เลือดหมู่ A, B, AB และ O ตามชนิดของแอนติเจน (antigen) 2 ชนิด ซึ่งปรากฏบนผิวของเซลล์เม็ดเลือดแดง ได้แก่ แอนติเจน A และแอนติเจน B ซึ่งแต่ละคนอาจจะมีหรือไม่มีแอนติเจนชนิดใดชนิดหนึ่งก็ได้ ถ้ามีแอนติเจน A อย่างเดียว เรียกว่าเลือดหมู่ A ถ้ามีแอนติเจน B อย่างเดียว เรียกว่าเลือดหมู่ B ถ้ามีทั้งแอนติเจน A และ B เรียกว่าเลือดหมู่ AB และถ้าไม่มีทั้งแอนติเจน A และ B เรียกว่าเลือดหมู่ O สามารถเขียนแผนภาพเพื่ออธิบายหมู่เลือดทั้ง 4 หมู่ ดังกล่าว ได้ดังรูปทางด้านขวา



นอกจากนี้ยังมีการจำแนกหมู่เลือดด้วยระบบ Rh ซึ่งมีความสำคัญมาก ในการให้และรับเลือดจากผู้หนึ่งไปยังอีกผู้หนึ่ง ซึ่งพิจารณาจากแอนติเจนบนผิวของเซลล์เม็ดเลือดแดงอีกชนิดหนึ่ง เรียกว่า แอนติเจน Rh ถ้ามีแอนติเจน Rh แสดงว่ามีเลือดหมู่ Rh<sup>+</sup> ถ้าไม่มีแอนติเจน Rh แสดงว่ามีเลือดหมู่ Rh<sup>-</sup> ในการบริจาคเลือดจะได้รับการตรวจหมู่เลือดทั้ง 2 ระบบ จึงอาจพบถูกบริจาคเลือดระบบเป็น

A<sup>+</sup>, B<sup>+</sup>, AB<sup>+</sup>, O<sup>+</sup>, A<sup>-</sup>, B<sup>-</sup>, AB<sup>-</sup> และ O<sup>-</sup> ซึ่งสามารถเขียนแผนภาพได้ดังรูปทางด้านซ้าย

ในชีวิตประจำวันมักพบการจัดกลุ่มสิ่งของอยู่ทั่วไป เช่น การจำแนกหมู่เลือดดังที่กล่าวข้างต้น การจัดกลุ่มของหนังสือแยกตามประเภทของหนังสือในห้องสมุด การจัดกลุ่มสิ่งของเหล่านี้ ทำให้เกิดความเป็นระเบียบ ความชัดเจน และมีความสะดวกต่อการใช้งาน





## ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและสมการในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



[goo.gl/ZHStZ6](https://goo.gl/ZHStZ6)

## 1.1 เซต

ในวิชาคณิตศาสตร์ ใช้คำว่า **เซต (set)** ในการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วสามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เช่น

เซตของชื่อวันในสัปดาห์

เซตของคำตอบของสมการ  $x^2 - 4 = 0$

เรียก สิ่งที่อยู่ในเซต ว่า **สมาชิก (element or member)** เช่น

เซตของชื่อวันในสัปดาห์ มีสมาชิก ได้แก่ จันทร์ อังคาร พุธ พฤหัสบดี ศุกร์ เสาร์ และอาทิตย์

เซตของคำตอบของสมการ  $x^2 - 4 = 0$  มีสมาชิก ได้แก่  $-2$  และ  $2$

การเขียนแสดงเซตอาจเขียนได้สองแบบดังนี้

1) แบบแจกแจงสมาชิก เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในวงเล็บปีกกาและใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น

เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 5 เขียนได้ดังนี้  $\{1, 2, 3, 4\}$

โดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น  $A, B, C$  และแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวพิมพ์เล็ก เช่น  $a, b, c$

ตัวอย่างเช่น  $A = \{a, b, c\}$  จะแทนเซต  $A$  ซึ่งมีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่  $a, b$  และ  $c$

ให้  $B$  แทนเซตของจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองแล้วได้ 16 เขียนเซต  $B$  แบบแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้

$B = \{-4, 4\}$  อ่านว่า  $B$  เป็นเซตที่มี  $-4$  และ  $4$  เป็นสมาชิก

ในกรณีที่มีสมาชิกของเซตมีจำนวนมาก การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกนั้นจะใช้จุดสามจุด (...) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่น ๆ ซึ่งเป็นที่เข้าใจกันทั่วไปว่ามีอะไรบ้างอยู่ในเซตนั้น เช่น เซต  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  สัญลักษณ์ “...” แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7 และ 8 เป็นสมาชิกของเซตนี้ด้วย

ให้  $C$  เป็นเซตของพยัญชนะในภาษาไทย เขียนเซต  $C$  แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้

$$C = \{ก, ข, ช, \dots, ฮ\}$$

ให้  $D$  เป็นเซตของจำนวนคู่ เขียนเซต  $D$  แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้

$$D = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$$

การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก ต้องเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น

ให้  $E$  เป็นเซตของเลขโดดที่ปรากฏในจำนวน 121 เขียนเซต  $E$  แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้

$$E = \{1, 2\}$$

**2) แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** ใช้ตัวแปรแทนสมาชิกแล้วบรรยายสมบัติหรือเงื่อนไข เช่น

$$F = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มีหลักเดียว}\}$$

อ่านว่า  $F$  เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก  $x$  โดยที่  $x$  เป็นจำนวนนับที่มีหลักเดียว

เครื่องหมาย “ $\mid$ ” แทนคำว่า “โดยที่” ซึ่งอาจจะใช้ “ $:$ ” แทน

ส่วนเซต  $B$  และ  $C$  ในตัวอย่างที่กล่าวมาแล้ว สามารถนำมาเขียนแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก โดยเขียนได้เป็น

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x^2 = 16\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในภาษาไทย}\}$$

กำหนดให้  $G = \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$  จะเห็นว่า 2 และ  $\frac{1}{2}$  ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต  $G$

คำว่า “เป็นสมาชิกของ” หรือ “อยู่ใน” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\in$ ” เช่น

$$2 \text{ เป็นสมาชิกของเซต } G \text{ หรือ } 2 \text{ อยู่ในเซต } G \text{ เขียนแทนด้วย } 2 \in G$$

คำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ” เช่น

$$\frac{1}{3} \text{ ไม่เป็นสมาชิกของเซต } G \text{ หรือ } \frac{1}{3} \text{ ไม่อยู่ในเซต } G \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{1}{3} \notin G$$

## ตัวอย่างที่ 1

ให้  $A = \{0, 1, 2\}$  จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

- 1)  $0 \in A$
- 2)  $\{0\} \in A$
- 3)  $\{1, 2\} \notin A$

**วิธีทำ**  $A$  เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ 0, 1 และ 2 ดังนั้น

- 1) เป็นจริง
- 2) เป็นเท็จ
- 3) เป็นจริง

เรียกเซตที่ไม่มีสมาชิกว่า **เซตว่าง (empty set or null set)**

เขียนแทน เซตว่าง ด้วยสัญลักษณ์ “ $\{ \}$ ” หรือ “ $\emptyset$ ” เช่น

ให้  $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนจริง และ } x + 1 = x\}$  จะได้  $A = \emptyset$

การหาจำนวนสมาชิกของเซตที่มีสมาชิกไม่มากนัก สามารถทำได้โดยการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก แล้วแจกนับจำนวนสมาชิกทั้งหมด

## ตัวอย่างที่ 2

จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $A = \{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในภาษาไทย}\}$
- 3)  $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่บวกที่มีสองหลัก}\}$

**วิธีทำ** 1) เนื่องจากเซตว่างไม่มีสมาชิก จะได้ว่าเซตว่างมีสมาชิก 0 ตัว

- 2) เขียนเซต  $A$  แบบแจกแจงสมาชิก ดังนี้

$$A = \{ก, ข, ช, \dots, ฮ\}$$

จะได้ว่า  $A$  มีจำนวนสมาชิก 44 ตัว

- 3) เขียนเซต  $B$  แบบแจกแจงสมาชิก ดังนี้

$$B = \{11, 13, 15, \dots, 99\}$$

จากการแจกแจงสมาชิกในเซต  $B$  จะได้ว่า  $B$  มีจำนวนสมาชิก 45 ตัว

## เซตจำกัดและเซตอนันต์

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ เรียกว่า **เซตจำกัด (finite set)** ตัวอย่างของเซตจำกัด เช่น

$$\{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$\{x \mid x \text{ เป็นชื่อจังหวัดในประเทศไทย}\}$$

$$\{\}$$

เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์ (infinite set)**

ตัวอย่างของเซตอนันต์ เช่น

$$\{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\right\}$$

$$\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$$

## เอกภพสัมพัทธ์

ในการเขียนเซตจะต้องกำหนดเซตที่บ่งบอกถึงขอบเขตของสิ่งที่จะพิจารณา เรียกเซตนี้ว่า **เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)** ซึ่งมักเขียนแทนด้วย  $U$  โดยมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใด ๆ จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์

กำหนดให้  $U$  คือ เซตของจำนวนจริง

$$A = \{x \mid x^2 = 4\}$$

และ  $B = \{x \mid x^3 = -1\}$

จะได้  $A = \{-2, 2\}$  และ  $B = \{-1\}$

แต่ถ้ากำหนดให้  $U$  คือ เซตของจำนวนเต็มบวก

จะได้  $A = \{2\}$  และ  $B = \emptyset$

เอกภพสัมพัทธ์ที่พบบ่อย ได้แก่

$\mathbb{N}$  แทนเซตของจำนวนนับ

$\mathbb{Z}$  แทนเซตของจำนวนเต็ม



เสริมสมอง : Georg Cantor



Georg Cantor (ค.ศ. 1845–1918)

นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน ผู้ได้รับการยกย่องว่าเป็นบิดาของทฤษฎีเซต (set theory) เป็นคนแรกที่ศึกษาเซตอนันต์ โดยจัดจำแนกเซตอนันต์ออกเป็นเซตนับได้ (countable set) และเซตนับไม่ได้ (uncountable set) รวมทั้งพิสูจน์ว่าเซตของจำนวนจริงเป็นเซตนับไม่ได้



- $\mathbb{Q}$  แทนเซตของจำนวนตรรกยะ  
 $\mathbb{Q}'$  แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ  
 $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง

บางครั้งเพื่อความสะดวก จะระบุเอกภพสัมพัทธ์ลงในการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข เช่น

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\}$$

จะได้ว่า  $A = \{2\}$  แต่  $B = \{-2, 2\}$

**หมายเหตุ** ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวน ไม่ได้กำหนดว่าเซตใดเป็นเอกภพสัมพัทธ์ ในระดับชั้นนี้ ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง

## เซตที่เท่ากัน

กำหนดให้  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  และ  $B = \{1, 0, 3, 2\}$  เซตทั้งสองนี้มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัวแม้ลำดับของสมาชิกจะต่างกันก็ถือว่าเซตทั้งสองคือเซตเดียวกัน หรือกล่าวได้ว่า เซต  $A$  กับ เซต  $B$  เป็น**เซตที่เท่ากัน (equal sets or identical sets)** หรือเซต  $A$  เท่ากับ เซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A = B$

### บทนิยาม 1

เซต  $A$  เท่ากับ เซต  $B$  หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต  $A$  เป็นสมาชิกของเซต  $B$  และสมาชิกทุกตัวของเซต  $B$  เป็นสมาชิกของเซต  $A$

เซต  $A$  ไม่เท่ากับ เซต  $B$  หมายความว่า มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต  $A$  ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต  $B$  หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต  $B$  ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต  $A$  เขียนแทนด้วย  $A \neq B$  เช่น

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ และ } B = \{1, 2\}$$

จะเห็นว่า  $3 \in A$  แต่  $3 \notin B$

ดังนั้น  $A \neq B$

## ตัวอย่างที่ 3

จงพิจารณาว่าเซตในข้อใดบ้างเท่ากันและเซตในข้อใดบ้างไม่เท่ากัน

$$1) A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 2, 1\}$$

$$2) C = \{p, o, s, t\}$$

$$D = \{s, t, o, p\}$$

$$3) E = \{i, d, e, a\}$$

$$F = \{a, i, d\}$$

- วิธีทำ**
- 1)  $A = B$  เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต  $A$  เป็นสมาชิกของเซต  $B$  และสมาชิกทุกตัวของเซต  $B$  เป็นสมาชิกของเซต  $A$
  - 2)  $C = D$  เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต  $C$  เป็นสมาชิกของเซต  $D$  และสมาชิกทุกตัวของเซต  $D$  เป็นสมาชิกของเซต  $C$
  - 3)  $E \neq F$  เพราะ  $e \in E$  แต่  $e \notin F$

## ตัวอย่างที่ 4

ให้  $A = \{x | x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$ ,  $B = \{x | x \text{ เป็นจำนวนคี่บวก}\}$  และ  $C = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

จงพิจารณาว่าเซตคู่ใดบ้างเท่ากันและเซตคู่ใดบ้างไม่เท่ากัน

**วิธีทำ** เขียนเซต  $A$  และ  $B$  แบบแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้

$$A = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \text{ และ } B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

จะได้  $A \neq B$  เพราะมีสมาชิกของเซต  $A$  ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต  $B$   
เช่น  $0 \in A$  แต่  $0 \notin B$

$B = C$  เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต  $B$  เป็นสมาชิกของเซต  $C$   
และสมาชิกทุกตัวของเซต  $C$  เป็นสมาชิกของเซต  $B$

และ  $A \neq C$  เพราะ  $A \neq B$  แต่  $B = C$

## ตัวอย่างที่ 5

ให้  $S = \{2, 4, 6, \dots, 16\}$  และ  $T = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า } 20\}$   
จงพิจารณาว่าเซต  $S$  เท่ากับเซต  $T$  หรือไม่

**วิธีทำ** จะเห็นว่า  $18 \in T$  แต่  $18 \notin S$   
ดังนั้น  $S \neq T$



## แบบฝึกหัด 1.1ก

- จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
  - เซตของสระในภาษาอังกฤษ
  - เซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 10
  - เซตของจำนวนเต็มบวกที่มีสองหลัก
  - เซตของจำนวนเต็มที่มากกว่า 100
  - เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -100
  - $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า } 3 \text{ และน้อยกว่า } 10\}$
  - $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง } 0 \text{ กับ } 1\}$
  - เซตของจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากกว่า 5
  - เซตของจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองแล้วได้ 196
  - เซตของชื่อจังหวัดในประเทศไทยที่ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ “จ”
- จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
  - $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
  - $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
  - $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$
  - $\{10, 20, 30, \dots\}$

3. จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1)  $A = \{1234\}$

2)  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

3)  $C = \{a, b, c, de, f, gh, ijk\}$

4)  $D = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง } 10 \text{ และ } 20\}$

5)  $E = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและน้อยกว่า } 0\}$

4. ให้  $A = \{a, b, c, d\}$  จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

1)  $\{a\} \in A$

2)  $\{b, c\} \notin A$

3)  $\emptyset \in A$

5. เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตว่าง

1)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 4\}$

2)  $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะที่มากกว่า } 3 \text{ แต่น้อยกว่า } 10\}$

3)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$

4)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$

5)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$

6. เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

1)  $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$

2)  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$

3)  $\{x \mid x = \frac{1}{n} \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$

4)  $\{x \mid x = \frac{1}{n} \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N} \text{ และ } n < 999\}$

5)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\}$

6)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 200 \text{ และ } 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\}$