

ฉบับ
Seven Days

คู่มือเตรียมสอบ

ADMISSION

คณิตศาสตร์ มัธยมศึกษา

7 วัน

ประกอบด้วย

ข้อสอบ 7 ฉบับ มีนักเรียนใช้เวลาเตรียมตัว 7 วัน

โดย ทุกข้อ แบนยำ ละเอียด และสมบูรณ์แบบที่สุด
พร้อมรูปประกอบการคำนวณชัดเจน

เหมาะสำหรับ ครู อาจารย์ ตัวต่อ และนักเรียน ตลอดจนผู้สนใจทั่วไป

ประหยัด แก้วอำไพ

ฉบับ
Seven Days

คู่มือเตรียมสอบ

ADMISSION

คณิตศาสตร์ O-NET A-NET

ประหยัด ทั่วอำไพ



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

SKYBOOK COMPANY LIMITED
515/276-8 ถนนพหลโยธิน แขวงสามยุค อ.เมือง จ.ปทุมธานี 12130
โทร. 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร. 0-2567-5105
e-mail: sales@skybook.co.th

www.skybook.co.th

“คู่มือเตรียมสอบ Admission คณิตศาสตร์ O-NET A-NET”

พิมพ์ครั้งที่ 1 ธันวาคม 2549

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย

ห้ามคัดลอกถ่ายเอกสารหรือพิมพ์

หรือวิธีหนึ่งวิธีใดของหนังสือเล่มนี้ก่อนได้รับอนุญาต

จากบริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

ราคา 165 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ประหยัด แก้วอำไพ

คู่มือเตรียมสอบ Admission คณิตศาสตร์ O-NET A-NET -- 11 กุมภาพันธ์ : สกายบุ๊กส์, 2549.

420 หน้า

1. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย

I. ชื่อเรื่อง

510

ISBN 13 : 978-974-389-762-7

ISBN 10 : 974-389-762-3

S7901-30-12-06

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

SKYBOOK COMPANY LIMITED

515/276-8 ถ.รังสิต-ปทุมธานี ต.ปะชาชีวินต์ อ.มีนบุรี จ.ปทุมธานี 12130

โทร. 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร. 0-2567-5105

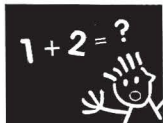
e-mail: sales@skybook.co.th

www.skybook.co.th

หากท่านผู้อ่านซื้อหนังสือที่จัดพิมพ์โดยบริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด และพบว่าหนังสือสลับหน้า พิมพ์ไม่ชัดเจน หน้าขาดหายไม่ครบ หรือความบกพร่องอื่นใดอันเนื่องมาจากกระบวนการพิมพ์และการเข้าเล่ม กรุณาส่งหนังสือมาที่บริษัทฯ เพื่อรับหนังสือเล่มใหม่

พิมพ์ที่ บริษัท พี เอ็น เค แอนด์ สกายพริ้นติ้งส์ จำกัด

โทรศัพท์ : 0-2812-1484, 0-2812-2265



คำนำ

หนังสือคู่มือเตรียมสอบเล่มนี้เหมาะอย่างยิ่งสำหรับนักเรียนที่มีเวลาสอบน้อยหรืออาจคิดว่าเตรียมตัวไม่ทัน เพราะแต่ละข้อของข้อสอบที่ได้เฉลยได้บอกเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง พร้อมทั้งบอกเนื้อหาทั้งหมดที่ใช้สำหรับเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัย สำหรับระบบ O - NET ต้องใช้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และ ระบบ A - NET ต้องใช้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม และ แผนผังความคิดรวบยอด (Mind Mapping) เพื่อแสดงความเชื่อมโยงแต่ละบทเรียนให้ด้วย ฉะนั้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเลือกศึกษาแต่ละข้อ ก่อน - หลัง ตามที่นักเรียนแต่ละคนถนัดจึงทำให้นักเรียนใช้เวลาศึกษาได้รวดเร็วในเวลาเพียง 7 วัน ได้ แต่ทั้งนี้ก็ขึ้นกับทักษะความสามารถของนักเรียนแต่ละคนด้วย

การเฉลยวิธีทำแต่ละข้อจึงเป็นการอธิบายอย่างละเอียดพร้อมรูปภาพประกอบการคำนวณ เพื่อความเข้าใจที่รวดเร็ว ฉะนั้นนักเรียนที่เข้าใจแล้ว หรือ นักเรียนที่ใช้อ่านทบทวนจึงทำความเข้าใจหรือทบทวนอีกครั้ง ได้รวดเร็วขึ้น อีกทั้งได้สอดแทรก เนื้อหาบางส่วนที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ประกอบให้ด้วย

หวังเป็นอย่างยิ่งว่า ครูอาจารย์ คิวเตอร์ นักเรียน หรือ ผู้สนใจที่อ่านไปแล้วจะได้ใช้ประโยชน์ในการสอบและการสอนในระบบใหม่ ของการสอบเข้ามหาวิทยาลัยที่มีการปรับเปลี่ยนตลอดเวลาได้ตลอดไป

ปรารถนาให้นักเรียนผู้สอบทุกคนประสบผลดี

ประหยัด แก้วอำไพ



สารบัญ

<input type="checkbox"/> ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในการทดสอบ A-NET	6
<input type="checkbox"/> ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในการทดสอบ O-NET	10
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ A-NET (กุมภาพันธ์ 2549)	12
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	24
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET (กุมภาพันธ์ 2549)	62
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	78
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2548)	110
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	118
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (ตุลาคม 2547)	162
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	170
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2547)	223
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	232
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (ตุลาคม 2546)	289
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	299
<input type="checkbox"/> วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2546)	360
<input type="checkbox"/> เฉลยคำตอบ	368





ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

ในการทดสอบ A-NET

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ตามสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544)

1. เซต

- 1.1 สับเซตและเพาเวอร์เซต
- 1.2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชันและคอมพลิเมนต์ของเซต

2. ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

- 2.1 การหาค่าความจริงของประพจน์
- 2.2 รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน
- 2.3 สัจนิรันดร์
- 2.4 การอ้างเหตุผล
- 2.5 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียวและตัวบ่งปริมาณสองตัว
- 2.6 สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

3. ระบบจำนวนจริง

- 3.1 สมบัติของระบบจำนวนจริง
- 3.2 การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว
- 3.3 การแก้อสมการ
- 3.4 การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

4. ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

- 4.1 การหารลงตัว
- 4.2 ขั้นตอนวิธีการหาร
- 4.3 ตัวหารร่วมมาก
- 4.4 ตัวคูณร่วมน้อย

5. เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์

- 5.1 เมทริกซ์และสมบัติของการบวก การคูณ
- 5.2 ดีเทอร์มิแนนต์และสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
- 5.3 การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและการดำเนินการตามแถว
- 5.4 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์และการดำเนินการตามแถว

6. ฟังก์ชัน

- 6.1 ความสัมพันธ์ และตัวผกผันของความสัมพันธ์
- 6.2 ฟังก์ชันและการดำเนินการของฟังก์ชัน
- 6.3 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง และ ฟังก์ชันผกผัน

7. เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

- 7.1 ระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
- 7.2 ความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน และเส้นตั้งฉาก
- 7.3 วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
- 7.4 การเลื่อนกราฟ

8. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

- 8.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และสมบัติของเลขยกกำลัง
- 8.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- 8.3 ลอการิทึมของจำนวนและสมบัติของลอการิทึม
- 8.4 ฟังก์ชันลอการิทึม
- 8.5 สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม
- 8.6 อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและอสมการลอการิทึม
- 8.7 การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

9. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- 9.1 การกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยวงกลมรัศมีหนึ่งหน่วย
- 9.2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 9.3 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 9.4 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุม
- 9.5 ผลคูณและผลบวกของฟังก์ชันไซน์หรือฟังก์ชันโคไซน์
- 9.6 ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 9.7 เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ
- 9.8 กฎของโคไซน์และไซน์
- 9.9 การหาระยะทางและความสูง

10. เวกเตอร์ในสามมิติ

- 10.1 เวกเตอร์และสมบัติการบวก การลบ การคูณด้วยสเกลาร์
- 10.2 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติและสามมิติ



- 10.3 โคไซน์แสดงทิศทาง
- 10.4 ผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์
- 10.5 การหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน
11. จำนวนเชิงซ้อน
 - 11.1 จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติการบวก ลบ คูณ หาร
 - 11.2 สังยุคของจำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน
 - 11.3 กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของค่าสัมบูรณ์
 - 11.4 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และการคูณ การหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
 - 11.5 ทฤษฎีบทของเดอมัวร์และการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
 - 11.6 การแก้สมการพหุนามที่มีรากเป็นจำนวนเชิงซ้อน
12. กำหนดการเชิงเส้น
13. ความน่าจะเป็น
 - 13.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
 - 13.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน
 - 13.3 วิธีจัดหมู่
 - 13.4 ทฤษฎีบททวินาม
 - 13.5 ความน่าจะเป็นและกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
14. ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์
15. แคลคูลัสเบื้องต้น
 - 15.1 ลิมิตและความต่อเนื่อง
 - 15.2 อนุพันธ์และการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต ความชันของเส้นโค้ง
 - 15.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
 - 15.4 อนุพันธ์อันดับสูง
 - 15.5 การประยุกต์ของอนุพันธ์
 - 15.6 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต ปริพันธ์จำกัดเขต และการหาพื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง
16. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
 - 16.1 ค่ากลางของข้อมูล
 - 16.2 การวัดตำแหน่งที่หรือตำแหน่งสัมพัทธ์ของข้อมูล
 - 16.3 การวัดการกระจายของข้อมูล โดยวิธีการกระจายสัมบูรณ์ และการกระจายสัมพัทธ์
 - 16.4 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายข้อมูล

17. การแจกแจงปกติ

17.1 ค่ามาตรฐาน

17.2 การแจกแจงปกติและเส้นโค้งปกติ

18. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

18.1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

18.2 การประมาณค่าของค่าคงตัวโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด

ตัวอย่าง



ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

ในการทดสอบ O-NET

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ตามสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544)

1. เซต
 - 1.1 สับเซตและเพาเวอร์เซต
 - 1.2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชันและคอมพลิเมนต์ของเซต
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
3. จำนวนจริง
 - 3.1 สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนจริง
 - 3.2 การแก้สมการกำลังสองหนึ่งตัวแปร
 - 3.3 ค่าสัมบูรณ์
 - 3.4 การแก้สมการ
 - 3.5 รากที่ n ของจำนวนจริง
 - 3.6 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
4. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
 - 4.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
 - 4.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น
 - 4.3 ฟังก์ชันกำลังสอง
 - 4.4 การแก้สมการและอสมการโดยใช้กราฟ
 - 4.5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
 - 4.6 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
5. อัตราส่วนตรีโกณมิติ
6. ลำดับ และอนุกรม
 - 6.1 ลำดับเลขคณิต และ ลำดับเรขาคณิต
 - 6.2 อนุกรมเลขคณิต และ อนุกรมเรขาคณิต
7. ความน่าจะเป็น
 - 7.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
 - 7.2 ความน่าจะเป็น
8. สถิติ
 - 8.1 สถิติและข้อมูล
 - 8.2 การแจกแจงความถี่ของข้อมูล

8.3 การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล

8.4 การวัดค่ากลางของข้อมูล

8.5 การวัดการกระจายของข้อมูล

8.6 การสำรวจความคิดเห็น

ตัวอย่าง



เคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ A-NET

(กุมภาพันธ์ 2549)

ตอนที่ 1

ข้อ	เรื่อง ที่เกี่ยวข้อง	คะแนน
1	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	3 %
2	ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล	3 %
3	ความน่าจะเป็น(ทวินาม)	3 %
4	เมทริกซ์	3 %
5	ภาคตัดกรวย	3 %
6	ภาคตัดกรวย	3 %
7	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	3 %
8	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	3 %
9	ตรรกศาสตร์	3 %
10	ตรรกศาสตร์	3 %
11	ฟังก์ชันลอการิทึม(อสมการ)	3 %
12	ฟังก์ชันลอการิทึม(อสมการ)	3 %
13	เวกเตอร์ 3 มิติ	3 %
14	จำนวนเชิงซ้อน	3 %
15	จำนวนเชิงซ้อน	3 %
16	ลำดับอนุกรมอนันต์	3 %
17	แคลคูลัส (ลิมิต)	3 %
18	แคลคูลัส (อนุพันธ์)	3 %
19	แคลคูลัส (ปริยานุพันธ์)	3 %
20	กำหนดการเชิงเส้น	3 %
21	ความน่าจะเป็น(สับเปลี่ยนจัดหมู่)	3 %
22	ความน่าจะเป็น(สับเปลี่ยนจัดหมู่)	3 %
23	สถิติ	3 %
24	สถิติ	3 %
25	สถิติ	3 %

ตอนที่ 2

ข้อ	เรื่อง ที่เกี่ยวข้อง	คะแนน
1	ฟังก์ชัน	2 %
2	ฟังก์ชัน(ผสมเรื่อง เซต)	2 %
3	ฟังก์ชัน (อินเวอร์ส)	2 %
4	เวกเตอร์ 3 มิติ	2 %
5	สถิติ	2 %
6	ระบบจำนวนจริง	3 %
7	ลำดับอนุกรมอนันต์	3 %
8	เมทริกซ์	3 %
9	ความน่าจะเป็น(กฎการนับ)	3 %
10	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	3 %

เริ่มใช้หลักสูตร 2544 และ ระบบ Admission

เนื้อหาในแต่ละเล่มที่เกี่ยวข้องกับการสอบ 6 เล่ม

คณิตเพิ่มเติม ม. 4 เล่ม 1 บทที่ 1 ตรรกศาสตร์ บทที่ 2 ระบบจำนวนจริง บทที่ 3 ทฤษฎีจำนวน	คณิตเพิ่มเติม ม. 4 เล่ม 2 บทที่ 1 เมทริกซ์ บทที่ 2 ฟังก์ชัน บทที่ 3 เรขาคณิตตัดกรวย
--	--

คณิตเพิ่มเติม ม. 5 เล่ม 3 บทที่ 1 ฟังก์ชันเอ็กโพ ๑ บทที่ 2 ฟังก์ชันตรีโกณฯ บทที่ 3 เวกเตอร์สามมิติ	คณิตเพิ่มเติม ม. 5 เล่ม 4 บทที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน บทที่ 2 ทฤษฎีกราฟ ๑ บทที่ 3 ความน่าจะเป็น
---	--

คณิตเพิ่มเติม ม. 6 เล่ม 5 รวมเรื่องสถิติ บทที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล ๑ บทที่ 2 การแจกแจงปกติ บทที่ 3 ความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	คณิตเพิ่มเติม ม. 6 เล่ม 6 บทที่ 1 ลำดับและ อนุกรมอนันต์ บทที่ 2 แคลคูลัส บทที่ 3 กำหนดการเชิงเส้น
---	---

ข้อสอบยัง ไม่มีบททฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ข้อสอบคณิตศาสตร์ A-NET
(กุมภาพันธ์ 2549)

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ a เป็นจำนวนคู่บวก และ b เป็นจำนวนคี่บวก

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์
2. $a+b$ เป็นจำนวนเฉพาะ
3. ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ ห.ร.ม. ของ a และ $2b$
4. ค.ร.น. ของ a และ b เท่ากับ ค.ร.น. ของ a และ $2b$

2. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^y = y^x$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$
2. $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$
3. $(xy)^y = x^{(x+y)}$
4. $\left(\frac{x}{y}\right)^y = y^{(x-y)}$

3. ในการกระจาย $\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55}$

จำนวนพจน์ที่เป็นจำนวนเต็มเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 พจน์
2. 6 พจน์
3. 7 พจน์
4. 8 พจน์



4. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$x + 2y - 2z = -2$$

$$2x + y + 2z = 5$$

$$x - 3y - 2z = 3$$

แล้ว

ดีเทอร์มิแนนต์ $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 60
2. 75
3. 90
4. 105

5. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงรีที่มีสมการเป็น

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

ถ้าวงกลมวงนี้สัมผัสกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,3)$ และ $(5,0)$ แล้ว รัศมีวงกลมวงนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{4}{5}$
3. $\frac{7}{8}$
4. $\frac{9}{13}$

6. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีสมการเป็น $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

ถ้าจุด $A(6, k)$ เมื่อ $k > 0$ เป็นจุดอยู่บนเส้นกำกับของ H และ F_1, F_2 เป็นโฟกัสของ H แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม AF_1F_2 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{37}{2}$ ตารางหน่วย
2. $\frac{45}{2}$ ตารางหน่วย
3. 30 ตารางหน่วย
4. 40 ตารางหน่วย

7. $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4. $\frac{1}{2}$

8. ถ้า $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = 1$ แล้ว $\sin 2\theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2(1-\sqrt{2})$
2. $2(\sqrt{2}-1)$
3. $1-\sqrt{3}$
4. $\sqrt{3}-1$

9. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ $U = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

1. $\exists x \forall y [x + y < y]$
2. $\exists x \forall y [x - y^2 < x]$
3. $\exists x \forall y [xy^2 = x]$
4. $\exists x \forall y [x^2 y = y]$

10. ให้ p, q, r เป็นประพจน์

ถ้าประพจน์ $p \Rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

และ $p \vee (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

1. $\sim q \vee (p \Rightarrow r)$
2. $\sim p \vee (\sim p \vee q)$
3. $(q \vee r) \Rightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$
4. $[(\sim q) \vee (\sim r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$



11. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\log_7 3 < \log_5 3 < \log_7 10$

2. $\log_5 3 < \log_7 3 < \log_7 10$

3. $\log_7 3 < \log_7 10 < \log_5 3$

4. $\log_7 10 < \log_5 3 < \log_7 3$

12. จำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับสมการ

$$\log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] > -1$$

มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6

2. 7

3. 8

4. มากกว่า 8

13. กำหนดให้ $\bar{u} = \bar{i} + 3\bar{k}$

$\bar{v} = 2\bar{j} + x\bar{k}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

$\bar{w} = -3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$

ถ้า \bar{u} , \bar{v} และ \bar{w} อยู่บนระนาบเดียวกัน

แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -12

2. -8

3. 8

4. 16

14. จำนวนเชิงซ้อน $z = 1+i$ เป็นคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1. $z^4 - 2z^2 + 4z = 0$

2. $z^4 - 2z^2 - 4z = 0$

3. $z^4 + 2z^2 - 4z = 0$

4. $z^4 + 2z^2 + 4z = 0$

15. กราฟของจุด z ทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ

$$(z+i)(\bar{z}-i) = 1$$

เป็นรูปใดต่อไปนี้

1. เส้นตรง
2. วงกลม
3. วงรี
4. ไฮเพอร์โบล่า

16. พิจารณา ลำดับ a_n และ b_n ซึ่ง

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ 2 & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. a_n และ b_n เป็นลำดับคู่เข้า
2. a_n และ b_n เป็นลำดับคู่ออก
3. a_n เป็นลำดับคู่เข้า และ b_n เป็นลำดับคู่ออก
4. a_n เป็นลำดับคู่ออก และ b_n เป็นลำดับคู่เข้า

17. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ 2x-1 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 3x & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(1-x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |



18. ถ้า $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรีสาม ซึ่งมี 1, 2, 3 เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ และ $P(4) = 5$ แล้ว $P'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{6}{7}$

2. $-\frac{5}{6}$

3. $\frac{4}{5}$

4. $\frac{5}{3}$

19. กำหนดให้ กราฟของ $y = f(x)$ มีความชันที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น $2x + 2$

และ f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ -3

พื้นที่ของอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วย

กราฟของ $y = f(x)$ แกน x เส้นตรง $x = -1$ และเส้นตรง $x = 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{3}$ ตารางหน่วย

2. $\frac{8}{3}$ ตารางหน่วย

3. 9 ตารางหน่วย

4. 12 ตารางหน่วย

20. ในการผลิตสินค้าตามโครงการ OTOP

ในแต่ละวันผลิตผ้าฝ้ายได้ x ชิ้น

และผลิตผ้าไหมได้ y ชิ้น

โดยมีสมการข้อจำกัดคือ

$$2x + y \leq 12$$

$$x + y \leq 8$$

$$x \geq 0$$

และ $0 \leq y \leq 6$

ถ้าผ้าฝ้ายและผ้าไหมมีราคาขายชิ้นละ 90 บาท และ 300 บาท ตามลำดับ แล้ว

โครงการนี้จะขายสินค้าได้มากที่สุดต่อวัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1,560 บาท

2. 1,800 บาท

3. 1,980 บาท

4. 2,400 บาท

21. ก่อองใบหนึ่งมีบัตร 10 ใบ แต่ละใบเขียนหมายเลข $-4, -3, -2, \dots, 4, 5$ ใบละ 1 หมายเลข ถ้าสุ่มหยิบบัตร 2 ใบพร้อมกันจากก่อกองใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้บัตรที่มีหมายเลขบัตรทั้งสองซึ่งมีผลคูณมากกว่าหรือเท่ากับ 0 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{5}{9}$
3. $\frac{32}{45}$
4. $\frac{41}{45}$

22. ให้ S เป็นเซตของจุด 10 จุดบนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งมีสมบัติดังนี้
เมื่อลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด 2 จุดใดๆ ใน S
จะมีเพียง 3 เส้นเท่านั้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้

ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยเลือกจุด 3 จุด ใน S มาเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม
ความน่าจะเป็นที่จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4

23. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 40 คนและ ตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุพนักงานเป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม
11-20	6
21-30	14
31-40	26
41-50	36
51-60	40

ถ้าผู้จัดการมีอายุ 48.5 ปี แล้ว พนักงานที่มีอายุระหว่าง ค่ามัธยฐานของอายุพนักงาน และ อายุของผู้จัดการมีจำนวนประมาณเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 31.5 %
2. 33.7 %
3. 35.0 %
4. 37.0 %



24. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานเท่ากับ 60,000 บาท
และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10,000 บาท

ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงานจำนวน 19 คน มีค่าเท่ากับ 2.5 แล้ว
พนักงานอีก 1 คนที่เหลือมีเงินเดือนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 35,000 บาท
2. 57,500 บาท
3. 62,500 บาท
4. 85,000 บาท

25. ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	0.016	0.168	1.5	2.5
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.0062	0.0668	0.4332	0.4938

ถ้าคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยของนักเรียนจำนวน 10,000 คน

มีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 58 คะแนน

โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน

แล้ว นักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง 49 – 73 คะแนน มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4,394 คน
2. 5,606 คน
3. 7,300 คน
4. 9,270 คน

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

ข้อ 1 – 5 ข้อละ 2 คะแนน ; ข้อ 6 – 10 ข้อละ 3 คะแนน

ในการตอบ ให้เขียนตัวเลขที่เป็นคำตอบลงในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ของแต่ละข้อในกระดาษ คำตอบตอนที่ 2 ให้ชัดเจน

ตัวอย่าง ถ้าคำตอบ คือ 27.5 ให้เขียนคำตอบดังนี้

		2	7	.	5	
--	--	---	---	---	---	--

1. กำหนดให้ $h(x) = |1 - x^5|$ และ $g(x) = x^5$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(g(x)) = h(x)$ แล้ว

$f(5)$ มีค่าเท่าใด

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}, (1, 2)\}$ เมื่อ $(1, 2)$ หมายถึง คู่อันดับ

และ $B = (A \times A) - A$

จำนวนสมาชิกของเซต B เท่ากับเท่าใด

3. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4x^2}}{2x} & \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x = 0 \end{cases}$$

ถ้า $f^{-1}(a) = \frac{2}{3}$ แล้ว a เท่ากับเท่าใด

4. กำหนดให้ $\bar{u} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$

$$\bar{w} = a\bar{i} + b\bar{j}$$

$$|\bar{w}| = 10$$

โดยที่ \bar{w} มีทิศทางเดียวกับ \bar{u}

แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด



5. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 0.12
ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 6
และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

แล้ว สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน มีค่าเท่ากับเท่าใด

6. กำหนดให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม

$$\text{ถ้า } S = \{x \in I \mid 2x^2 - 9x - 26 \leq 0 \text{ และ } |1 - 2x| \geq 3\} \quad \text{แล้ว}$$

ผลบวกของสมาชิกของ S เท่ากับเท่าใด

7. ถ้า $\frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{3^3} \dots\dots\dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต

ซึ่งผลบวกเท่ากับ $\frac{4}{3}$

แล้ว a มีค่าเท่าใด

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & x & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & x & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 9 & 5 & -36 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 8 \end{array} \right]$$

แล้ว x มีค่าเท่าใด

9. กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4,5\}$
 $B = \{a,b\}$

ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B มีจำนวนทั้งหมดกี่ฟังก์ชัน

10. ถ้า x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่ง 9 , 12 และ 15 หาร x ลงตัว แต่ 11 หาร x เหลือเศษ 7 แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

ครูอ้อย



๖ เฉลยคำตอบ

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

เฉลยตอนที่ 1							
1.	4	2.	3	3.	2	4.	1
5.	1	6.	4	7.	3	8.	1
9.	3	10.	4	11.	1	12.	3
13.	4	14.	1	15.	2	16.	3
17.	3	18.	4	19.	2	20.	3
21.	2	22.	2	23.	1	24.	1
25.	4						

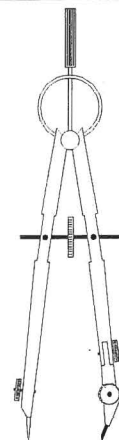
ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ


ข้อ 1 – 5 ข้อละ 2 คะแนน

;

ข้อ 6 – 10 ข้อละ 3 คะแนน

เฉลยตอนที่ 2			
1.	0004.00	2.	0015.00
3.	0000.50	4.	0014.00
5.	0000.20	6.	0017.00
7.	0001.50	8.	0004.00
9.	0030.00	10.	1800.00



เฉลย คำตอบและวิธีทำ 

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. วิธีทำ ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

จาก a เป็นจำนวนคู่บวก และ b เป็นจำนวนคี่บวก

ทดลองแทนค่า

1. a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ แสดงว่า a และ b มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1

เช่น 6 และ 15 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(6,15) = 3$ ข้อ 1 ผิด

2. $a+b$ เป็นจำนวนเฉพาะ

เช่น $6+15 = 21$ ข้อ 2 ผิด

3. ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ ห.ร.ม. ของ a และ $2b$

เช่น $(6,15) = 3$ แต่ $(6,30) = 6$ ข้อ 3 ผิด

4. ค.ร.น. ของ a และ b เท่ากับ ค.ร.น. ของ a และ $2b$

เช่น $[6,15] = 30$ และ $[6,30] = 30$ ข้อ 4 ถูก

∴ คำตอบ คือ ข้อ 4



2. วิธีทำ ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^y = y^x$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ผิด

พิจารณาแต่ละตัวเลือก

- | | | | |
|-------------|----|------------------------------------|-------------|
| | 1. | $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$ | |
| จะได้ | | $y^x = x^y$ | จริง |
| ดังนั้น | | $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$ | จริง |
| | 2. | $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$ | |
| จะได้ | | $x^y = y^x$ | จริง |
| ดังนั้น | | $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$ | จริง |
| | 3. | $(xy)^y = x^{(x+y)}$ | |
| จะได้ | | $x^y \cdot y^y = x^x \cdot x^y$ | |
| ดังนั้น | | $y^y = x^y$ | |
| แล้วสรุปว่า | | $x = y$ | จึงเป็นเท็จ |

เพราะ x กับ y อาจจะไม่เท่ากันก็ได้ เช่น คู่อันดับ (2,4) หรือ (4,2)

- | | | | |
|-----------|----|--|------|
| | 4. | $\left(\frac{x}{y}\right)^y = y^{(x-y)}$ | |
| จะได้ | | $\frac{x^y}{y^y} = y^{x-y}$ | |
| | | $x^y y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| | | $x^y y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| จาก | | $x^y = y^x$ | |
| แทนค่าได้ | | $y^x y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| | | $y^{x-y} = y^{x-y}$ | จริง |

ข้อที่ผิด คือ ข้อ 3.

∴ คำตอบ คือ ข้อ 3.

3. วิธีทำ ความน่าจะเป็น หัวข้อ ทฤษฎีทวินาม

เลขยกยะเยียด $\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55}$ สามารถเขียนกระจายออกได้เป็นจำนวน 56 พจน์

$$\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55} = \sum_{r=0}^{55} \left(\begin{matrix} 55 \\ r \end{matrix} \right) \left(2\left(\frac{1}{5}\right)\right)^{55-r} \left(3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^r \dots\dots\dots (1)$$

ส่วนที่ 1

ส่วนที่ 2

ส่วนที่ 3

จากสมการที่ (1) ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 1 จะเป็นจำนวนเต็มทุกพจน์
 ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 2 จะเป็นจำนวนเต็มเพียงบางพจน์
 ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 3 จะเป็นจำนวนเต็มเพียงบางพจน์
 สรุปเป็นตารางให้เห็นว่าพจน์ใดบ้างที่เป็น จำนวนเต็ม ดังนี้

	ส่วนที่ 1	ส่วนที่ 2	ส่วนที่ 3	
ค่า r	$\binom{55}{r}$	$\left(2\left(\frac{1}{5}\right)\right)^{55-r}$	$\left(3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^r$	พจน์ที่เป็นจำนวนเต็ม คือ
0	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 1
1-9	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 6 ซึ่ง $r = 5$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
10	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 11
11-19	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 16 ซึ่ง $r = 15$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
20	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 21
21-29	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 26 ซึ่ง $r = 25$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
30	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 31
31-39	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 36 ซึ่ง $r = 35$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
40	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 41
41-49	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 46 ซึ่ง $r = 45$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
50	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 51
51-55	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 56 ซึ่ง $r = 55$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	

∴ พจน์ที่เป็นจำนวนเต็ม คือ พจน์ที่ 1 , 11 , 21 , 31 , 41 , 51 รวมเพียง 6 พจน์ เท่านั้น

∴ คำตอบ คือ ข้อ 2.



4. วิธีทำ เมทริกซ์

จากระบบสมการ

$$x + 2y - 2z = -2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + y + 2z = 5 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x - 3y - 2z = 3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

จากสมการทั้ง (1), (2) และ (3) จะได้ ค่า $x = 2$ และ $y = -1$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cancel{2} & \cancel{1} & \cancel{-3} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{-2} & \cancel{-2} & \cancel{2} \\ 0 & 3 & 5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$0 + (-12) + (-10) = -22$
 $20 + 0 + 18 = 38$

$$\left. \begin{array}{l} = 38 - (-22) \\ = 60 \end{array} \right\}$$

$$\therefore \text{ดีเทอร์มิแนนต์} \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix} = 60$$

\therefore คำตอบ คือ ข้อ 1.

5. วิธีทำ ภาควัดกรวย วงกลมและวงรี เส้นตรง ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง
หาจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมีพิกัดเดียวกับกับสมการวงรีได้ดังนี้ (โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์)

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

$$9x^2 - 36x + 4y^2 - 24y + 36 = 0$$

$$9(x^2 - 4x) + 4(y^2 - 6y) = -36$$

$$9(x^2 - 4x + 4) + 4(y^2 - 6y + 9) = -36 + 9(4) + 4(9)$$

$$9(x^2 - 4x + 4) + 4(y^2 - 6y + 9) = 36$$

$$9(x-2)^2 + 4(y-3)^2 = 36$$

$$\frac{9(x-2)^2}{36} + \frac{4(y-3)^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

ได้ สมการวงรี รูปมาตรฐาน

$$\frac{(x-2)^2}{2^2} + \frac{(y-3)^2}{3^2} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

จากสมการที่ (1) บอกพิกัดจุดศูนย์กลางของวงรี คือ (2,3)

∴ วงกลมมีจุดศูนย์กลาง เป็น พิกัด (2,3)

หาสมการทั่วไปของเส้นตรง l ที่ผ่านจุด (1,3) และ (5,0) ได้ดังนี้

เส้นตรง l : ความชัน $m = \frac{3-0}{1-5} = -\frac{3}{4} \dots\dots\dots (1)$

เส้นตรง l : มีสมการมาตรฐานเป็น $y = mx + c \dots\dots\dots (2)$

บนเส้นตรง l ที่จุด (1,3) แทนค่าได้เป็น $3 = -\frac{3}{4}(1) + c$

∴ $\frac{15}{4} = c \dots\dots\dots (3)$

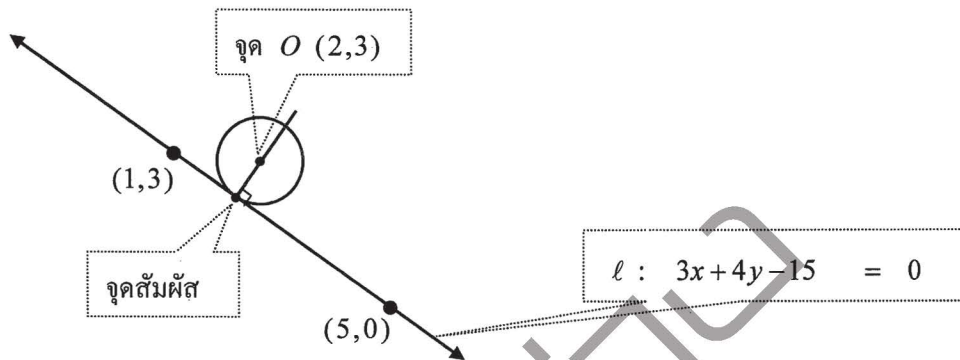
จากสมการที่ (1) , (2), (3) ; $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} \dots\dots\dots (4)$

จัดรูปสมการมาตรฐาน สมการที่ (4) เป็นสมการทั่วไปได้เป็น

$3x + 4y - 15 = 0 \dots\dots\dots (5)$



หาขนาดความยาวของรัศมีของวงกลม โดยพิจารณาจากรูป



$$\begin{aligned} \therefore \text{รัศมีของวงกลม, } r &= \frac{|3x + 4y - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|3(2) + 4(3) - 15|}{5} \\ &= \frac{3}{5} \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

\therefore คำตอบของรัศมีของวงกลมจึงไม่มีตัวเลือกใดถูกต้อง

6. วิธีทำ ภาคตัดกรวย ไฮเพอร์โบลาและวงรี เส้นตรง ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

ไฮเพอร์โบลา H รูปทั่วไป $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

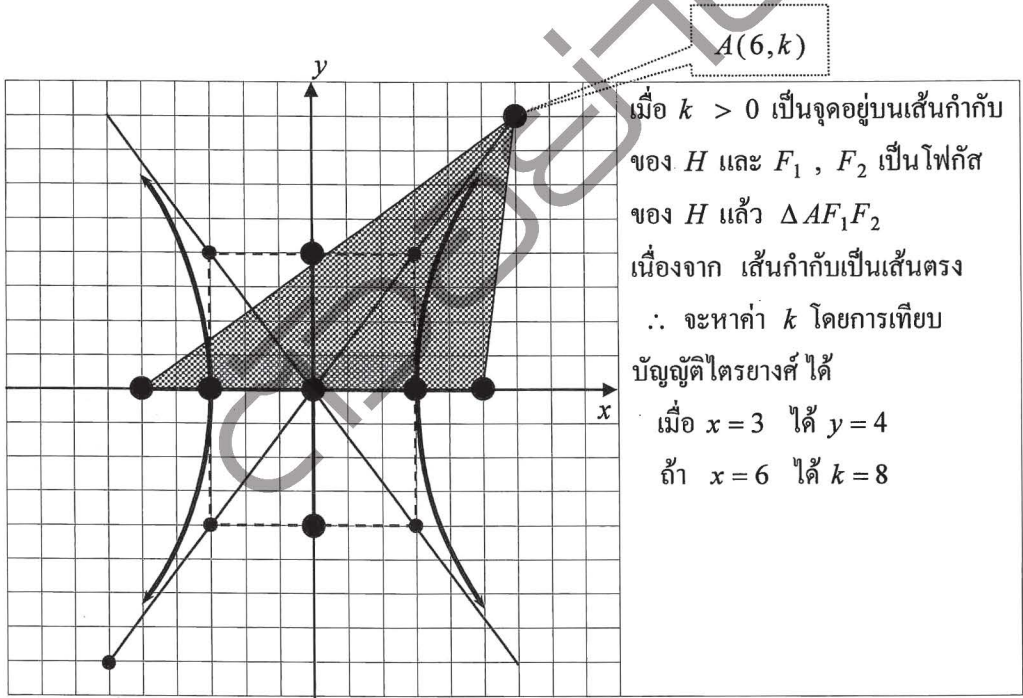
$$16(x-0)^2 - 9(y-0)^2 = 144$$

$$\frac{(x-0)^2}{3^2} - \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1$$

$$\frac{(x-0)^2}{3^2} - \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

สมการที่ (1) ; แกนตามขวางเป็นแกน x ส่วนแกนตั้งอยู่เป็นแกน y

กรณี กราฟไฮเพอร์โบลา ; ได้ $a = 3$, $b = 4$, จะได้ $c = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= 5$



เมื่อ $k > 0$ เป็นจุดอยู่บนเส้นกำกับ
 ของ H และ F_1, F_2 เป็นโฟกัส
 ของ H แล้ว $\triangle AF_1F_2$
 เนื่องจาก เส้นกำกับเป็นเส้นตรง
 \therefore จะหาค่า k โดยการเทียบ
 บัญญัติไตรยางศ์ ได้
 เมื่อ $x = 3$ ได้ $y = 4$
 ถ้า $x = 6$ ได้ $k = 8$

$$\begin{aligned} \text{area of } \triangle AF_1F_2 &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \\ &= 40 \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

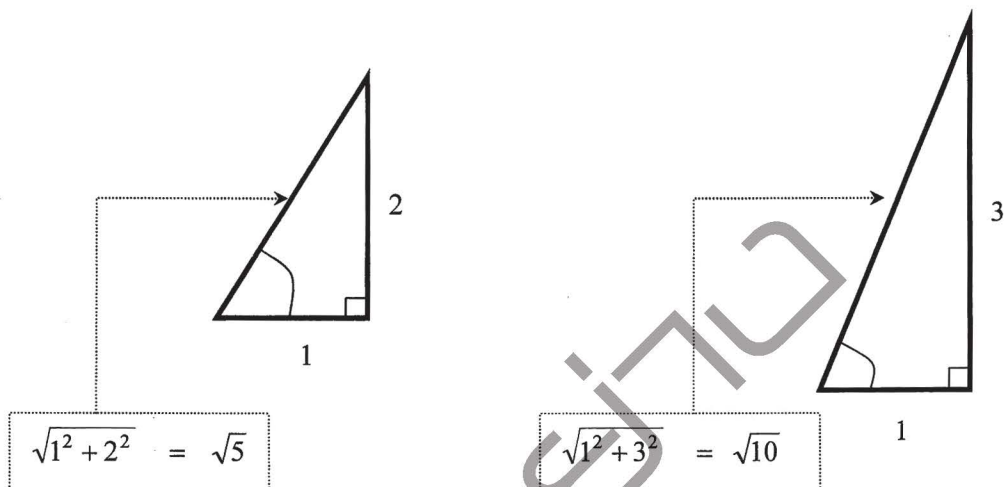
\therefore คำตอบของ พื้นที่ $\triangle AF_1F_2 = 40$ ตารางหน่วย คือ ข้อ 4.



7. วิธีทำ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จาก $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

ดังนั้น $\sin(\arctan 2 + \arctan 3) = \sin(\arctan 2) \cos(\arctan 3) + \cos(\arctan 2) \sin(\arctan 3)$



$$\begin{aligned}
 \therefore \sin(\arctan 2 + \arctan 3) &= \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) \\
 &= \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \\
 &= \left(\frac{2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}\right) + \left(\frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}\right) \\
 &= \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} \\
 &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \\
 &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

\therefore คำตอบที่ถูกต้อง ตรงกับ ข้อ 3.

8. วิธีทำ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ถ้า $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = 1$ แล้ว $\sin 2\theta$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = 1$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta \sin \theta} = 1$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \cos \theta \sin \theta$$

$$2(\sin \theta + \cos \theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$2(\sin \theta + \cos \theta) = \sin 2\theta \dots\dots\dots (1)$$

ยกกำลังสอง สมการที่ (1)

$$2^2(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 2\theta$$

$$4[\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta] = \sin^2 2\theta$$

$$4[1 + 2 \sin \theta \cos \theta] = \sin^2 2\theta$$

$$4[1 + \sin 2\theta] = \sin^2 2\theta$$

$$0 = \sin^2 2\theta - 4[1 + \sin 2\theta]$$

$$0 = \sin^2 2\theta - 4 \sin 2\theta - 4$$

$$0 = (\sin 2\theta)^2 - 4(\sin 2\theta) - 4$$

$$(\sin 2\theta) = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$= 2 + 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2}$$

แต่ $-1 \leq \sin 2\theta \leq 1$

∴ คำตอบของ $\sin 2\theta = 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2})$

∴ คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ จากเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดให้ คือ ข้อ 1.



9. วิธีทำ ตรรกศาสตร์

กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ $U = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$

พิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. $\exists x \forall y [x + y < y] \equiv \exists x \forall y [x + y - y < y - y]$
 $\equiv \exists x \forall y [x < 0]$
 $\equiv \exists x [x < 0]$ จากเอกภพสัมพัทธ์ มีสมาชิกบางตัว < 0
 $\equiv T$
2. $\exists x \forall y [x - y^2 < x] \equiv \exists x \forall y [x - x - y^2 < x - x]$
 $\equiv \exists x \forall y [-y^2 < 0]$
 $\equiv \exists x \forall y [y^2 > 0]$
 $\equiv \forall y [y^2 > 0]$ จากเอกภพสัมพัทธ์(สมาชิก)² ทุกตัว > 0
 $\equiv T$
3. $\exists x \forall y [xy^2 = x] \equiv \exists x \forall y \left[\frac{xy^2}{x} = \frac{x}{x} \right]$
 $\equiv \exists x \forall y [y^2 = 1]$
 $\equiv \forall y [y^2 = 1]$ จากเอกภพสัมพัทธ์มี(สมาชิก)² บางตัว $\neq 1$
 $\equiv F$
4. $\exists x \forall y [x^2 y = y] \equiv \exists x \forall y \left[\frac{x^2 y}{y} = \frac{y}{y} \right]$
 $\equiv \exists x \forall y [x^2 = 1]$
 $\equiv \exists x [x^2 = 1]$ จากเอกภพสัมพัทธ์ มี(สมาชิก)² บางตัว $= 1$
 $\equiv T$

\therefore คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ จากเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดให้ คือ ข้อ 3.

10. วิธีทำ ตรรกศาสตร์

ให้ p, q, r เป็นประพจน์ แล้ว ประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv T \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv F \quad \dots\dots\dots (2)$$

วิเคราะห์ประพจน์ที่ (2) โดยหาค่าความจริง คราวๆ ตามตารางดังนี้

ประพจน์	T	F
(2) $p \vee (q \wedge r) \equiv F$		$p, (q \wedge r)$

หาค่าความจริงแต่ละตัวเลือก

$$\begin{aligned} 1. \sim q \vee (p \Rightarrow r) &\equiv \sim q \vee (F \Rightarrow r) \\ &\equiv \sim q \vee (T) \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \sim p \vee (\sim p \vee q) &\equiv \sim F \vee (\sim p \vee q) \\ &\equiv T \vee (\sim p \vee q) \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. (q \vee r) \Rightarrow \sim p \vee (q \wedge r) &\equiv (q \vee r) \Rightarrow \sim F \vee (q \wedge r) \\ &\equiv (q \vee r) \Rightarrow T \vee (q \wedge r) \\ &\equiv (q \vee r) \Rightarrow T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

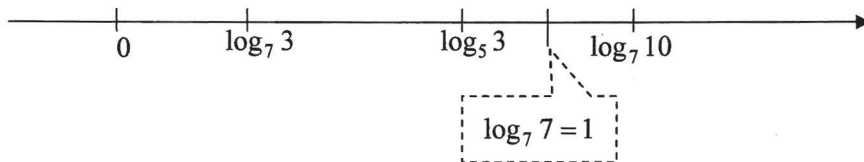
$$\begin{aligned} 4. [(\sim q) \vee (\sim r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)] &\equiv [\sim (q \wedge r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)] \\ &\equiv [\sim (F)] \Rightarrow [F \wedge (q \vee r)] \\ &\equiv [(T)] \Rightarrow [F] \\ &\equiv F \end{aligned}$$

∴ คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ คือ ประพจน์ข้อที่ 4.



11. วิธีทำ ฟังก์ชันลอการิทึม

มีค่าจำนวนจริงทั้งหมดจำนวน 3 ค่า $\log_7 3$, $\log_5 3$, $\log_7 10$



พิจารณาแต่ละตัวเลือก

1. $\log_7 3 < \log_5 3 < \log_7 10$ ข้อ 1. ถูก
2. $\log_5 3 < \log_7 3 < \log_7 10$ ข้อ 2. ผิด
3. $\log_7 3 < \log_7 10 < \log_5 3$ ข้อ 3. ผิด
4. $\log_7 10 < \log_5 3 < \log_7 3$ ข้อ 4. ผิด

∴ คำตอบที่ถูกต้อง ตรงกับ ข้อที่ 1.

12. วิธีทำ ฟังก์ชันลอการิทึม

จำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับอสมการ

$$\log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] > -1$$

$$[\log_3(x+1)] < \left(\frac{1}{2}\right)^{(-1)}$$

$$[\log_3(x+1)] < 2$$

$$(x+1) < 3^2$$

$$x < 8$$



∴ คำตอบของอสมการ คือ จำนวนเต็ม 8 จำนวน ตรงกับคำตอบ ข้อที่ 3.



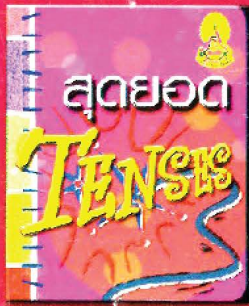
13. วิธีทำ เวกเตอร์สามมิติ (เรื่องใหม่ จึงเฉลยแบบละเอียด)

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \bar{i} + 3\bar{k} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \bar{v} &= 2\bar{j} + x\bar{k} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} \\ \bar{w} &= -3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k} &= \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

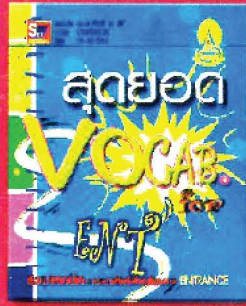
วิธีที่ 1 ถ้า \bar{u} , \bar{v} และ \bar{w} อยู่บนระนาบเดียวกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}0 &= \bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w}) \\ \text{แทนค่าได้เป็น} &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot [(2\bar{j} + x\bar{k}) \times (-3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k})] \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 2 & x \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot \left(\begin{vmatrix} 2 & x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \bar{i} + \begin{vmatrix} 0 & x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \bar{j} + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \bar{k} \right) \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot ((-2) - (x))\bar{i} + ((0) - (x))\bar{j} + ((0) - (-6))\bar{k} \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot ((-2 - x)\bar{i} + (-x)\bar{j} + (6)\bar{k}) \\ 0 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 - x \\ -x \\ 6 \end{bmatrix} \\ 0 &= (-2 - x) + (0) + (18) \\ 0 &= 16 - x \\ x &= 16\end{aligned}$$

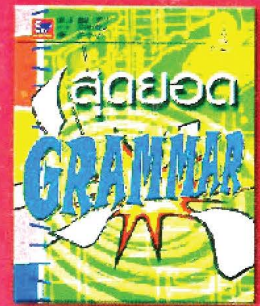
∴ สมการที่เป็นคำตอบ คือ สมการใน ข้อที่ 4. 16



สุดยอด TENSES
ราคา 75 บาท



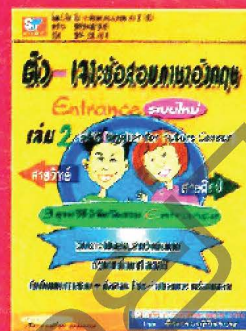
สุดยอด VOCAB. for ENT'
ราคา 85 บาท



สุดยอด GRAMMAR
ราคา 80 บาท



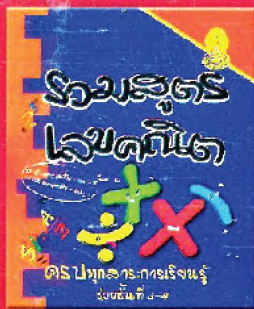
ติว-ไอ้ข้อสอบภาษาอังกฤษ เล่ม 1 (EEU)
ราคา 85 บาท



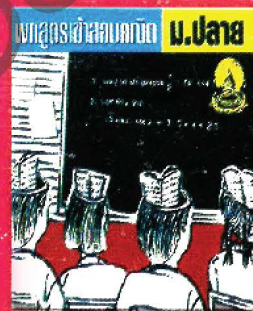
ติว-ไอ้ข้อสอบภาษาอังกฤษ เล่ม 2 (EFC)
ราคา 85 บาท



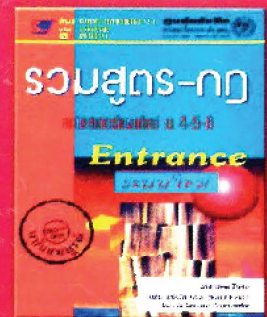
ติว-ไอ้ข้อสอบภาษาอังกฤษ เล่ม 3 (EAP)
ราคา 90 บาท



รวมสูตรเลขคณิต
ราคา 120 บาท



บทสูตรแก้ข้อคณิต ม.ปลาย
ราคา 80 บาท



รวมสูตร-กฎ คณิตศาสตร์แนวใหม่ ส. 4-5-6
ราคา 85 บาท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
010-2278-88 0-2188-11000-11000 (กรุงเทพฯ) 0-2188-11000 (เชียงใหม่)
โทร. 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร. 0-2567-5105
e-mail: sales@skybook.co.th

www.skybook.co.th

ISBN-13 : 978-974-389-762-7

ISBN-10 : 974-389-762-3

คู่มือเตรียมสอบ Admission
คณิตศาสตร์ O-NET A-NET



9 789743 897627

ราคา 165 บาท