

คู่มือและแนวข้อสอบ เข้าศึกษาต่อปริญญาโท

MATH

คณิตศาสตร์



• จุฬาลงกรณ์ฯ

• ม. ธรรมศาสตร์



• นิด้า (NIDA)

• ม. รามคำแหง



• ม. กรุงเทพ

• ม. หอการค้า



• และมหาวิทยาลัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

สำหรับ

- นักศึกษาระดับอุดมศึกษาใช้ทบทวน เพื่อเตรียมสอบประจำภาค หรือ เพื่อเตรียมสอบเข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโทของทุกมหาวิทยาลัย

พลาดไม่ได้!
 ทัศน !
 ต้องการศึกษาต่อ
 ปริญญาโท

คู่มือและแนวข้อสอบ เข้าศึกษาต่อ ปริญญาโท

คณิตศาสตร์

MATH MATH MATH

โดย.. พต. ดร. อнуสรณ์ นรพรหม และคณะ



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
010/270-8 อ.โพธาราม จ.ราชบุรี 76130
โทร. 0-2888-1125-7, 0-2867-8119 โทรสาร. 0-2867-8108
E-mail: skybook1992@hotmail.com

www.skybook.co.th

“คู่มือและแนวข้อสอบเข้าศึกษาต่อปริญญาโท คณิตศาสตร์”

พิมพ์ครั้งที่ 1 กรกฎาคม 2544

พิมพ์ครั้งที่ 2 กุมภาพันธ์ 2546

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย

ห้ามคัดลอกถ่ายเอกสารหรือพิมพ์

หรือวิธีหนึ่งวิธีใดของหนังสือเล่มนี้ก่อนได้รับอนุญาต

จากบริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

ราคา 175 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

อนุสรณ์ สรพรหม

คู่มือและแนวข้อสอบเข้าศึกษาต่อปริญญาโท คณิตศาสตร์ -- พิมพ์ครั้งที่ 2 -- กรุงเทพฯ :

สกายบุ๊กส์, 2546.

352 หน้า

1. คณิตศาสตร์ 2. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย I. ชื่อเรื่อง

510

ISBN: 974-389-087-4

S7902-30-02-03

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

SKYBOOK COMPANY LIMITED
515/270-8 ถนนวิภาวดี-ประชาชื่น แขวงบางเขน เขตบางเขน กรุงเทพฯ 12130
โทร. 0-2955-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร. 0-2567-5105
E-mail: skybook1992@hotmail.com

www.skybook.co.th

พิมพ์ที่ บริษัท สยามสปอร์ต ซินดิเคท จำกัด

459 ซอยพิบูลย์อุปถัมภ์ (ลาดพร้าว 48) แขวงสามเสนนอก เขตห้วยขวาง กรุงเทพฯ 10310

โทรศัพท์ : 0-2694-3010



การศึกษาต่อในระดับปริญญาโทโดยเฉพาะสถาบันอุดมศึกษาของรัฐมีการแข่งขันกันค่อนข้างสูงเนื่องจากจำนวนผู้ประสงค์จะศึกษาต่อมีมากกว่าจำนวนที่สถาบันจะรับได้หลายเท่า ด้วยเหตุนี้กระบวนการคัดเลือกนิสิตนักศึกษาจึงเป็นไปอย่างเข้มงวด โดยขั้นตอนที่สำคัญมากขึ้นตอนหนึ่งคือ การสอบคัดเลือกนั้น ผู้ที่ไม่ได้เตรียมตัวสอบเป็นอย่างดีก็มักจะพลาดโอกาสที่จะได้ศึกษาต่อ

สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์ตระหนักถึงความสำคัญดังกล่าวจึงขอให้ข้าพเจ้าและคณะ ช่วยกันสร้างผลงานในรูปคู่มือและแนวข้อสอบจำนวน 10 เรื่อง เพื่อช่วยให้การเตรียมการสอบคัดเลือกในระดับปริญญาโทมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลมากขึ้น โดยเนื้อหาของหนังสือทั้ง 10 เรื่องจะเน้นไปในการทบทวนความรู้ในวิชาต่างๆ ที่จำเป็นต่อการสอบ เนื่องจากความเชื่อที่ว่า “ความรู้เป็นอาวุธที่ดีที่สุดสำหรับเอาชนะข้อสอบ” ไม่ใช่ความจำ และมีแนวข้อสอบให้ฝึกทำบ้างเพื่อทดสอบความรู้ของตน แลมด้วยข้อมูลเกี่ยวกับสถาบันการศึกษาทั้งของรัฐและเอกชนที่เปิดหลักสูตรต่างๆ ซึ่งผู้สนใจสามารถใช้ประโยชน์จากข้อมูลเหล่านี้ได้โดยตรง

ในโอกาสนี้ ข้าพเจ้าขอขอบคุณทุกฝ่ายของสำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์ที่ทำให้หนังสือเล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ ขอขอบคุณผู้ร่วมทีมทุกท่านดังรายนามบนปกหลังของหนังสือทุกเล่มในชุดนี้ และที่ขาดไม่ได้คือ คุณพัชรพลชัย และเด็กชายสรณ์พัชร ภรรยา และบุตรที่เข้าใจและเอาใจใส่ข้าพเจ้าด้วยดีตลอดมา

อนุสรณ์ สรพพรหม

1 เมษายน 2544

โทรศัพท์ (662) 9741325

01- 2594830

E-mail: sornpohm@ksc.th.com

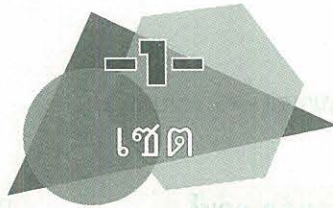


บทที่ 1 เซต	1
แบบฝึกหัด	7
เฉลยแบบฝึกหัด	10
บทที่ 2 จำนวนจริง	18
แบบฝึกหัด	23
เฉลยแบบฝึกหัด	25
บทที่ 3 ร้อยละ	31
แบบฝึกหัด	33
เฉลยแบบฝึกหัด	35
บทที่ 4 อัตราส่วน สัดส่วน และอัตรา	41
แบบฝึกหัด	44
เฉลยแบบฝึกหัด	47
บทที่ 5 เลขชี้กำลังและกรณฑ์	55
แบบฝึกหัด	59
เฉลยแบบฝึกหัด	63
บทที่ 6 ลอการิทึม	71
แบบฝึกหัด	74
เฉลยแบบฝึกหัด	76
บทที่ 7 ลำดับ	82
แบบฝึกหัด	89
เฉลยแบบฝึกหัด	91

บทที่ 8 อนุกรม	98
แบบฝึกหัด	102
เฉลยแบบฝึกหัด	104
บทที่ 9 เรขาคณิต	110
แบบฝึกหัด	123
เฉลยแบบฝึกหัด	127
บทที่ 10 เรขาคณิตวิเคราะห์	134
แบบฝึกหัด	139
เฉลยแบบฝึกหัด	141
บทที่ 11 สมการและอสมการ	148
แบบฝึกหัด	153
เฉลยแบบฝึกหัด	155
บทที่ 12 ระบบสมการ	165
แบบฝึกหัด	173
เฉลยแบบฝึกหัด	175
บทที่ 13 อนุพันธ์	186
แบบฝึกหัด	191
เฉลยแบบฝึกหัด	193
บทที่ 14 การหาค่าสูงสุดและต่ำสุด	200
แบบฝึกหัด	210
เฉลยแบบฝึกหัด	212
บทที่ 15 สถิติเบื้องต้น	219
แบบฝึกหัด	236
เฉลยแบบฝึกหัด	240

89	บทที่ 16 วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	249
	แบบฝึกหัด	257
	เฉลยแบบฝึกหัด	259
011	บทที่ 17 ความน่าจะเป็น	265
	แบบฝึกหัด	271
	เฉลยแบบฝึกหัด	274
881	แนวข้อสอบชุดที่ 1	281
	เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 1	300
881	แนวข้อสอบชุดที่ 2	301
	เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2	319
	อภิธานศัพท์	320
	ข้อมูล MBA	326
081		
002		
015		





ความหมายของเซต

เซต คือ กลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่จัดเป็นหมวดหมู่ร่วมกันภายใต้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน เช่น เซตของอักษรกลางในภาษาไทย เซตของยางสำหรับรถยนต์ 1 คัน เซตของประชากรที่มีอายุต่ำกว่า 20 ปี เซตของจำนวนเต็มบวก เป็นต้น โดยสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในเซตนั้นมีชื่อเรียกว่า สมาชิก (Element)

วิธีเขียนเซต

เราสามารถเขียนเซตต่าง ๆ ได้โดยใช้เครื่องหมาย $\{ \}$ แทน "เซต" และอักษรภาษาอังกฤษตัวใหญ่ ได้แก่ A, B, C, \dots แทนชื่อเซตนั้น ๆ โดยการเขียนเซตอาจทำได้ 2 แบบ คือ

(1) การเขียนเซต แบบแจกแจงสมาชิก เป็นการเขียนเซตโดยเรียงลำดับรายชื่อสมาชิกทั้งหมด เช่น ถ้าต้องการเขียนเซตของสระในภาษาอังกฤษซึ่งประกอบด้วย a, e, i, o และ u เราอาจกำหนดให้เซตนี้เป็นเซต V และเขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

เพื่อแสดงว่า เซต V ประกอบไปด้วย สมาชิก a, e, i, o และ u ซึ่งการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกนี้เหมาะสำหรับการพรรณนาเซตที่มีสมาชิกเพียงไม่กี่ตัว

(2) การเขียนเซต แบบบอกหลักเกณฑ์ เหมาะสำหรับกรณีที่มีสมาชิกเป็นจำนวนมาก โดยการเขียนเซตประเภทที่สองนี้จะบอกคุณสมบัติของสมาชิกทั้งหมด แทนที่จะแจกแจงสมาชิกทุกตัว เช่น

$$Z = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกน้อยกว่า } 5\}$$

อ่านว่า "Z เป็นเซตของ x ทั้งหมด โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวกน้อยกว่า 5" ทั้งนี้เส้นกัน (เส้นตรงในแนวตั้ง) ที่ใช้นั้นเป็นสัญลักษณ์ หมายถึง "โดยที่"

สำหรับการแสดงว่าสิ่งต่าง ๆ เป็นสมาชิกของเซตหรือไม่ เราจะใช้สัญลักษณ์ \in แทน การเป็นสมาชิก และ \notin แทน การไม่เป็นสมาชิก ดังตัวอย่างเซตของสระในภาษาอังกฤษ $V = \{a, e, i, o, u\}$ เราอาจเขียนได้ว่า $a \in V$ อ่านว่า " a เป็นสมาชิกของเซต V " ขณะที่ $m \notin V$ อ่านว่า " m ไม่เป็นสมาชิกของเซต V " เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงสังเกตการพรรณนาเซตทั้ง 2 แบบต่อไปนี้

เซตแบบบอกหลักเกณฑ์

เซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$(ก) \{x \mid x \text{ เป็นเดือนที่มีน้อยกว่า 30 วัน}\} = \{\text{กุมภาพันธ์}\}$$

$$(ข) \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกน้อยกว่า 5}\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$(ค) \{x \mid x \text{ เป็นสระในคำว่า Demolish}\} = \{e, o, i\}$$

$$(ง) \{x \mid x^2 - 9 = 0\} = \{3, -3\}$$

$$(จ) \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$(ฉ) \{x \mid x \text{ เป็นเลขคู่จำนวนเต็มลบ}\} = \{-2, -4, -6, \dots\}$$

ประเภทของเซต

(1) เซตจำกัด (Finite Sets) คือ เซตที่สามารถบอกจำนวนของสมาชิกได้ทั้งหมด ดังเซตข้อ (ก) ถึง (ง) ในตัวอย่างที่ 1

(2) เซตไม่จำกัด (Infinite Sets) คือ เซตที่ไม่สามารถบอกได้ว่าสมาชิกตัวสุดท้ายของเซตเป็นเท่าไร ทั้งนี้เพราะมีจำนวนสมาชิกไม่จำกัด ซึ่งโดยทั่วไปแล้วนิยมเขียนสัญลักษณ์ 3 จุดต่อท้ายเพื่อแสดงว่ายังมีสมาชิกอื่น ๆ ต่อไปอีกไม่สิ้นสุด ดังเซตข้อ (จ) และ (ฉ) ในตัวอย่างที่ 1

(3) เซตว่าง (Null Set หรือ Empty Set) คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกเลย เช่น เซตของปลาน้ำจืดที่อาศัยในมหาสมุทร ซึ่งโดยปกติจะใช้สัญลักษณ์ \emptyset แทน โดยสิ่งสำคัญในเรื่องนี้ได้แก่ $\{0\} \neq \emptyset$

(4) เซตเอกภพสัมพัทธ์ (The Universal Set) คือ เซตซึ่งครอบคลุมสมาชิกทั้งหมดที่เรากำลังพิจารณาอยู่ เช่น สมมติว่าเรากำลังพิจารณา ตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มบวก 6 ตัวแรก นั้นแสดงว่า U (ซึ่งใช้เป็นสัญลักษณ์แทนเซตเอกภพสัมพัทธ์) ในที่นี้จะเท่ากับ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ หรือกรณีที่เราพิจารณาเดือนทั้งหมดในหนึ่งปีนั้น $U = \{\text{มกราคม, กุมภาพันธ์, มีนาคม, เมษายน, พฤษภาคม, มิถุนายน, กรกฎาคม, สิงหาคม, กันยายน, ตุลาคม, พฤศจิกายน, ธันวาคม}\}$ เป็นต้น

ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

เมื่อมีการเปรียบเทียบระหว่างเซต 2 เซต ความสัมพันธ์ระหว่างเซตทั้งสองอาจเป็นไปได้ในแบบใดแบบหนึ่งดังนี้

(1) ถ้าเซต A และ เซต B มีสมาชิกทุกตัวเหมือนกัน เช่น $A = \{4, a, 6, m\}$ และ $B = \{a, m, 6, 4\}$ แสดงว่า เซต A และ B เท่ากัน ($A = B$)

(2) ถ้าสมาชิกแต่ละตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B ด้วย เช่น $A = \{2, 4\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ แสดงว่า เซต A เป็นเซตย่อย (Subset) ของ B ($A \subset B$) โดยที่เซตว่าง ϕ จะเป็นเซตย่อยของทุก ๆ เซต

(3) ถ้าเซต A และ เซต B ไม่มีสมาชิกตัวใดเหมือนกันเลย เช่น $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{2, 4, 6\}$ แสดงว่า A และ B ไม่มีส่วนร่วมกัน (Disjoint) หรือเป็น เซตต่างสมาชิก (Disjoint Sets) โดยจะใช้สัญลักษณ์เพื่อความสะดวกต่อการเขียนในหนังสือนี้ว่า $A \text{ dis } B$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{2, 1, 3\}$ และ $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ แล้ว ข้อความต่อไปนี้จะเป็นจริง

$A = C$	$A \subset D$	$B \subset D$	$C \subset D$
$D \neq A$	$D \not\subset A$	$C \subset A$	$A \subset C$
$A \text{ dis } B$	$\phi \subset A$	$\phi \subset D$	$\phi \notin A$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $S = \{x, y, z\}$ จงหาเซตย่อยทั้งหมดของ S

(วิธีทำ) จาก $S = \{x, y, z\}$ เราสามารถหาเซตย่อยของ S ได้ตามลำดับดังนี้

(1) เซตย่อยของ S ที่มีสมาชิกเพียงตัวเดียว คือ

$$\{x\}, \{y\}, \{z\}$$

(2) เซตย่อยของ S ที่มีสมาชิกสองตัว คือ

$$\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}$$

(3) ϕ และ S ต่างก็เป็นเซตย่อยของ S

ดังนั้นเซตย่อยทั้งหมดของ S มี 8 เซต ได้แก่ $\phi, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}$

และ $\{x, y, z\}$

การดำเนินการของเซต

การดำเนินการของเซตที่สำคัญ 3 ประการ คือ การผนวก (Union) การตัดกัน (Intersection) และการเติมเต็ม (Complement)

(1) การผนวกกันของเซต A และ B จะก่อให้เกิดเซตใหม่ขึ้น โดยเซตใหม่จะประกอบไปด้วยสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือทั้งสองเซต สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

โดยที่ \cup ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนคำว่า Union

(2) การตัดกันของเซต A และ B จะก่อให้เกิดเซตใหม่ซึ่งประกอบไปด้วย สมาชิกที่เป็นทั้งของเซต A และเซต B ร่วมกัน สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

โดยที่ \cap ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนคำว่า Intersection

(3) การเติมเต็มของเซต A จะมีค่าเท่ากับเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซตเอกภพสัมพัทธ์ที่ไม่ได้อยู่ในเซต A เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

โดย A' ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนคำว่า Complement ของ A

ตัวอย่างที่ 4 ถ้า $A = \{4, 6, 8\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{2, 3, 4, 5, 7\}$ และ

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ แล้ว ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

$$A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \cap B = \phi$$

$$A \cap C = \{4\}$$

$$B \cap C = \{2, 3, 5\}$$

$$A' = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B' = \{1, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

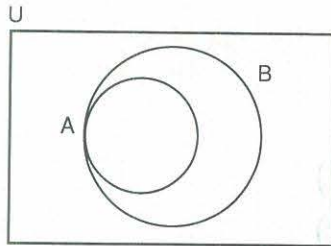
$$C' = \{1, 6, 8, 9\}$$

แผนภาพของเวนนิง

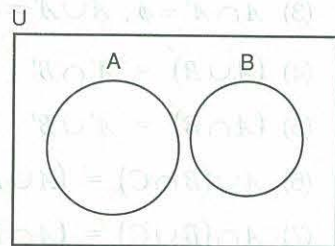
การแสดงเซต เซตย่อย หรือการดำเนินการของเซต สามารถอาศัยแผนภาพซึ่ง จอห์น เวนนิง (John Venn) นักตรรกศาสตร์ชาวอังกฤษได้พัฒนาขึ้น โดยแผนภาพของเวนนิงจะใช้สี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนเซตเอกภพสัมพัทธ์ (U) และวงกลมแทนเซตต่าง ๆ ดังตัวอย่างที่ 5

ตัวอย่างที่ 5

(1) $A \subset B$

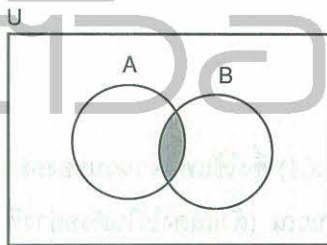


(2) $A \text{ dis } B$



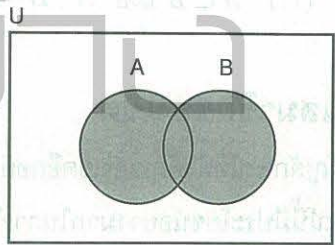
(3) $A \cap B$

แสดงด้วยพื้นที่แรเงา



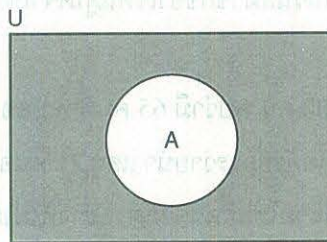
(4) $A \cup B$

แสดงด้วยพื้นที่แรเงา



(5) A'

แสดงด้วยพื้นที่แรเงา



ข้อสังเกตจากแผนภาพของเวนนีเกี่ยวกับการดำเนินการของเซตก็คือ

(1) $A \text{ dis } B$ หมายถึง $A \cap B = \phi$

(2) $A \cap A' = \phi$

(3) $A \cup A' = U$

คุณสมบัติของเซต

- (1) $(A')' = A$
- (2) $A \cup A = A, A \cup \phi = A, A \cup U = U$
- (3) $A \cap A' = \phi, A \cup A' = U$
- (4) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- (5) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- (6) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- (7) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (8) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- (9) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- (10) $A - B = A \cap B'$
- (11) $A \subset B$ เมื่อ $A - B = \phi$



จำนวนสมาชิกของเซต

สัญลักษณ์ที่สำคัญของเซตอีกอย่างหนึ่งก็คือ $n(A)$ ซึ่งใช้แทนจำนวนของสมาชิกที่อยู่ในเซต A สัญลักษณ์นี้มีประโยชน์อย่างมากในการใช้เซตเพื่อคำนวณ (ดังแสดงไว้ในตัวอย่างที่ 6) วิธีใช้กับเซตอื่น ๆ ก็เพียงแค่แทนที่ A ในวงเล็บด้วยชื่อของเซตนั้น ๆ พร้อมกับระบุจำนวน ตัวอย่างเช่น $n(V) = 5$ แสดงว่า จำนวนของสมาชิกที่อยู่ในเซต V เท่ากับ 5 หรือ $n(M) = 4$ แสดงว่าจำนวนสมาชิกที่อยู่ในเซต M เท่ากับ 4 เป็นต้น ซึ่งการใช้ประโยชน์ในเรื่องจำนวนสมาชิกของเซตนี้ได้จากตัวอย่างที่ 6

ตัวอย่างที่ 6 จากการสุ่มตัวอย่างชายไทยจำนวน 100 คน พบว่ามี 65 คนที่ชอบออกกำลังกายด้วยการวิ่ง ขณะที่ 48 คนชอบออกกำลังกายด้วยการว่ายน้ำ และ 21 คนออกกำลังกายทั้งด้วยการวิ่งและการว่ายน้ำ จงหาว่ามีชายไทยกี่คนจากตัวอย่างที่ไม่ได้ออกกำลังกายด้วยการวิ่งหรือว่ายน้ำ

(วิธีทำ) จากโจทย์เมื่อเรากำหนดให้ U เป็นเซตของชายไทยทุกคนในสุ่มตัวอย่าง J เป็นเซตของชายไทยในสุ่มตัวอย่างที่ชอบออกกำลังกายด้วยการวิ่ง และ S เป็นเซตของชายไทยในสุ่มตัวอย่างที่ชอบออกกำลังกายด้วยการว่ายน้ำ เราจะได้

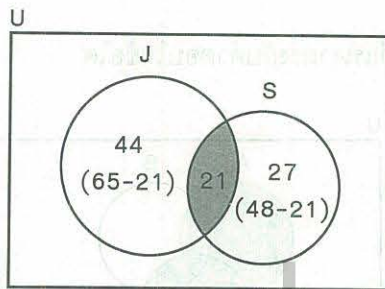
จำนวนชายไทยที่อยู่ใน $U = n(U) = 100$

จำนวนชายไทยที่อยู่ใน $J = n(J) = 65$

จำนวนชายไทยที่อยู่ใน $S = n(S) = 48$

และจำนวนชายไทยที่ออกกำลังทั้งด้วยการวิ่งและว่ายน้ำ = $n(J \cap S) = 21$

เราต้องการหาจำนวนชายไทยที่ไม่ได้ออกกำลังด้วยการวิ่งหรือว่ายน้ำ นั่นคือ ต้องการหา $n(J \cup S)'$ ซึ่งทำได้โดยอาศัยแผนภาพของเวนนดังต่อไปนี้



$$\begin{aligned} \text{จากรูป เราสามารถบอกได้ว่า } n(J \cup S) &= n(J) + n(S) - n(J \cap S) \\ &= 65 + 48 - 21 \\ &= 92 \text{ หรือ } (44 + 21 + 27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } n(J \cup S)' &= n(U) - n(J \cup S) \\ &= 100 - 92 \\ &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น จากกลุ่มตัวอย่างชายไทยจำนวน 100 คน จะมี 8 คนที่ไม่ได้ออกกำลังกายด้วยการวิ่งหรือว่ายน้ำ

แบบฝึกหัด

- ถ้ากำหนดให้ $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $G \cap H = \{3,4,5,7\}$, $G' = \{1,2,3,6\}$ และ $G \cup H = \{7\}$ แล้ว $G - H$ คือคำตอบในข้อใด

(ก) $\{1,2\}$	(ข) $\{3,4\}$	(ค) $\{4,5\}$
(ง) $\{4,7\}$	(จ) $\{4\}$	

2. เมื่อกำหนดให้ R และ S เป็นเซตจำกัด ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

(ก) ถ้า $R \cap S = S$ แล้ว $S \subset R$ และ $S \neq R$

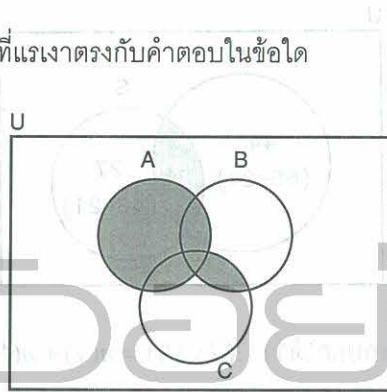
(ข) ถ้า $R \cap S = \emptyset$ และ $R \neq \emptyset$ แล้ว $S = \emptyset$

(ค) จำนวนสมาชิกของ $R \cup S$ เท่ากับผลบวกของจำนวนสมาชิกของ R และ S

(ง) จำนวนสมาชิกของ $R - S$ น้อยกว่าสมาชิกของ R

(จ) ไม่มีคำตอบข้อใดถูก

3. จากแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนที่แรเงาตรงกับคำตอบในข้อใด



(ก) $A \cup (B \cap C)$

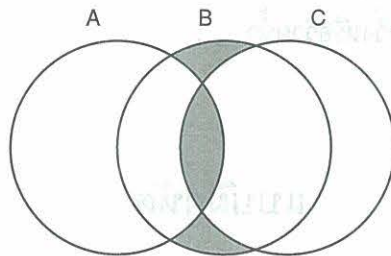
(ข) $A \cap (B \cap C)$

(ค) $A \cup (B \cap C)$

(ง) $A \cap (B \cup C)$

(จ) $(A \cap B) \cup (A \cup C)$

4. จากแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนที่แรเงาตรงกับคำตอบในข้อใด



(ก) $((B - C) \cup (B - A)) \cap A \cap C$

(ข) $((A \cap C) \cup (B - C)) \cap (B - A)$

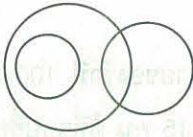
(ค) $(A \cup B) \cap (B - C)$

(ง) $(B - C) \cap (A \cap B)$

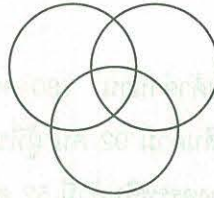
(จ) $((B - (A \cup C)) \cap B)$

5. เซตของนักศึกษา นักแสดง และดารารายานตร์ จะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

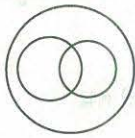
(ก)



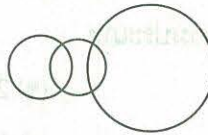
(ข)



(ค)



(ง)



(จ) ไม่มีความสัมพันธ์กันแต่อย่างใด

6. จากการสอบถามนักศึกษาจำนวน 200 คน พบว่านักศึกษาจำนวน 50 คนมีรถส่วนตัวจำนวน 120 คนมีโทรทัศน์ และจำนวน 30 คนมีทั้งรถส่วนตัวและโทรทัศน์ จงหาว่านักศึกษาที่มีรถส่วนตัวหรือโทรทัศน์ คิดเป็นร้อยละเท่าไรของนักศึกษาที่ตอบคำถามทั้งหมด

(ก) 15%

(ข) 25%

(ค) 60%

(ง) 70%

(จ) 100%

7. ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งซึ่งมี 780 ครอบครัว เป็นครอบครัวที่ปลูกข้าวอย่างเดียว 290 ครอบครัว ครอบครัวที่ปลูกอ้อย 230 ครอบครัว และปลูกทั้งข้าวและอ้อย 45 ครอบครัว จงหาว่าครอบครัวที่ไม่ได้ปลูกอ้อยหรือข้าวมีทั้งหมดกี่ครอบครัว

(ก) 150 ครอบครัว

(ข) 160 ครอบครัว

(ค) 170 ครอบครัว

(ง) 180 ครอบครัว

(จ) 190 ครอบครัว

8. โรงงานแห่งหนึ่งมีคนงานชาย 600 คน คนงานหญิง 500 คน ซึ่งจำแนกออกได้เป็นคนงานที่อยู่ต่างอำเภอ 300 คน (แบ่งเป็นชาย 200 คน หญิง 100 คน) และจบระดับปริญญาตรี 50 คน (แบ่งเป็นชาย 30 คน หญิง 20 คน) ถ้าคนงานต่างอำเภอที่จบปริญญาตรีมีทั้งหมด 25 คน (แบ่งเป็นชาย 15 คน หญิง 10 คน) จงหาว่าคนงานหญิงต่างอำเภอและไม่ได้จบปริญญาตรีมีกี่คน

- (ก) 90 คน (ข) 75 คน (ค) 60 คน
 (ง) 50 คน (จ) 45 คน

9. จากการสำรวจผู้ซื้อสินค้าจำนวน 180 คน พบว่าผู้ที่ซื้อจากร้านขายของชำมี 100 คน ผู้ที่ซื้อจากร้านสรรพสินค้ามี 92 คน ผู้ที่ซื้อจากร้านสะดวกซื้อมี 115 คน ผู้ที่ซื้อจากร้านขายของชำและร้านสรรพสินค้ามี 52 คน ผู้ที่ซื้อจากร้านขายของชำและร้านสะดวกซื้อมี 57 คน และผู้ที่ซื้อจากร้านขายของชำและร้านสะดวกซื้อมี 43 คน จงหาว่ามีผู้ซื้อกี่คนที่ซื้อจากร้านค้าทั้งสามประเภท

- (ก) 30 คน (ข) 25 คน (ค) 20 คน
 (ง) 15 คน (จ) 10 คน

10. ในการสอบวิชาเศรษฐศาสตร์ บัญชี และการตลาดของวิทยาลัยแห่งหนึ่งพบว่ามีนักศึกษาเข้าสอบเท่ากับ 40, 32 และ 42 คน ตามลำดับ โดยมีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาเศรษฐศาสตร์และการบัญชี 27 คน มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาเศรษฐศาสตร์และการตลาด 36 คน มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาบัญชีและการตลาด 27 คน และมีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งสามวิชา 26 คน จงหาว่ามีนักศึกษาที่เข้าสอบวิชาใดวิชาหนึ่งเพียงวิชาเดียวกี่คน

- (ก) 30 คน (ข) 22 คน (ค) 18 คน
 (ง) 14 คน (จ) 12 คน

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ตอบข้อ (ค)

จากโจทย์ เราได้ $G = (G')' = \{4,5,7\}$

และ จาก $G \cup H = \{3,4,5,7\}$ และ $G \cap H = \{7\}$

เราจะได้ $H = \{3,7\}$ และ $H' = \{1,2,4,5,6\}$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า G, H' ในสูตร $G - H = G \cap H'$ ผลลัพธ์คือ

$$G - H = \{4,5\}$$

2. ตอบข้อ (จ)

ข้อ (ก) ผิด เนื่องจาก การที่ $R \cap S = S$ สรุปได้ว่า $S \subset R$ แต่การที่ $S \subset R$ อาจเกิดขึ้นได้ในกรณีที่ $R = S$ จึงทำให้การสรุปว่า $S \neq R$ จึงผิด

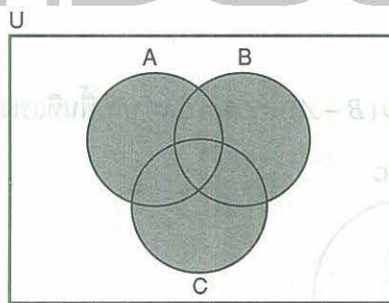
ข้อ (ข) ผิด เนื่องจาก การสมมติให้ $R = \{1,2\}$ และ $S = \{4,5\}$ เราได้ $R \cap S = \emptyset$ และ $R \neq \emptyset$ แต่ S ไม่จำเป็นต้องเป็นเซตว่าง

ข้อ (ค) ผิด เนื่องจาก การสมมติให้ $R = \{1,2,3\}$, $S = \{2,3,4\}$ เราได้ $R \cup S = \{1,2,3,4\}$ ซึ่งจำนวนสมาชิกของ $R \cup S = 4$ ขณะที่ผลรวมของจำนวนสมาชิก R และ $S = 3 + 3 = 6$

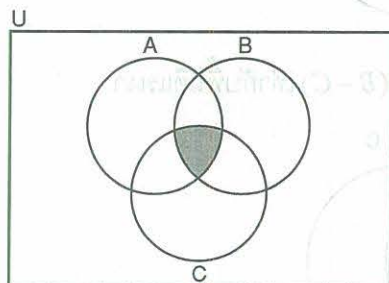
ข้อ (ง) ผิด เนื่องจาก การสมมติให้ $S = \emptyset$ เราได้ $R - S = R$ ซึ่งจะเห็นได้ว่า จำนวนสมาชิกของ $R - S$ ในกรณีนี้เท่ากับจำนวนสมาชิกของ R

3. ตอบข้อ (ค)

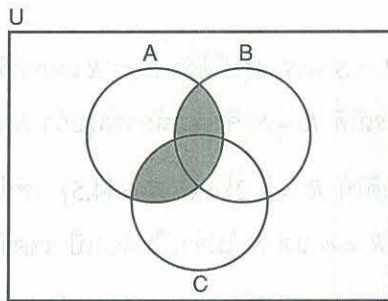
(ก) ผิด เนื่องจาก $A \cup (B \cap C)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



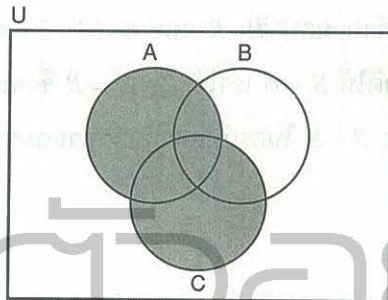
(ข) ผิด เนื่องจาก $A \cap (B \cap C)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



(ง) ผิด เนื่องจาก $A \cap (B \cup C)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา

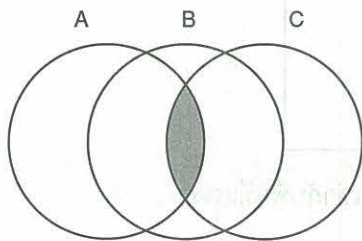


(จ) ผิด เนื่องจาก $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา

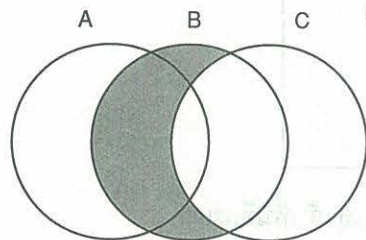


4. ตอบข้อ (ข)

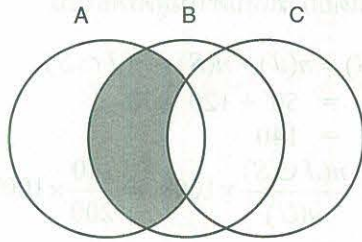
(ก) ผิด เนื่องจาก $((B - C) \cup (B - A)) \cap A \cap C$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



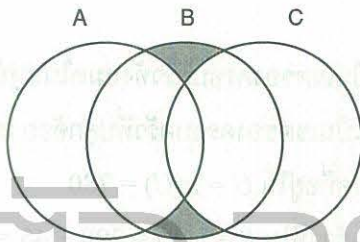
(ค) ผิด เนื่องจาก $(A \cup B) \cap (B - C)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



(ง) ผิด เนื่องจาก $(B - C) \cap (A \cap B)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



(จ) ผิด เนื่องจาก $((B - (A \cup C)) \cap B)$ เท่ากับพื้นที่แรเงา



5. ตอบข้อ (ก)

เนื่องจากดารากาพยนตร์เป็น *เซตย่อย* (Subset) ของนักแสดง ซึ่งเมื่อเขียนเป็นเซต จะต้องเล็กกว่าและอยู่ภายในเซตของนักแสดง และเนื่องจากนักศึกษาบางคนอาจเป็นนักแสดงหรือดารากาพยนตร์ก็ได้ จึงทำให้เซตของนักศึกษาบางส่วนซ้อนทับกับเซตของนักแสดงและดารากาพยนตร์ดังรูป (ก)

6. ตอบข้อ (ง)

จากโจทย์เมื่อเรากำหนดให้ U เป็นเซตของนักศึกษาทั้งหมดที่ตอบคำถาม J เป็นเซตของนักศึกษาที่มีรถส่วนตัว และ S เป็นเซตของนักศึกษาที่มีโทรทัศน์ เราจะได้

$$\text{จำนวนนักศึกษาทั้งหมดที่อยู่ใน } U = n(U) = 200$$

$$\text{จำนวนนักศึกษาที่อยู่ใน } J = n(J) = 50$$

$$\text{จำนวนนักศึกษาที่อยู่ใน } S = n(S) = 120$$

$$\text{และจำนวนนักศึกษาที่ทั้งรถส่วนตัวและโทรทัศน์} = n(J \cap S) = 30$$

เราต้องการหาจำนวนนักศึกษาที่มีรถส่วนตัวหรือโทรศัพท์นั้นคือ
ต้องการหา $n(J \cup S)$ ซึ่งทำได้โดยการแทนค่าในสูตรต่อไปนี้

$$\begin{aligned} n(J \cup S) &= n(J) + n(S) - n(J \cap S) \\ &= 50 + 120 - 30 \\ &= 140 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และคิดเป็นร้อยละ} \quad \frac{n(J \cup S)}{n(U)} \times 100\% &= \frac{140}{200} \times 100\% \\ &= 70\% \end{aligned}$$

7. ตอบข้อ (ข)

จากโจทย์เมื่อเรากำหนดให้ U เป็นเซตของครอบครัวทั้งหมดในหมู่บ้าน R เป็นเซต
ของครอบครัวที่ปลูกข้าว และ S เป็นเซตของครอบครัวที่ปลูกอ้อย เราจะได้

$$\text{จำนวนครอบครัวทั้งหมดที่อยู่ใน } U = n(U) = 780$$

$$\text{จำนวนครอบครัวที่ปลูกข้าวที่ใน } R = n(R) = 290 + 45 = 335$$

$$\text{จำนวนครอบครัวที่ปลูกอ้อยใน } S = n(S) = 230$$

$$\text{และจำนวนครอบครัวที่ปลูกทั้งข้าวและอ้อย} = n(R \cap S) = 45$$

เราต้องการหาจำนวนครอบครัวที่ไม่ได้ปลูกทั้งอ้อยหรือข้าว นั่นคือ ต้องการหา
ครอบครัวที่ปลูกข้าวหรืออ้อย $n(R \cup S)$ แล้วนำไปลบออกจากจำนวนครอบครัวทั้ง
หมด $n(U)$ ซึ่งทำได้โดยการแทนค่าในสูตรต่อไปนี้

$$\begin{aligned} n(R \cup S) &= n(R) + n(S) - n(R \cap S) \\ &= 335 + 230 - 45 \\ &= 620 \end{aligned}$$

$$\text{และ} \quad n(U) - n(R \cup S) = 780 - 620 = 160$$

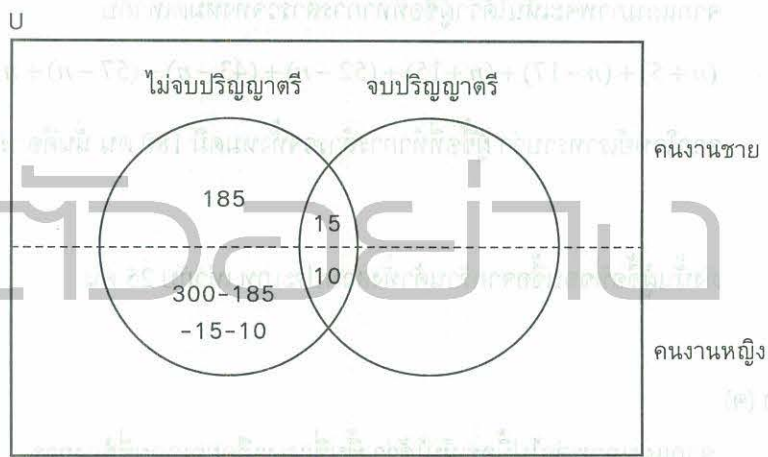
ดังนั้นจำนวนครอบครัวที่ไม่ได้ปลูกทั้งอ้อยหรือข้าวเท่ากับ 160 ครอบครัว

8. ตอบข้อ (ก)

จากโจทย์เราทราบว่าคนงานต่างอำเภอที่จบปริญญาตรีทั้งหมด 25 คน เป็นชาย 15 คน

$$\text{ดังนั้นคนงานหญิงต่างอำเภอที่จบปริญญาตรี} = 25 - 15$$

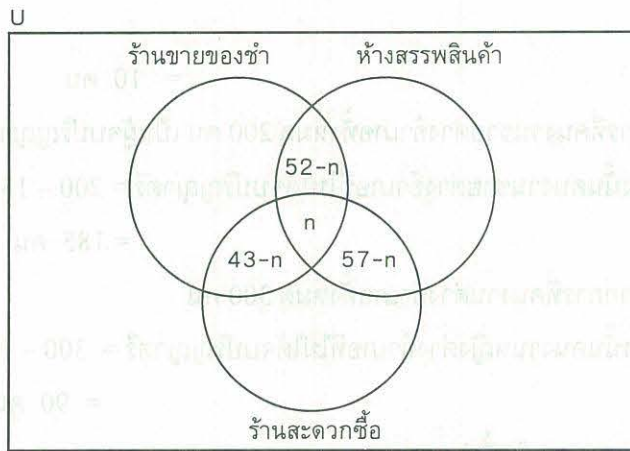
$= 10$ คน
 จากการที่คณงานชายต่างอำเภอทั้งหมด 200 คน เป็นผู้จบปริญญาตรี 15 คน
 ดังนั้นคณงานชายต่างอำเภอที่ไม่ได้จบปริญญาตรี $= 200 - 15$
 $= 185$ คน
 และจากการที่คณงานต่างอำเภอทั้งหมด 300 คน
 ดังนั้นคณงานหญิงต่างอำเภอที่ไม่ได้จบปริญญาตรี $= 300 - 185 - 15 - 10$
 $= 90$ คน
 (ดูแผนภาพต่อไปนี้ประกอบ)



9. ตอบข้อ (ข)

จากโจทย์เมื่อกำหนดให้ n เป็นผู้ซื้อที่ชอบซื้อจากร้านค้าทั้งสามประเภท เราได้
 ผู้ที่ชอบซื้อจากร้านขายของชำอย่างเดียว $= 100 - (52 - n) - (43 - n) - n$
 $= n + 5$ คน
 ผู้ที่ชอบซื้อจากห้างสรรพสินค้าอย่างเดียว $= 92 - (52 - n) - (57 - n) - n$
 $= n - 17$ คน
 ผู้ที่ชอบซื้อจากร้านสะดวกซื้ออย่างเดียว $= 115 - (43 - n) - (57 - n) - n$
 $= n + 15$ คน

(ดูแผนภาพต่อไปนี้ประกอบ)



จากแผนภาพจะเห็นได้ว่าผู้ซื้อที่ทำการสำรวจทั้งหมดเท่ากับ

$$(n+5) + (n-17) + (n+15) + (52-n) + (43-n) - (57-n) + n = n+155$$

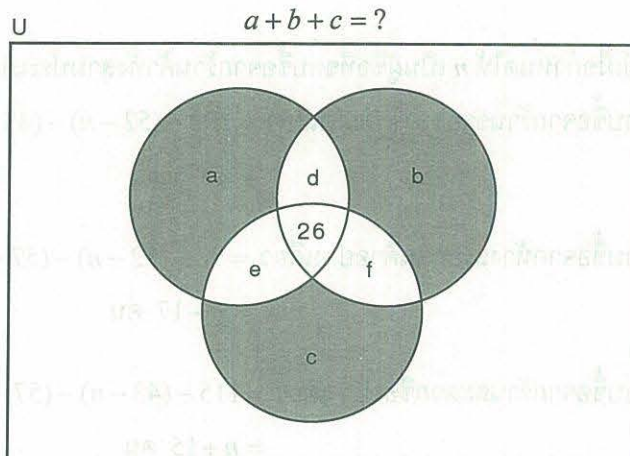
จากโจทย์เรารู้ว่า ผู้ซื้อที่ทำการสำรวจทั้งหมดมี 180 คน นั่นคือ $n+155 = 180$

$$n = 25$$

ดังนั้นผู้ซื้อที่ซื้อจากร้านค้าทั้งสามประเภท เท่ากับ 25 คน

10. ตอบข้อ (จ)

จากแผนภาพต่อไปนี้จะเห็นได้ว่า พื้นที่แรเงาคือผลเฉลยที่ต้องการ



จากโจทย์ เรารู้ว่า

(ก) มีนักศึกษาเข้าสอบวิชาเศรษฐศาสตร์ 40 คน

- (ข) มีนักศึกษาเข้าสอบวิชาบัญชี 32 คน
- (ค) มีนักศึกษาเข้าสอบวิชาการตลาด 42 คน
- (ง) มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาเศรษฐศาสตร์และการบัญชี 27 คน
- (จ) มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาเศรษฐศาสตร์และการตลาด 36 คน
- (ฉ) มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งวิชาบัญชีและการตลาด 27 คน
- (ช) มีนักศึกษาที่เข้าสอบทั้งสามวิชา 26 คน

และจากรูปจะเห็นได้ว่า $d = (ง) - (ข) = 27 - 26 = 1$ คน

$$e = (จ) - (ข) = 36 - 26 = 10 \text{ คน}$$

$$f = (ฉ) - (ข) = 27 - 26 = 1 \text{ คน}$$

โดยที่

$$a = (ก) - \{d + e + (ข)\} = 40 - \{1 + 10 + 26\} = 3 \text{ คน}$$

$$b = (ข) - \{d + f + (ข)\} = 32 - \{1 + 1 + 26\} = 4 \text{ คน}$$

$$c = (ค) - \{e + f + (ข)\} = 42 - \{10 + 1 + 26\} = 5 \text{ คน}$$

ดังนั้น $a + b + c = 3 + 4 + 5 = 12$

คำตอบที่ต้องการ คือ มีนักศึกษาที่เข้าสอบวิชาใดวิชาหนึ่งเพียงวิชาเดียว 12 คน



เซตของจำนวนจริง

เซตของจำนวนจริง (The Set of Real Numbers) มีส่วนประกอบที่สำคัญสองส่วนคือ เซตของจำนวนตรรกยะ (The Set of Rational Numbers) และ เซตของจำนวนอตรรกยะ (The Set of Irrational Numbers)

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถแสดงได้ในรูปของ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ โดยเซตของจำนวนตรรกยะประกอบด้วย

(1) เซตของจำนวนเต็ม (The Set of Integers) ซึ่งมีทั้ง จำนวนเต็มบวก (Positive Integers) เช่น 1, 2, 3, ... จำนวนเต็มลบ (Negative Integers) เช่น -1, -2, -3, ... และ 0 ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีลักษณะเฉพาะคือ ไม่เป็นทั้งจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ

(2) เซตของเศษส่วน (The Set of Fractions) ซึ่งเป็นอัตราส่วน (Ratio) ของจำนวนเต็ม 2 ตัว เช่น $\frac{2}{4}, \frac{7}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}$ เป็นต้น

ส่วนเซตของจำนวนอตรรกยะ คือ เซตของจำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ โดยจำนวนอตรรกยะจะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $\frac{a}{b}$ เช่น $\sqrt{2}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.4142... อันเป็นเลขทศนิยมไม่รู้จบชนิดที่ไม่ซ้ำนั้นไม่สามารถเขียนในรูปอัตราส่วนของจำนวนเต็มสองตัวได้ เป็นต้น

คุณสมบัติของจำนวนจริง

(1) คุณสมบัติในการสลับที่

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

$$a + b = b + a \quad [\text{เช่น } 3 + 4 = 4 + 3]$$

และ $ab = ba$ [เช่น $5 \cdot 2 = 2 \cdot 5$]

(2) คุณสมบัติในการเปลี่ยนกลุ่ม

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริง

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad [\text{เช่น } (7 + 2) + 3 = 7 + (2 + 3)]$$

และ $(ab)c = a(bc) \quad [\text{เช่น } (3 \cdot 5) \cdot 2 = 3 \cdot (5 \cdot 2)]$

(3) คุณสมบัติในการแจกแจง

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริง

$$a(b + c) = ab + ac \quad [\text{เช่น } 2(3 + 6) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6]$$

และ $(b + c)a = ba + ca \quad [\text{เช่น } (5 + 7) \cdot 4 = 5 \cdot 4 + 7 \cdot 4]$

(4) การเป็นเอกลักษณ์

เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

$$a + 0 = a \quad [\text{เช่น } (-8) + 0 = -8]$$

และ $a \cdot 1 = a \quad [\text{เช่น } 4 \cdot 1 = 4]$

จำนวนที่ควรทราบ

(1) จำนวนธรรมชาติ (Natural Number) คือ จำนวนที่สามารถนับได้โดยใช้นิ้วมือ โดยสัญลักษณ์ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 ซึ่งเรียกรวมกันว่า เลขโดด (Digits) นั้นในภาษาลาติน หมายถึง นิ้วมือ และจำนวนธรรมชาติทุกตัวสามารถเขียนได้โดยใช้เลขโดดเหล่านี้เท่านั้น เช่น เลขโดด 3 และ 4 ใช้เขียนเป็นจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติได้ทั้ง 34 และ 43 เป็นต้น

(2) จำนวนเต็มคู่ (Even Whole Numbers) คือ จำนวน 0, 2, 4, 6, 8 และจำนวนเต็มทุกตัวที่ลงท้ายด้วย 0, 2, 4, 6, 8 เช่น 24, 56, 718 เป็นต้น

(3) จำนวนเต็มคี่ (Odd Whole Numbers) คือ จำนวน 1, 3, 5, 7, 9 และจำนวนเต็มทุกตัวที่ลงท้ายด้วย 1, 3, 5, 7, 9 เช่น 35, 555, 719 เป็นต้น

(4) ตัวประกอบ (Factors) ของจำนวนธรรมชาติ คือ จำนวนธรรมชาติทั้งหมดที่หารจำนวนนั้น ได้ลงตัว เช่น 1, 2, 3, 4, 6 และ 12 เป็นตัวประกอบของ 12 หรือ 1, 7, 9, 63 เป็นตัวประกอบของ 63 เป็นต้น

(5) พหุคูณ (Multiple) ของจำนวนธรรมชาติ คือ ผลคูณของจำนวนธรรมชาติ เช่น 36 เป็นพหุคูณของ 4 และเป็นพหุคูณของ 9 เนื่องจาก $4 \times 9 = 36$ เป็นต้น

(6) จำนวนเฉพาะ (Prime Numbers) คือ จำนวนธรรมชาติที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียง 1 และตัวมันเองเท่านั้น เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13 เป็นต้น ซึ่งจากตัวอย่างจะเห็นได้ว่า 5 เป็นจำนวนเฉพาะเพราะว่า 5 มากกว่า 1 และมีตัวประกอบคือ 1 และ 5 เท่านั้น

การแยกตัวประกอบ

การแยกตัวประกอบของจำนวนธรรมชาติ คือ การเขียนจำนวนดังกล่าวให้อยู่ในรูปผลคูณของตัวประกอบซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ 120 และ 2,002

(วิธีทำ) $120 = 2 \times 60$

$120 = 2 \times 2 \times 30$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 15$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

ตัวประกอบ คือ 2, 2, 2, 3, 5

$2,002 = 2 \times 1,001$

$2,002 = 2 \times 7 \times 143$

$2,002 = 2 \times 7 \times 11 \times 13$

ตัวประกอบ คือ 2, 7, 11, 13

ตัวหารร่วมมาก

ตัวหารร่วมมาก (Highest Common Factor) หรือ ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนขึ้นไป คือ ผลคูณของตัวประกอบร่วมกันของจำนวนเหล่านั้น เช่น ห.ร.ม. ของ 36 และ 90 คือ 18 เนื่องจาก $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ และ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าในกรณีนี้ตัวประกอบร่วม คือ 2, 3, 3 โดยผลคูณของตัวประกอบร่วม คือ $2 \times 3 \times 3 = 18$

ตัวคูณร่วมน้อย

ตัวคูณร่วมน้อย (Least Common Multiple) หรือ ค.ร.น. ของจำนวนสองจำนวนขึ้นไป คือ พหุคูณร่วมที่มีค่าต่ำที่สุดของจำนวนเหล่านั้น เช่น ค.ร.น. ของ 9 และ 12 คือ 36 เนื่องจาก

พหุคูณของ 9 คือ 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

พหุคูณของ 12 คือ 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, ...

และ 36 เป็นพหุคูณร่วมที่มีค่าต่ำที่สุดของ 9 และ 12

ค่าสัมบูรณ์

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง หมายถึง ค่าของจำนวนซึ่งไม่เป็นลบ โดยการเขียนค่าสัมบูรณ์นั้นเราใช้สัญลักษณ์ $| \cdot |$ เช่น $|m|$ แสดงถึงค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง m และ

$$|m| = \begin{cases} m & , (m \geq 0) \\ -m & , m < 0 \end{cases}$$

ตัวอย่างเช่น ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน 7 คือ $|7| = 7$ ส่วนค่าสัมบูรณ์ของจำนวน -10 คือ $|-10| = 10$ และค่าสัมบูรณ์ของ 0 คือ $|0| = 0$ เป็นต้น

เศษส่วน

เศษส่วน (Fractions) เป็นจำนวนที่อยู่ในรูปของ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a เป็น ตัวเศษ (Numerator) b เป็น ตัวส่วน (Denominator) โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ($b \neq 0$)

(1) การลดทอนเศษส่วน ให้อยู่ในพจน์ต่ำที่สุดทำได้ด้วยการหารตัวประกอบร่วมออกจากตัวเศษและตัวส่วน เช่น ถ้าต้องการลดทอน $\frac{108}{144}$ ให้อยู่ในพจน์ต่ำที่สุด เราสามารถทำได้โดยหารตัวประกอบร่วมออกจากข้างบนและข้างล่างของเครื่องหมายเศษส่วน ในที่นี้ตัวประกอบของ 108 คือ $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$ และตัวประกอบของ 144 คือ

$$\frac{108}{144} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{3}{4}$$

(2) การดำเนินการกับเศษส่วน ทำได้โดยใช้คุณสมบัติต่อไปนี้เพื่อคำนวณ ซึ่งในที่นี้สมมติให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์

(ก) คุณสมบัติของการคูณ

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

ตัวอย่างเช่น $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{20} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 20} = \frac{15}{160}$ ซึ่งเมื่อลดทอนแล้วได้เท่ากับ $\frac{3}{32}$

(ข) คุณสมบัติของการหาร

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

ตัวอย่างเช่น $\frac{3}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{14}$ ซึ่งเมื่อลดทอนแล้วจะได้เท่ากับ $\frac{3}{2}$

(ค) คุณสมบัติของการบวก(ลบ) ในกรณีที่ตัวส่วนเท่ากัน

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

ตัวอย่างเช่น $\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{4+5}{9} = \frac{9}{9} = 1$

หรือ $\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

(ง) คุณสมบัติของการบวก(ลบ) ในกรณีที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน

สำหรับการบวก(ลบ)ในกรณีนี้ จะเริ่มด้วยการหา **ตัวส่วนร่วมน้อยที่สุด** (Least Common Denominator: LCD) ซึ่งทำได้โดยแยกตัวประกอบตัวส่วนของเศษส่วนทั้งหมดที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วนำเอาตัวประกอบทั้งหมดมาคูณกัน (ถ้าซ้ำกันระหว่างเศษส่วน นำมาเพียงตัวเดียว) ผลคูณที่ได้ จะเป็น LCD เสร็จแล้วจึงใช้สูตร

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \left(\frac{LCD}{b} \right) \pm c \left(\frac{LCD}{d} \right)}{LCD}$$

ตัวอย่างเช่น เมื่อต้องการหาค่า $\frac{7}{18} + \frac{5}{24} - \frac{1}{2}$ เราเริ่มด้วยการแยกตัวประกอบของตัวส่วน เนื่องจากตัวประกอบของ $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$ ตัวประกอบของ $24 = 3 \cdot 4 \cdot 2$ และตัวประกอบของ 2 คือตัวของมันเอง ดังนั้นตัวส่วนร่วมน้อยที่สุด (LCD) ในโจทย์ข้อนี้เป็น $3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 72$ และเมื่อใช้สูตร จะได้

$$\begin{aligned} \frac{7}{18} + \frac{5}{24} - \frac{1}{2} &= \frac{7\left(\frac{72}{18}\right) + 5\left(\frac{72}{24}\right) - 1\left(\frac{72}{2}\right)}{72} \\ &= \frac{7(4) + 5(3) - 1(36)}{72} \\ &= \frac{28 + 15 - 36}{72} \\ &= \frac{7}{72} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง

แบบฝึกหัด

- จงหาว่าจำนวนใดต่อไปนี้จะหารด้วย 3 และ 88 ได้ลงตัว

(ก) 8,888	(ข) 88,888	(ค) 888,888
(ง) 8,888,888	(จ) 88,888,888	
- $56,789(1) + 56,789(2) + 56,789(3) + 56,789(4) + 56,789(5) = ?$

(ก) 567,890	(ข) 898,898	(ค) 676,878
(ง) 735,537	(จ) 663,663	
- จงหาค่าของ $(480)^2 - (420)^2$

(ก) 450,00	(ข) 54,000	(ค) 56,800
(ง) 57,500	(จ) 66,600	