

เฉลยละเอียด เข้าใจง่าย ตามแนวข้อสอบจริง

ความรู้ความสามารถทั่วไป

ภาค ก.

ระดับ 3

ครบทุกเนื้อหาและแนวข้อสอบ



- คณิตศาสตร์วิเคราะห์
- ภาษาไทย
 - ความเข้าใจหลักภาษาไทย
 - การสรุปความ
 - การตีความ
- ภาษาอังกฤษ
 - ความเข้าใจไวยากรณ์ Grammar
 - การใช้คำศัพท์ Vocabulary
 - บทสนทนาภาษาอังกฤษ Conversation

ความรู้ความสามารถทั่วไป ภาค ก. ระดับ 3

พิมพ์ครั้งที่ 1 มีนาคม 2561

S79-01-01-040-03-18

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

ห้ามคัดลอกถ่ายเอกสารหรือพิมพ์

หรือวิธีหนึ่งวิธีโดยฉพาะหนังสือเล่มนี้ก่อนได้รับอนุญาต

จากบริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

ราคา **280** บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

The Mentor.

ความรู้ความสามารถทั่วไป ภาค ก. ระดับ 3.--ปกุณธานี : สกายบุ๊กส์, 2561.

648 หน้า.

1. ข้าราชการพลเรือน-ข้อสอบและเฉลย. 2. ข้าราชการพลเรือน--การสอบ. I. ชื่อเรื่อง.

354.593003

ISBN 978-616-213-729-7

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

SKYBOOK COMPANY LIMITED

28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7

ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130

โทรศัพท์ 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร 0-2567-5105

www.skybook.co.th e-mail : sales@skybook.co.th

หากท่านผู้อ่านพบว่าหนังสือสลับหน้า พิมพ์ไม่ชัดเจน หน้าขาดหายไม่ครบ
หรือความบกพร่องอื่นใด อันเนื่องมาจากกระบวนการพิมพ์และการเข้าเล่ม
กรุณาส่งหนังสือมาที่บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด เพื่อรับหนังสือเล่มใหม่

คำนำ

ข้อสอบ ก.พ. เป็นคำที่เรียกกันง่าย ๆ คู่กันเคยกันดีมาตลอดห้าถึงหกทศวรรษ มีประวัติศาสตร์ยาวนานขนานไปกับการพัฒนาระบบข้าราชการไทยทุกยุคทุกสมัย ถ้าว่ากันตามจริง เมื่อเปรียบเทียบการสอบ ก.พ. ก็คือการสอบของบรรดาเหล่า จอหงวนในราชอาณาจักรจีนสมัยก่อนนั่นเอง ข้อสอบ ก.พ. คือข้อสอบที่วัดความรู้ ความสามารถของบุคคล (ปัญญาชนสัญชาติไทย) เพื่อจะพร้อมทั้งร่างกายและจิตใจ มาเป็นข้าราชการของประเทศ (ไทย) นั่นเอง หากจะกล่าวอย่างไม่ผิด ปัญญาชน ที่ผ่านข้อสอบคัดเลือก ก.พ. โดยสำนักงาน ก.พ. ก็ไม่ต่างกับจอหงวนที่ผ่านการสอบ ในสมัยโบราณ

ปัจจุบัน การเปิดรับสมัครสอบเข้าบรรจุเป็นข้าราชการมีหลายระดับและหลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับนโยบายการรับเข้า มีทั้งวุฒิ ปวช. ปวส. (ประกาศนียบัตร ทัวไป เทียบเท่า) จนถึง ป.ตรี - โท - เอก และมีการสอบวิชาเฉพาะสาขา (ความถนัด) อีกด้วย

หนังสือ เจาะลึก! ข้อสอบ ก.พ. 3 ภาค ก. เล่มนี้ ได้รวบรวมเนื้อหาและวิเคราะห์ข้อสอบที่มีมาตลอดระยะเวลากว่า 20 ปี เพื่อค้นหาจุดเหมือนและจุดต่างของ แนวข้อสอบตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน รวมทั้งศึกษาแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ทั้งนี้ เพื่อให้ผู้เตรียมตัวสอบได้ทดลองทำข้อสอบ สำหรับ ภาค ก. (ก.พ. 3 - 4) ที่ได้ปรับปรุงใหม่ตามหลักสูตรการสอบ ก.พ. ปัจจุบัน ประกอบด้วยวิเคราะห์ สรุปเหตุผล ภาคคณิตศาสตร์ ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ พร้อมเฉลยและอธิบาย โดยทีม The Mentor (ที่มี อ.พิมณศ นิภารัตน์ ผู้คร่ำหวอดในวงการข้อสอบมา 3 ทศวรรษ แล้ว)

หากจะวิเคราะห์เปรียบเทียบข้อสอบ ก.พ. ในระดับ 3 - 4 อาจเปรียบเทียบกับ ข้อสอบในต่างประเทศได้มากมาย เช่น SAT, GMAT และ GRE (บางส่วน)

ในบางโอกาสพบว่า ข้อสอบ ก.พ. ตรงกับ CBEST ของอเมริกาเลยด้วยซ้ำ โดยเฉพาะหมวดคณิตศาสตร์ นับว่าข้อสอบ ก.พ. ของไทยมีมาตรฐานสูงพอควร ดังนั้น ทีมผู้จัดทำจึงหวังว่าผู้อ่านที่เป็นปัญญาชนทั้งหลายที่มีความหวัง ความปรารถนาอย่างสูงที่จะเป็นข้าราชการ (ไทย) ที่ดี มีประสิทธิภาพ โปรดอย่าละความเพียรพยายามจงแสวงหาต่อไป และใช้ธรรมะข้อความเพียรประดุจพระมหากษัตริย์ พร้อมกับการบริหารเวลาที่ดีก็จะประสบผลสำเร็จได้ ทีมงาน The Mentor ขอเอาใจช่วยและให้กำลังใจทางอ้อมแก่ทุกท่านที่เป็นเจ้าของหนังสือ “เจาะลึก! ข้อสอบ ก.พ. 3 ภาค ก.” เล่มนี้

ในโอกาสนี้ อันเป็นช่วงการเปลี่ยนผ่านการบริหารระดับบนของรัฐ และผ่านพ้นวิกฤตการณ์เมืองมาหมาด ๆ เข้าสู่ยุคการปฏิรูปทุกด้านของประเทศไทย ทั้งภาครัฐและระบบข้าราชการ การที่ประเทศชาติจะเจริญก้าวหน้าเทียบชั้นกับอารยประเทศได้นั้น ตัวบ่งชี้สำคัญที่สุดคือ คุณภาพของประชากรในประเทศนั้น ๆ การแสวงหาความรู้ ความแตกฉานทางปัญญา การสัมฤทธิ์ผลแห่งการศึกษา ย่อมบอกถึงคุณภาพปัญญาชนของประเทศไทยได้ ผู้เขียนและทีมงานขออวยพรให้ทุกท่านที่เป็นปัญญาชนได้สัมฤทธิ์ผลดังกล่าวกว่าที่มานี้ทุกประการ

ด้วยความปรารถนาดี
The Mentor

สารบัญ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	8
● จำนวน	9
● เรขาคณิต	48
● พีชคณิต	101
● ข้อมูล	120
● ตรรกศาสตร์	161
● ความน่าจะเป็น	177
● เซต	195
● สรุปแนวข้อสอบ ก.พ. ส่วนคณิตศาสตร์ขั้นสูง	209
● <i>เฉลยพร้อมอธิบายแนวข้อสอบ ก.พ. ส่วนคณิตศาสตร์ขั้นสูง</i>	<i>236</i>
● ข้อสอบ ก.พ. ภาคคณิตศาสตร์	255
● <i>เฉลยข้อสอบ ก.พ. ภาคคณิตศาสตร์</i>	<i>268</i>
● พื้นที่และปริมาตร	270
● อัตราส่วนและร้อยละ	274
● ระยะทางและความเร็ว	277
● ดอกเบี้ย	279
● ลำดับและอนุกรม	281
● โจทย์ทดสอบอนุกรม	284
● <i>เฉลยทดสอบอนุกรม</i>	<i>291</i>
● โจทย์อนุกรม	298
● <i>เฉลยอนุกรม</i>	<i>304</i>

● ตัวอย่างโจทย์คณิตศาสตร์ ก.พ.	317
● <i>เฉลยพร้อมวิธีคิด</i>	321
● การคิดคำนวณหลักทางคณิตศาสตร์หมวดเบ็ดเตล็ด	326
● โจทย์ด้านวิเคราะห์เชิงมิติสัมพันธ์	357
● แบบทดสอบมิติสัมพันธ์	359
● <i>เฉลยพร้อมแนวคิดแบบทดสอบมิติสัมพันธ์</i>	362
● การอุปมาอุปไมยด้วยภาพ	364
● โจทย์แบบทดสอบเชิงอุปมาอุปไมย	365
● <i>เฉลยพร้อมคำอธิบายแบบทดสอบ</i> <i>เชิงอุปมาอุปไมย</i>	368
● อุปมาอุปไมยด้วยภาพเชิงเรขาคณิต	370
● แนวข้อสอบ ก.พ.	
● ด้านอุปมาอุปไมยทรงเรขาคณิต	374
● <i>เฉลยแนวข้อสอบ ก.พ.</i> <i>ด้านอุปมาอุปไมยทรงเรขาคณิต</i>	377
เนื้อหาทางภาษาไทย	379
● การสะกดคำในภาษาไทย	380
● <i>แนวข้อสอบ ก.พ. วิชาภาษาไทย</i> <i>เรื่องการสะกดคำ</i>	389
● <i>เฉลยแนวข้อสอบ ก.พ. วิชาภาษาไทย</i> <i>เรื่องการสะกดคำ</i>	403
● การอ่านคำอย่างถูกต้องในภาษาไทย	415
● โจทย์ข้อสอบ ก.พ. เรื่องการอ่าน	418
● <i>เฉลยโจทย์ข้อสอบ ก.พ. เรื่องการอ่าน</i>	428
● เนื้อหาหลักภาษาไทยว่าด้วยเรื่องคำและกลุ่มคำ	435
● โจทย์ข้อสอบ ก.พ. วิชาภาษาไทย	452
● <i>เฉลยโจทย์ข้อสอบ ก.พ. วิชาภาษาไทย</i>	467

● ราชศัพท์ในภาษาไทย	468
● ส่วนนและคำพังเพยในภาษาไทย	476
● ความรู้ความสามารถทางด้านอื่น ๆ ในภาษาไทย	488
● โจทย์ตัวอย่าง ข้อสอบ ก.พ. ภาคภาษาไทย	499
● แบบทดสอบชุดพิเศษ ก.พ. ภาคภาษาไทย	502
● <i>เฉลยแบบทดสอบชุดพิเศษ ก.พ. ภาคภาษาไทย</i>	<i>515</i>
● ความเข้าใจภาษา (ไทย) จากการอ่าน	516
● ตัวอย่างข้อสอบเรื่องการอ่านจับใจความและ ทำความเข้าใจบทความ	518
● แนวข้อสอบการอ่านจับใจความและ ความเข้าใจภาษาไทย	523
● หมวดความเข้าใจภาษาด้วยการอ่าน	529
เนื้อหาทางภาษาอังกฤษ	547
● Grammar	547
● ความรู้อังกฤษพื้นฐานที่จำเป็น	548
● แนวข้อสอบ	614
● แนวข้อสอบภาคภาษาอังกฤษ ก.พ.	615

1

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์

ในบทนี้จะนำเสนอ 4 กลุ่มหลักของคณิตศาสตร์คือ

1. จำนวน (Number)

กล่าวถึงจำนวนต่าง ๆ ที่แตกต่างกันหลายรูปแบบและแสดงให้เห็นการนำจำนวนเหล่านั้นมาใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ พอ ๆ กับการใช้เป็นเครื่องมือที่จำเป็นในชีวิตประจำวัน

2. รูปร่าง ปริภูมิ และการวัด (Shape, Space and Measure)

กล่าวครอบคลุมถึงสมบัติการวัดของรูปร่างที่แตกต่างกันมากมาย และทรงตันต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเรา รวมทั้งหน่วยการวัดที่ใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ความยาว มวล และความจุ

3. พีชคณิต (Algebra)

พีชคณิตเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ตัวอักษรและสัญลักษณ์แทนจำนวน ตลอดจนแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ ตอนนี้ได้กล่าวครอบคลุมไปถึงวิธีการต่าง ๆ ในการแก้สมการของพีชคณิต รวมถึงการเขียนและการตีความของกราฟ

4. การจัดการข้อมูล (Handling data)

อธิบายถึงวิธีการต่าง ๆ ในการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล และการนำผลที่เกิดจากข้อมูลเหล่านั้นมาเขียนกราฟแผนภูมิและตาราง

จำนวน (Numbers)

จำนวนเป็นแบบบล็อกที่สร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จำนวนบางจำนวนมีสมบัติร่วมกันและสามารถจัดเข้าเป็นกลุ่มในเซต

เลขโดด (Digit)

เลขโดด 10 ตัวที่เขียนเป็นตัวเลขฮินดูอารบิก ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

ระบบจำนวน (Number system)

วิธีการหนึ่งของการนำจำนวนมาใช้ก็คือระบบจำนวนฐานสิบมีเลขโดด 10 ตัว (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) ซึ่งสามารถนำมาจัดจำนวนที่มีค่ามาก ระบบจำนวนฐานสิบได้นำมาใช้มากในปัจจุบัน ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะพัฒนามาจากการที่มนุษย์ใช้นิ้วมือสิบนิ้วและนิ้วเท้าสิบนิ้วในการนับ

ระบบจำนวนฐานสองได้นำมาใช้ในคอมพิวเตอร์และใช้เลขโดดเพียงสองตัวเท่านั้นคือ 0 และ 1

จำนวนเต็ม (Integers)

ได้แก่ จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์ เช่น -11, -4, 0, 3, 8, 12

จำนวนเต็มไม่รวมเศษส่วน ทศนิยม หรือจำนวนคละ เช่น $\frac{1}{2}$, 0.32, $6\frac{5}{8}$
ไม่ใช่จำนวนเต็ม

-4
3 8
-11

จำนวนเต็ม

0.32 $\frac{1}{2}$
6 $\frac{5}{8}$

ไม่ใช่จำนวนเต็ม

จำนวนธรรมชาติหรือจำนวนนับ (Natural or counting numbers)

จำนวนเต็มบวก เราใช้สำหรับนับ เช่น 1, 2, 3, 4

จำนวนธรรมชาติใช้สำหรับบวก ลบ คูณ และหารได้

จำนวนถัดไป (Consecutive numbers)

จำนวนซึ่งอยู่ถัดไปของจำนวนอื่นแต่ละจำนวน เช่น 4, 5, 6, 7, 8 ...

ค่าประจำหลัก (Place value)

ค่าของเลขโดดสัมพันธ์กับตำแหน่งของค่าประจำหลัก ตัวอย่างเช่น 12, 205 และ 2600 ทุกจำนวนมีเลขโดด 2 แต่ค่าประจำหลักของ 2 แตกต่างกันในแต่ละตัว

จำนวน	12	2	มีค่า	สอง
	205	2	มีค่า	สองร้อย
	2600	2	มีค่า	สองพัน

ค่าของเลขโดดจะเพิ่มขึ้นตามค่าประจำหลักของแต่ละหลักเป็นเลขยกกำลังของสิบ โดยแต่ละหลักต่อเนื่องกันไปทางซ้ายมือ ค่าของเลขโดดจะลดลงตามค่าประจำหลักของแต่ละหลักเป็นเลขยกกำลังของสิบ โดยแต่ละหลักต่อเนื่องกันไปทางขวามือ

พิจารณา 205

หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	จุดทศนิยม	หลักส่วนสิบ	หลักส่วนร้อย
0	2	0	5	•	0	0

จากแผนผังข้างต้นแสดงว่าจำนวน 205 ประกอบด้วย 2 หลักร้อย 0 หลักสิบ และ 5 หลักหน่วย 0 ซึ่งอยู่หน้า 2 ไม่ต้องคำนึงถึง

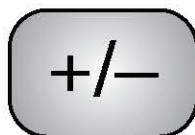
จำนวนบวก (Positive number)

จำนวนใดที่อยู่เหนือศูนย์ เช่น +1, +6.5, +327 สามารถเขียนจำนวนบวกได้โดยมีเครื่องหมาย + อยู่หน้าจำนวน แต่โดยทั่วไปจะเขียนโดยไม่ใส่เครื่องหมาย + จำนวนใดที่ไม่มีเครื่องหมายบวกอยู่ข้างหน้าก็ถือว่าเป็นจำนวนบวก

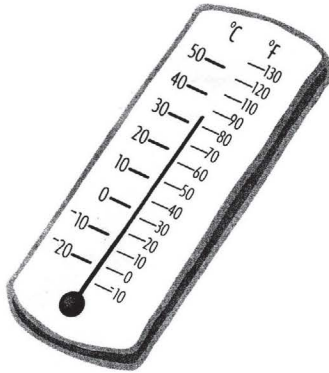
จำนวนลบ (Negative number)

จำนวนใดที่น้อยกว่าศูนย์ เช่น -3, -21.8, -40

จำนวนลบเขียนโดยใช้เครื่องหมาย - อยู่หน้าจำนวน ควรหลีกเลี่ยงความสับสนเกี่ยวกับการลบ เครื่องหมายลบอาจจะวางในตำแหน่งที่สูงก็ได้เช่น -3



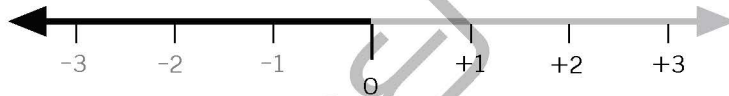
ใช้ +/- ใส่ลงในเครื่องคิดเลข
เพื่อเปลี่ยนจำนวนบวกให้
เป็นจำนวนลบ



โดยทั่วไปได้นำจำนวนบวก
จำนวนลบมาใช้ในชีวิตประจำวัน
ในการวัดอุณหภูมิ
ถ้าอุณหภูมิต่ำกว่า 0°C หรือ 0°F
ก็จะต้องวัดอุณหภูมิ โดยใช้จำนวนลบ

จำนวนระบุทิศทาง (Directed numbers)

จำนวนบวกและจำนวนลบทั้งหมดแสดงได้ด้วยเส้นจำนวน (Number line) ดังรูปที่แสดงไว้ข้างล่าง ที่เรียกว่าจำนวนระบุทิศทาง เพราะว่ามีผลสำคัญในการที่จะนำทิศทางมาใช้โดยการวัดจากศูนย์



แสดงจำนวนระบุทิศทาง
บนเส้นจำนวน

จำนวนคู่ (Even number)

จำนวนเต็มใด ๆ ที่หารด้วย 2 แล้วไม่เหลือเศษ เช่น -2, 2, 4, 6

จำนวนเต็มซึ่งลงท้ายด้วย 0, 2, 4, 6, หรือ 8 เป็นจำนวนคู่ 114, 2748 และ 357196 ต่างก็เป็นจำนวนคู่

จำนวนคี่ (Odd number)

จำนวนเต็มใด ๆ ที่หารด้วย 2 แล้วเหลือเศษ เช่น -1, 1, 3, 5

จำนวนเต็มซึ่งลงท้ายด้วย 1, 3, 5, 7 หรือ 9 เป็นจำนวนคี่ 47, 579 และ 82603 ต่างก็เป็นจำนวนคี่

จำนวนเฉพาะ (Prime number)

จำนวนที่หารด้วย 1 และตัวมันเอง เรียกว่า จำนวนเฉพาะ จำนวนเฉพาะลิบตัวแรก ได้แก่ 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 ซึ่งมีจำนวนเฉพาะไม่จำกัดจำนวน จำนวนเฉพาะที่แสดงไว้ยังไม่สิ้นสุด

จำนวนอตรรกยะ (Irrational number)

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ จึงไม่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนหรือทศนิยม

จำนวนอตรรกยะจะมีจำนวนของตำแหน่งทศนิยมไม่จำกัด พาย (π) เป็นจำนวนอตรรกยะ ได้แก่ 3.141592653...

จำนวนจริง (Real numbers)

เซตของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

$$\sqrt{2} = 1.4142135$$

รากที่สองของ 2
เป็นจำนวนอตรรกยะ
ได้แก่ 1.414213562...
และต่อไปไม่จำกัด

ตัวเลขนัยสำคัญ (Significant figure)

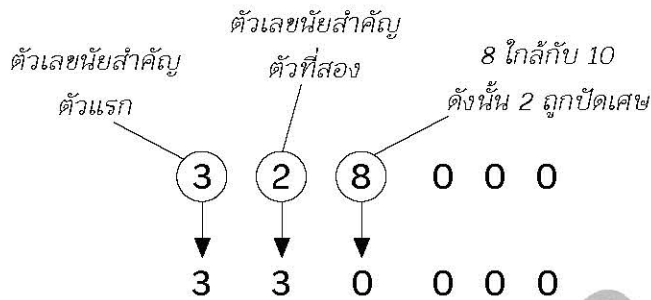
เลขโดดในจำนวนจำนวนหนึ่งชี้ให้เห็นขนาดที่จะนำไปสู่ตึกของความถูกต้องที่แท้จริง ตัวแรกซึ่งเป็นตัวที่มีนัยสำคัญที่สุดจะต้องเป็นเลขโดดตัวแรกที่ไม่ใช่ศูนย์ในจำนวนนั้น แต่จะเป็นตัวที่มีค่าสูงสุด

ตัวอย่างเช่น จำนวน 4209 ตัวเลขนัยสำคัญตัวแรก คือ 4 เพราะบอกเราว่าจำนวนพันเป็นสี่พันและจำนวนเพิ่มเติม 9 เป็นเลขโดดที่มีค่ามากที่สุดเพียงแทน 9 หน่วยเท่านั้น และเป็นตัวเลขนัยสำคัญที่น้อยที่สุดของจำนวนนี้

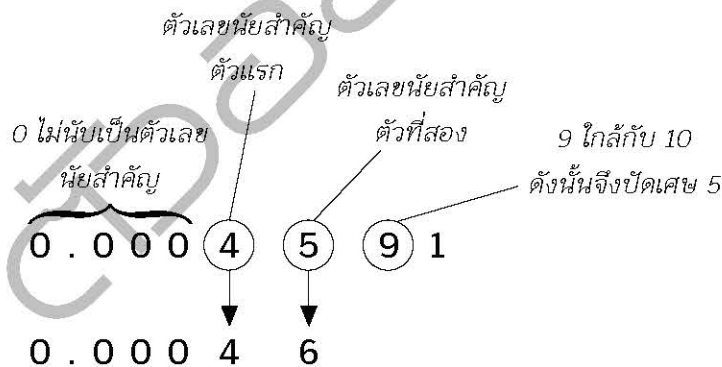
หลังจากตัวเลขนัยสำคัญตัวแรก ตัวเลขศูนย์ใด ๆ ก็นับว่าเป็นตัวเลขนัยสำคัญด้วย

คำตอบที่คำนวณได้มักจะเขียนใส่วงเล็บเพื่อชี้ให้เห็นว่าจำนวนนั้นมีอะไรเป็นตัวเลขนัยสำคัญ (sig. fig. or s.f.) ตัวอย่างเช่น 1 s.f., 2 s.f., or 3 s.f., โดยทั่วไปการปิดเศษมีดังนี้ (ถ้าจำนวนนั้นน้อยกว่า 5 เท่ากับหรือมากกว่า 5 จะปิดเศษ)

ตัวอย่างเช่น ถ้า 328000 เขียนว่า 2 s.f., เราควรเขียน 3 ลง และตัดลिनว่า 2 ควรจะถูกปิดเศษหรือไม่ เช่นเดียวกัน 8 ใกล้เคียง 10 มากกว่า 0 2 จะถูกปิดเศษทำให้เป็น 330000



ในการทำงานเดียวกันเรานำการปิดเศษมาใช้กับทศนิยม เช่น 0.0004591 ตัวเลขนัยสำคัญตัวแรก คือ 4 0 มีความสำคัญเพราะแต่ละตัวนั้นมีค่าประจำหลัก แต่ไม่นับว่าเป็นตัวเลขนัยสำคัญ ถ้าจำนวนนี้จะเขียนให้เห็นตัวเลขนัยสำคัญ 2 ตัว (2 s.f.) จะเขียนได้เป็น 0.00046



ลำดับ (Sequences)

จำนวนหลาย ๆ จำนวนซึ่งอยู่ในรายการเดียวกัน มีแบบรูปเฉพาะหรือกฎเรียกว่า ลำดับ (sequence) เรียกแต่ละจำนวนในลำดับว่า พจน์ (term) ถ้าไม่กำหนดกฎให้ก็สามารถที่จะหาได้จากจำนวนสองสามจำนวนแรกที่อยู่ในลำดับ

ลำดับเชิงเส้น (Linear sequence)

ลำดับลำดับหนึ่งซึ่งเพิ่มขึ้นหรือลดลงด้วยจำนวนที่เป็นค่าตัวคงที่

สูตร $2n - 1$ เป็นลำดับ เช่น 1, 3, 5, 7, 9, 11... เพิ่มขึ้นทีละ 2 ที่เป็นเช่นนี้เพราะ

$$(2 \times 1) - 1 = 1$$

$$(2 \times 2) - 1 = 3$$

$$(2 \times 3) - 1 = 5 \dots \text{และต่อไป}$$

ลำดับกำลังสอง (Quadratic sequence)

ลำดับซึ่งรวมจำนวนกำลังสองมีสูตรว่า $n^2 + 1$ เช่น 2, 5, 10, 17, 26
ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า

$$1^2 + 1 = 2$$

$$2^2 + 1 = 5$$

$$3^2 + 1 = 10$$

$$4^2 + 1 = 17$$

ในบางกรณีกฎ (rule) อาจจะแสดงเหมือนเป็นสูตร (formula) สำหรับสมาชิกที่เป็นแบบเดียวกันของลำดับ จากตัวอย่างข้างต้น จงหาจำนวนที่เจ็ดของลำดับโดยใช้กฎ $n^2 + 1$ หาจำนวนที่ 7

$$7^2 + 1 = 49 + 1 = 50$$

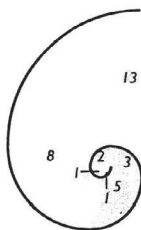
ค่าของจำนวนใด ๆ ในลำดับนี้อาจหาได้จากกฎโดยวิธีเดียวกันนี้

ลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci sequence)

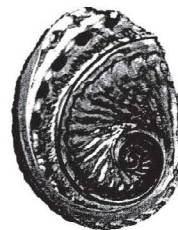
ลำดับ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,... แต่ละจำนวน (จากจำนวนที่ 3 ขึ้นไป) เป็นการคำนวณซึ่งเกิดจากสองจำนวนที่มาก่อนรวมกัน ตัวอย่างเช่น จำนวนถัดไปในลำดับจะคำนวณได้โดยนำ 8 บวกด้วย 13 ได้ 21

ลำดับใด ๆ ที่ดำเนินตามกฎนี้จะเป็นลำดับฟีโบนัชชี เช่น 7, 10, 17, 27 ลำดับฟีโบนัชชีเกิดขึ้นโดย Leonardo Fibonacci เป็นผู้พิสูจน์ว่าลำดับฟีโบนัชชีมีในธรรมชาติ

ลำดับฟีโบนัชชีพบได้จากเกลียวของเปลือกหอยทาก ท่านอาจจะสร้างเกลียวนี้
โดยการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีความยาวของด้านเป็นลำดับฟีโบนัชชี (1, 1, 2, 3, 5 ...)

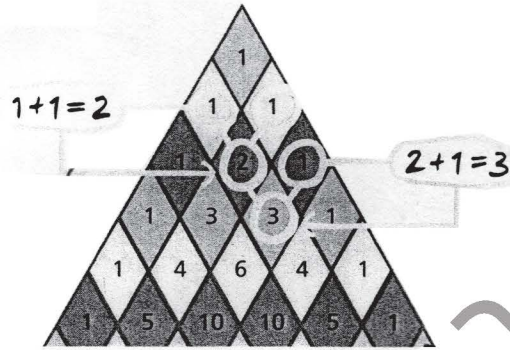


เริ่มต้นจากรูปสี่เหลี่ยมรูปแรก ลากส่วนโค้ง
จากยอดมุมขวามือไปยังมุมตรงข้าม
และทำต่อ ๆ ไปผ่านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เหลือ



ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นเกลียว
คล้ายเกลียวที่เห็นในเปลือกหอย

รูปสามเหลี่ยมจีนหรือรูปสามเหลี่ยมปาสกาล (Chinese or Pascal's triangle)



จำนวนที่จุดยอดของรูปสามเหลี่ยมปาสกาลเป็น 1 และแต่ละแถวเริ่มต้นและลงท้ายด้วย 1

จำนวนอื่น ๆ ในรูปสามเหลี่ยมเป็นผลมาจากการรวมสองจำนวนที่อยู่ข้างบน เช่น $3 + 3 = 6$ รูปสามเหลี่ยมปาสกาลได้นำมาใช้เป็นครั้งแรกเมื่อ ค.ศ. 1300 ในประเทศจีน

ชื่อนี้ได้ตั้งขึ้นมาจากที่นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส Blaise Pascal (ค.ศ. 1623 - 62) ได้นำเรื่องนี้ไปเผยแพร่สู่นักคณิตศาสตร์ชาวตะวันตก ปัจจุบันได้นำแบบรูปของรูปสามเหลี่ยมมาใช้ในเรื่องความน่าจะเป็น

การคูณ (Multiples)

ผลคูณของจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นผลของการคูณจำนวนนั้นกับจำนวนเต็ม

เช่น $3 \times 2 = 6$

$$3 \times 4 = 12$$

$$3 \times 6 = 18$$

ดังนั้น 6, 12 และ 18 เป็นการคูณจำนวนจำนวนหนึ่งด้วย 3

ตัวคูณร่วม (Common multiple)

จำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งมีการคูณของจำนวนตั้งแต่สองจำนวนหรือมากกว่าสองจำนวน

เช่น พหุคูณของสอง ได้แก่ 2, 4, 6, 8, 10, 12

พหุคูณของสาม ได้แก่ 3, 6, 9, 12, 15

พหุคูณร่วมของ 2 และ 3 คือ 6 และ 12

พหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 2 และ 3 คือ 6 เรียก 6 ว่าเป็นตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของ 2 และ 3

ตัวคูณร่วมน้อย [The lowest or least common multiple (LCM)]

ค.ร.น. ของจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่า คือ จำนวนที่น้อยที่สุดซึ่งเกิดจากการคูณของจำนวนแต่ละจำนวนนั้น

การแยกตัวประกอบ (Factors)

การแยกตัวประกอบของจำนวนใด ๆ คือ ประโยคที่แสดงการเขียนการคูณของตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เช่น 12 มี 1, 2, 3, 4, 6, 12 เป็นตัวประกอบ

การแยกตัวประกอบของ 12 จะมีดังนี้

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

ตัวประกอบร่วม (Common factor)

จำนวนซึ่งสามารถหารจำนวนตั้งแต่สองจำนวนหรือมากกว่าสองจำนวน เช่น ตัวประกอบของ 15 ได้แก่ 1, 3, 5, 15

ตัวประกอบของ 40 ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

ตัวประกอบร่วมของ 15 และ 40 ได้แก่ 1 และ 5

ตัวหารร่วมมาก [The highest common factor (HCF)]

ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่า ได้แก่ ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของจำนวนเหล่านั้น เช่น ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 15 และ 40 คือ 5 5 จึงเป็น ห.ร.ม. ของ 15 และ 40

ตัวประกอบเฉพาะ (Prime factor)

ตัวประกอบเฉพาะ ได้แก่ ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เช่น ตัวประกอบของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวประกอบเฉพาะ ได้แก่ 2, 3 เพราะ 2, 3 เป็นจำนวนเฉพาะ

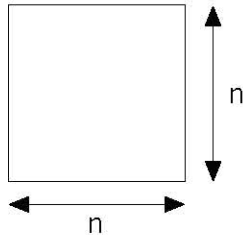
จำนวนสมบูรณ์ (Perfect number)

จำนวนสมบูรณ์ ได้แก่ จำนวนที่เท่ากับผลบวกของตัวประกอบของมัน ยกเว้นตัวมันเอง เช่น 6 มีตัวประกอบเป็น 1, 2, 3, 6 จำนวนสมบูรณ์ 6 ได้แก่ $6 = 1 + 2 + 3$

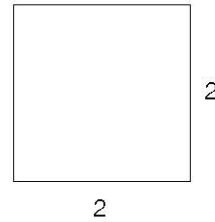
ราก (Roots)

รากที่สอง (Square root)

รากที่สองเป็นตัวประกอบของจำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งยกกำลังสอง (คูณตัวมันเอง) แล้วจะเท่ากับจำนวนนั้น



รากที่สองของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส n^2 คือ n (เมื่อ n เป็นความยาวของด้าน)



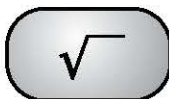
ดังเช่น $2 \times 2 = 4$
ดังนั้น 2 เป็นรากที่สองของ 4

จำนวนบวกทุกจำนวนมีรากที่สอง 2 คำตอบ คือ รากที่เป็นบวกและรากที่เป็นลบ (เช่น -4×-4 คำตอบเป็น 16)

รากที่สองเขียนเป็นสัญลักษณ์ $\sqrt{\quad}$, $\sqrt{9}$ หมายความว่า เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 9

$-\sqrt{9}$ หมายความว่า เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 9

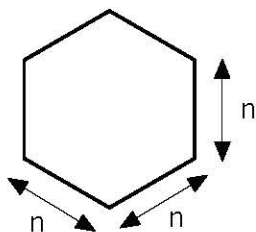
รากที่สองที่เป็นบวกและรากที่สองที่เป็นลบของ 9 จึงเขียนเป็น $\pm \sqrt{9}$



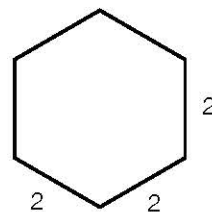
กดเครื่องหมายที่บนเครื่องคิดเลข แล้วหารากที่สองของจำนวน

รากที่สาม (Cube root)

การแยกตัวประกอบของจำนวนจำนวนหนึ่งโดยการคูณตัวมันเองครั้งหนึ่ง แล้วก็คูณตัวมันเองอีกครั้งหนึ่ง จะได้เท่ากับจำนวนนั้น

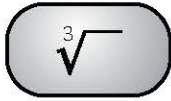


รากที่สามของปริมาตรลูกบาศก์ $n^3 = n$ (เมื่อ n เป็นความยาวของด้าน)



ตัวอย่าง $2 \times 2 \times 2 = 8$
ดังนั้น 2 เป็นรากที่สามของ 8

จำนวนบวกหรือจำนวนลบใด ๆ มีรากที่สามจำนวนเดียวเท่านั้น รากที่สามเขียนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{9}$



กตเครื่องหมายนี้บนเครื่องคิดเลข

เพื่อหารากที่สามของจำนวน

เซต (Set)

เซตเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งมีลักษณะร่วมกันหรืออยู่ภายใต้กฎอันเดียวกันทุก ๆ สิ่งในเซตเซตหนึ่งจะมีลักษณะเฉพาะ: สิ่งเดียวกันจะรวมอยู่ในเซตมากกว่าหนึ่งครั้งไม่ได้ นำเซตต่าง ๆ มาใช้เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน

สัญกรณ์ของเซต (Set notation)

สิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซตจะมีเครื่องหมายจุลภาคคั่นระหว่างแต่ละสิ่งเหล่านั้น เช่น เซตของสระ {a, e, i, o, u} วิธีการนี้เรียกว่า สัญกรณ์บัญชีชื่อ (roster notation) การเรียงลำดับต่าง ๆ ที่อยู่ในเซตไม่ใช่เรื่องสำคัญ เช่น {a, e, i, o, u} อาจจะเขียน {u, o, a, e, i} หรือเรียงแบบอื่น ๆ อีกรักก็ได้ ไม่จำเป็นที่จะต้องเขียนทุกสิ่งในเซต อาจจะเขียน เช่น {สระในภาษาอังกฤษ} การเขียนเช่นนี้จะใช้เมื่อเป็นเซตที่ใหญ่มาก

เช่น {จำนวนจาก 1 ถึง 1,000}

เซตต่าง ๆ เขียนแทนด้วยตัวอักษรตัวเดียว

เช่น $A = \{\text{จำนวนคู่}\}$

โดยทั่วไปจะใช้ตัวอักษรเฉพาะเขียนชื่อเซต เช่น

Z แทนเซตของจำนวนเต็ม

N แทนเซตของจำนวนธรรมชาติ

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

R แทนเซตของจำนวนจริง

สมาชิกของเซต (Element or member)

ใช้สัญลักษณ์ \in แทนการเป็นสมาชิกของเซต

หรือ \notin แทนการไม่เป็นสมาชิกของเซต

เช่น 1 เป็นสมาชิกของเซต

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

เขียนดังนี้ $1 \in N$

- 1 ไม่เป็นสมาชิกของ N
เขียนได้ดังนี้ $-1 \notin N$

{ }

เขียนสมาชิกของเซตภายในวงเล็บนี้

เอกภพสัมพัทธ์ (Universal set)

เซตซึ่งรวมเซตอื่น ๆ ทั้งหมด ตัวอย่างเช่น ถ้าเซต $C = \{\text{พยัญชนะ}\}$ เอกภพสัมพัทธ์ก็หมายถึง ตัวอักษร เอกภพสัมพัทธ์จะแทนด้วยสัญลักษณ์ U

เช่น $U = \{\text{ตัวอักษร}\}$

เซตจำกัด (Finite set)

เซตซึ่งจำกัดจำนวนของสมาชิก ตัวอย่างเช่น เซต A เป็นเซตของจำนวนคี่ระหว่าง 0 กับ 6

$$A = \{1, 3, 5\}$$

A เป็นเซตจำกัด เพราะว่า

$n(A) = 3$ เมื่อ n เป็นจำนวนของสมาชิกในเซต

เซตอนันต์ (Infinite set)

เซตซึ่งไม่จำกัดจำนวนของสมาชิก ตัวอย่างเช่น เซตของจำนวนคี่เป็นเซตอนันต์เพราะมีจำนวนสมาชิกไม่สิ้นสุด อาจแสดงเซตอนันต์โดยเขียนเพียงสมาชิกสองสามตัวแรกลงและตามด้วยจุด เช่น

$$B = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \quad B \text{ เป็นเซตอนันต์ เพราะ } n(B) = \infty$$

เมื่อ n แทนจำนวนสมาชิกของเซตและสัญลักษณ์ ∞ แทนอนันต์ (infinity)

เซตว่าง (Empty set or null set)

เซตว่างเป็นเซตหนึ่งซึ่งไม่มีสมาชิกของเซต ตัวอย่างเช่น $x = \{\text{วันในสัปดาห์ซึ่งเริ่มต้นด้วยอักษร "J"}\}$ เป็นเซตว่าง เซตว่างเขียนแทนด้วย $\{ \}$ หรือ \emptyset ดังนั้นตัวอย่างข้างต้น จะเขียนแทนด้วย $x = \{ \}$ หรือ $x = \emptyset$

เซตย่อยหรือสับเซต (Subset)

เซตที่มีสมาชิกเป็นของอีกเซตหนึ่ง ตัวอย่างเช่น

ถ้า $A = \{\text{พยัญชนะ}\}$ และ $B = \{t, r, y\}$

กล่าวว่า B เป็นสับเซตของเซต A สัญลักษณ์ \subset แทนคำว่า “เป็นสับเซตของ” ดังนั้นเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น $B \subset A$ แต่ $C = \{a, e, i\}$ ไม่ใช่สับเซตของ A สัญลักษณ์ $\not\subset$ หมายความว่า “ไม่เป็นสับเซตของ” ดังนั้นเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น $C \not\subset A$

การเปรียบเทียบเซต (Comparing sets)

ความสัมพันธ์ระหว่างเซตสองเซตหรือมากกว่าสองเซตจะศึกษาได้โดยดูที่สมาชิกของแต่ละเซตและดูว่าเซตเหล่านั้นมีสมาชิกร่วมกันหรือไม่

คอมพลีเมนต์ของเซต (Complement of a set)

เซตที่มีสมาชิกทั้งหมดไม่รวมอยู่ในเซตเฉพาะเซตหนึ่ง ตัวอย่างเช่น ถ้า A ประกอบด้วยจำนวนเฉพาะ A' จะประกอบด้วยจำนวนทั้งหมดที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ ทำนองเดียวกันที่จะกล่าวได้ว่า

$$A' = U - A$$

เมื่อ U ประกอบด้วยจำนวนทุกจำนวน คอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนเป็น A'

ยูเนียนของเซต (Union of sets)

สมาชิกของสองเซตหรือมากกว่าสองเซตมาอยู่ด้วยกัน ยูเนียนของเซตเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \cup ตัวอย่างเช่น

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

อินเตอร์เซกชันของเซต (Intersection of sets)

สมาชิกของเซตปรากฏอยู่ในสองเซตหรือมากกว่าสองเซต อินเตอร์เซกชันของเซตเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \cap

ตัวอย่างเช่น $A = \{2, 4, 6\}$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

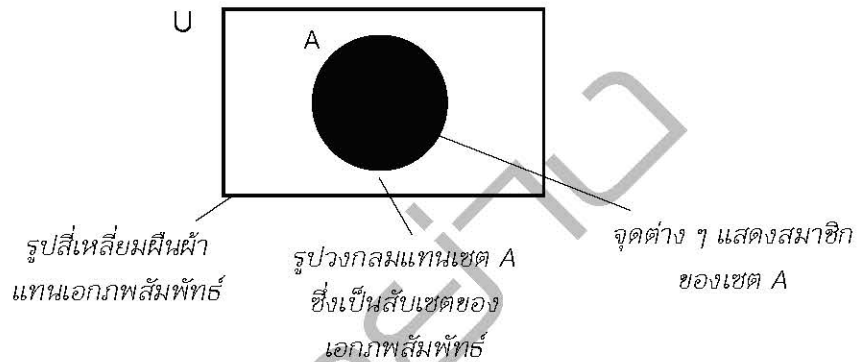
$$A \cap B = \{2, 4\}$$

แผนภาพของเวนนี (Venn diagrams)

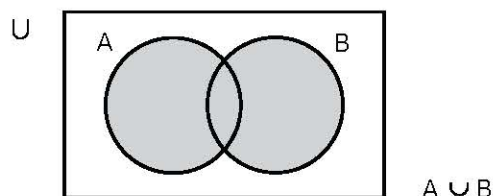
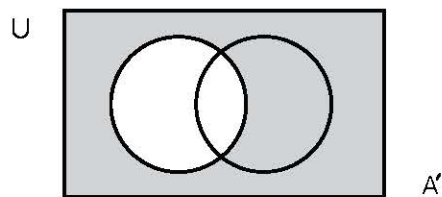
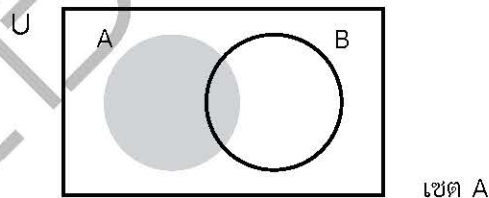
แผนภาพของเวนนีแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตต่าง ๆ ในแผนภาพของเวนนี โดยทั่วไปจะแทนเซตหนึ่งด้วยวงกลมหนึ่งและแทนเอกภพสัมพัทธ์ของเซตด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้า

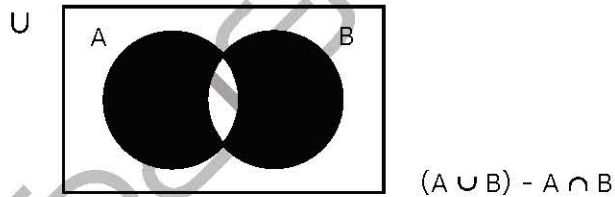
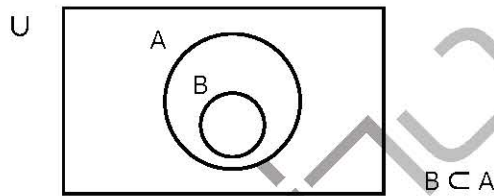
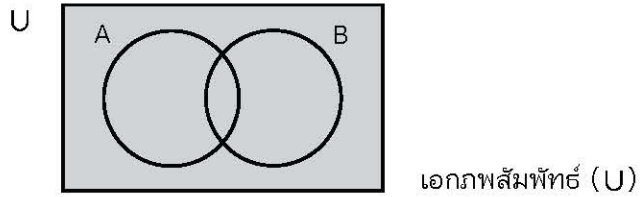
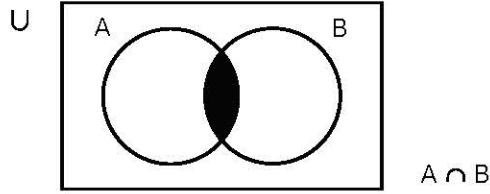
สมาชิกต่าง ๆ ของเซตส่วนใหญ่แทนด้วยจุดอยู่ในรูปวงกลม แต่ส่วนของแผนภาพจะระบายไว้ และส่วนต่าง ๆ จะพิจารณาโดยการแรเงา

แผนภาพของเวนนี



แผนภาพของเวนนีแสดงความสัมพันธ์ของเซตร่วมบางประการ





เลขคณิต (Arithmetic)

เลขคณิตเป็นการใช้จำนวนต่าง ๆ ดำเนินการพื้นฐานสี่ประการในการคำนวณ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร

การบวก (Addition)



ใช้เครื่องหมายบวก
บนเครื่องคิดเลข
เพื่อหาผลบวก

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็นการเพิ่มจำนวนที่กำหนดให้ด้วยจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง โดยทั่วไปเขียนการบวกในรูป $a + b$ เช่น $6 + 3 = 9$

การบวกเป็นการกระทำที่ตรงข้ามกับการลบ มีกฎการเปลี่ยนหมู่และกฎการสลับที่ได้

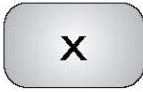


ใช้เครื่องหมายลบ
บนเครื่องคิดเลข
เพื่อหาผลลบ

การลบ (Subtraction)

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาผลต่างระหว่างจำนวนสองจำนวน เป็นการลดจำนวนหนึ่งด้วยจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง โดยทั่วไปเขียนการลบในรูป $a - b$ เช่น $10 - 6 = 4$

การลบเป็นการกระทำตรงข้ามหรือการกระทำผกผันกับการบวก ใช้กฎการเปลี่ยนหมู่และกฎการสลับที่ไม่ได้



ใช้เครื่องหมายคูณ
บนเครื่องคิดเลข
เพื่อหาผลคูณ

การคูณ (Multiplication)

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งนำจำนวนสองจำนวนมาจัดกระทำเข้าด้วยกัน เกิดเป็นผลคูณ เช่น $6 \times 8 = 48$

จากตัวอย่างข้างต้น การคูณจะเขียนในรูป $a \times b$ แต่ก็สามารถเขียน $a \cdot b$ หรือแทนด้วยสัญลักษณ์ ab

การคูณเป็นการบวกซ้ำกัน เช่น $3 \times 4 = 4 + 4 + 4$ หรือ $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

การคูณเป็นการกระทำที่ตรงข้ามหรือส่วนกลับของการหาร มีกฎการสลับที่และกฎการเปลี่ยนหมู่

การคูณโดยการกระจาย (Long multiplication)

การคูณโดยการกระจายเป็นวิธีการหนึ่งของการคูณจำนวนที่มีค่ามากโดยไม่ต้องทำการคำนวณ

การคูณโดยการกระจายทำได้โดยคำนึงถึงข้อเท็จจริงที่ว่าเราสามารถแตกจำนวนนั้นเป็นจำนวนเต็มร้อย จำนวนเต็มสิบ และจำนวนเต็มหน่วย

$$\text{เช่น } 143 = (1 \times 100) + (4 \times 10) + (3 \times 1)$$

ดังนั้นเมื่อคูณจำนวนหนึ่งด้วยอีกจำนวนหนึ่ง จึงเป็นทำนองเดียวกันที่จะคูณจำนวนแรกด้วยจำนวนเต็มร้อย จำนวนเต็มสิบ และจำนวนเต็มหน่วยของจำนวนที่สองและสาม และนำผลลัพธ์มาบวกกัน

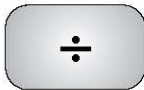
$$\text{เช่น } 736 \times 143$$

$$= (736 \times 100) + (736 \times 40) + (736 \times 3)$$

เลขโดดที่แทนค่าที่มากที่สุดโดยปกติจะคูณเป็นตัวแรกตามด้วยตัวมากที่สุดซึ่งอยู่ถัดไปและต่อ ๆ ไป กระทำจากขวาไปซ้าย

วิธีการหนึ่งที่จะเขียนการคูณโดยการกระจายได้แสดงไว้ข้างล่างนี้ การอธิบาย (เขียนไว้ที่ในวงเล็บ) โดยปกติไม่แสดงไว้

$$\begin{array}{r}
 736 \\
 \times 143 \\
 \hline
 73600 \quad (736 \times 100) \\
 29440 \quad (736 \times 40) \\
 2208 \quad (736 \times 3) \\
 \hline
 105248 \quad (\text{รวมทั้งหมด})
 \end{array}$$



ใช้เครื่องหมายหาร
บนเครื่องคิดเลข
เพื่อหาผลหาร

การหาร (Division)

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ของการหารจำนวนหนึ่งด้วยจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง เช่น $40 \div 8 = 5$ ดังตัวอย่างข้างต้น การหารจะเขียนในรูป $a \div b$ แต่ก็สามารถเขียนในรูป a/b หรือ $\frac{a}{b}$ ตัวอย่างเช่น 40 หารด้วย 8 อาจเขียนได้หลายวิธีดังต่อไปนี้

$$40 \div 8 = 40/8 = \frac{40}{8}$$

การหารเป็นการหักออกซ้ำ ๆ กัน จำนวนที่สองจะถูกหักออกจากจำนวนที่หนึ่งสักกี่ครั้ง

ตัวอย่างเช่น หัก 5 ออกจาก 40 ได้ 8 ครั้ง

$$40 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 = 0$$

การหารเป็นส่วนกลับของการคูณ ไม่มีกฎการจัดหมู่และกฎการสลับที่ **เศษ (Remainder)**

การหารเหลือเศษเมื่อจำนวนจำนวนหนึ่งไม่สามารถแบ่งออกได้ลงตัว ตัวอย่างเช่น 16 หารด้วย 3 จะได้ 5 ครั้ง เหลือ 1 ซึ่งเป็นเศษ

การหารยาว (Long division)

การหารจำนวนที่มีค่ามากโดยไม่ใช้เครื่องคิดเลข จงหาร 5996 ด้วย 22 พยายามที่จะหารเลขโดดแต่ละจำนวนด้วย 22 เริ่มต้นจากซ้าย เชื่อมโยงเศษที่เหลือต่อเลขโดดที่สร้างจำนวนใหม่เพื่อหารต่อไป

$ \begin{array}{r} 272 \\ \hline 22 \overline{) 5996} \\ \underline{- 44} \\ 159 \\ \underline{- 154} \\ 56 \\ \underline{- 44} \\ \underline{\underline{12}} \end{array} $	เศษ 12 นำ 44 (2×22) หักออกจาก 59 เหลือเศษ 15 ดึง 9 ลงมาเป็น 159 นำ 154 (7×22) หักออกจาก 159 เหลือเศษ 5 ดึง 6 ลงมาเป็น 56 นำ 44 (2×22) หักออกจาก 56 เหลือเศษ 12
---	--

กฎของเลขคณิต (Laws of arithmetic)

กฎการเปลี่ยนหมู่ (Associative law)

ทั้งการบวกและการคูณเป็นไปตามกฎนี้ แต่การลบและการหารไม่เป็นไปตามกฎการเปลี่ยนหมู่

กฎการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

เช่น $(12 + 7) + 6 = 12 + (7 + 6)$

กฎการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

$$(5 \times 2) \times 4 = 5 \times (2 \times 4)$$

กฎการสลับที่ (Commutative laws)

กฎการสลับที่เป็นกฎซึ่งแสดงให้เห็นว่าลำดับของจำนวนหรือพจน์และสัญลักษณ์ในนิพจน์มารวมกันแล้วไม่เป็นผลต่อผลลัพธ์ ทั้งการบวกและการคูณเป็นไปตามกฎนี้

กฎการสลับที่ของการบวก

กล่าวว่า $a + b = b + a$

เช่น $6 + 3 = 3 + 6$

กฎการสลับที่ของการคูณ

กล่าวว่า $a \times b = b \times a$

เช่น $5 \times 3 = 3 \times 5$

การดำเนินการผสม (Mixed operations)

การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการมากกว่าหนึ่งแบบ มีกฎที่จะต้องดำเนินการเมื่อมีการดำเนินการผสม

ถ้ามีเพียงการบวกและการลบมาเกี่ยวข้องกันในการคำนวณ ลำดับที่เขาจะทำงานไม่เป็นไร อย่างไรก็ตามยังมีความสำคัญที่จะต้องจำว่า เครื่องหมาย + หรือ เครื่องหมาย - ที่แสดงไว้ นั้นใช้โดยตรงกับจำนวนที่ตามมา

เช่น $7 - 5 + 10$

เช่นเดียวกับ $7 + 10 - 5$

หรือ $-5 + 7 + 10$

การคำนวณที่ต้องเกี่ยวข้องกับการดำเนินการมากกว่าหนึ่งแบบ ควรดำเนินการเมื่อมีการดำเนินการผสม โดยการแทนค่าตามลำดับ ดังนี้

แทนค่าในวงเล็บ เลขยกกำลัง การหาร การคูณ การบวก และการลบ

ตัวอย่าง การหาคำตอบของโจทย์คณิตศาสตร์นี้

$$6 + 40 \div 20 \times (3 + 1)^2 - 3$$

หาผลลัพธ์ในวงเล็บ

$$6 + 40 \div 20 \times (3 + 1)^2 - 3$$

หาผลลัพธ์ที่เลขยกกำลัง

$$6 + 40 \div 20 \times (4)^2 - 3$$

หาผลลัพธ์จากการหาร

$$6 + (40 \div 20) \times 16 - 3$$

หาผลลัพธ์จากการคูณ

$$6 + (2 \times 16) - 3$$

หาผลลัพธ์จากการบวก

$$(6 + 32) - 3$$

หาผลลัพธ์จากการลบ

$$(38 - 3)$$

ผลลัพธ์ที่ได้ คือ 35

การปัดเศษ (Rounding)

กระบวนการของการประมาณโดยลดจำนวนของตัวเลขน้อยสำคัญหรือตำแหน่งของทศนิยม เรียกว่า การปัดเศษ การประมาณขึ้นอยู่กับความถูกต้องที่ต้องการ

จำนวนต่าง ๆ อาจจะถูกปัดเศษใกล้จำนวนเต็มมากที่สุด ซึ่งอาจจะเป็น 10, 100 หรือต่อ ๆ ไป

ทศนิยมมักจะปัดเศษเป็นหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งตำแหน่ง

การปัดเศษจำนวนขึ้นอยู่กับสิ่งที่เราวัด ตัวอย่างเช่น ความสูงของคนปัดเศษใกล้เซนติเมตรมากที่สุดหรือปัดเศษเป็นนิ้ว ขณะที่จำนวนประชากรของประเทศปัดเศษใกล้แสนคน

การปัดเศษจำนวน (To round a number)

หาดำแหน่งในจำนวนซึ่งจะทำการปัดเศษและมองดูเลขโดดทางขวามือ ถ้าเป็น 5 หรือมากกว่าเพิ่มเลขโดดที่ถูกปัดเศษด้วย 1

ถ้าเป็น 4 หรือน้อยกว่า เลขโดดยังคงเดิม ตัวอย่างเช่น ปัดเศษ 276 ให้ใกล้จำนวนเต็ม 10 มากที่สุดจะได้ 280

6 ใกล้ 10 มากกว่า 0 ดังนั้น 276 ใกล้ 280 มากกว่า 270

จำนวน 4872 ทำให้ใกล้ 10 มากที่สุดจะเป็น 4870 และใกล้ 100 ที่สุดจะเป็น 4900

ขอบเขตบน (Upper bound)

ค่าสูงสุดซึ่งจะปัดเศษเป็นจำนวนจำนวนหนึ่ง ตัวอย่างเช่น ถ้าจำนวนเมล็ดถั่วในขวดกำหนดให้ 550 ใกล้จำนวนสิบที่สุด จำนวนที่แท้จริงจะอยู่ในช่วง

$$545 - 554$$

554 จะเป็นขอบเขตบน

ขอบเขตล่าง (Lower bound)

ค่าต่ำสุดซึ่งจะปัดเศษเป็นจำนวนจำนวนหนึ่ง

ตัวอย่างเช่น ถ้าจำนวนเมล็ดถั่วในขวดเป็น 550 ใกล้จำนวนสิบที่สุด จำนวนที่แท้จริงจะอยู่ในช่วง 545 - 554

545 จะเป็นขอบเขตล่าง

เศษส่วน (Fractions)

เมื่อแบ่งบางสิ่งออกเป็นส่วน ส่วนละเท่ากัน แต่ละส่วนจะเรียกว่า เศษส่วน จำนวนหนึ่งเศษส่วนอาจจะแสดงได้ด้วยการเขียนจำนวนหนึ่งเหนืออีกจำนวนหนึ่ง ($\frac{x}{y}$)

จำนวนที่อยู่ข้างล่าง (y) เรียกว่า ตัวส่วน (denominator)

จำนวนที่อยู่ข้างบน (x) เรียกว่า ตัวเศษ (numerator)

A^B/C

ใช้เครื่องหมายเศษส่วน
บนเครื่องหมายค่านวณทาง
วิทยาศาสตร์เพื่อใส่ค่า
เศษส่วน

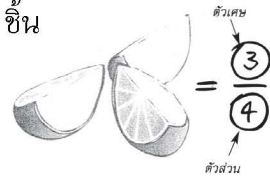
ตัวเศษ (Numerator)

ส่วนที่อยู่ข้างบนของเศษส่วน ตัวเศษแทนจำนวนของส่วนต่าง ๆ ที่จะพิจารณา

ตัวอย่างเช่น จากรูปที่แสดงไว้ จำนวน 3 ชิ้น

จาก 4 ชิ้น หรือ $\frac{3}{4}$ ของส้มทั้งหมด

ดังนั้น ตัวเศษเป็น 3



ตัวส่วน (Denominator)

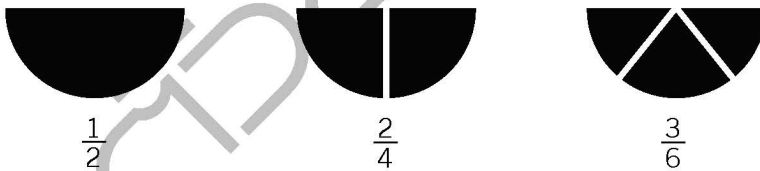
ส่วนที่อยู่ตอนล่างของเศษส่วน ตัวส่วนแทนจำนวนทั้งหมดของส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน ตัวอย่างเช่น จากรูปที่แสดงไว้

3 ส่วนจาก 4 ส่วน หรือ $\frac{3}{4}$ ของส้มลูกหนึ่ง ดังนั้นตัวส่วน

ตัวส่วนคือ 4

เศษส่วนที่เท่ากัน (Equivalent fractions)

เศษส่วนหลายจำนวนที่กล่าวถึงเศษส่วนเดียวกัน แต่มีวิธีเขียนแตกต่างกัน รูปวงกลมข้างล่างนี้มีวิธีการแบ่งออกเป็นส่วนที่เท่า ๆ กัน แตกต่างกันหลายจำนวน ได้แสดงภาพของเศษส่วนที่เท่ากันสามจำนวน ดังนี้



มีเศษส่วนที่เท่ากันจำนวนนับไม่ถ้วน วิธีการที่จะเขียนเศษส่วนขึ้นอยู่กับส่วนทั้งหมดจะแบ่งออกเป็นส่วนต่าง ๆ อย่างไร ถ้าแบ่งออกเป็น 20 ส่วนเท่า ๆ กัน ครั้งหนึ่งก็ควรจะแสดงด้วย $\frac{10}{20}$

เศษส่วนที่เท่ากันสามารถคำนวณได้โดยการคูณหรือการหารตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน

$$\begin{aligned} \text{เช่น} \quad \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \\ \frac{4}{8} &= \frac{4}{8} \div \frac{4}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

เมื่อตัวเศษและตัวส่วนหารด้วยจำนวนเดียวกัน ผลที่เกิดขึ้นคือ เศษส่วนนั้นจะมีตัวเศษและตัวส่วนน้อยกว่าเศษส่วนเดิม ซึ่งเรียกว่า การตัดออกหรือการทำให้เป็นรูปอย่างง่ายของเศษส่วน (cancelling or simplifying) เมื่อตัวเศษและตัวส่วนของ

เศษส่วนถูกตัดลงเป็นจำนวนที่น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เศษส่วนดังกล่าวจะมีค่าต่ำที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

วิธีที่ง่ายซึ่งจะเปรียบเทียบเศษส่วนก็คือ ทำตัวส่วนให้เป็นจำนวนเดียวกัน และมีค่าต่ำสุด โดยหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งสอง เช่น ค.ร.น. ของตัวส่วนของ $\frac{1}{2}$ และ $\frac{2}{6}$ คือ 6 ดังนั้นสามารถเขียนแสดงเศษส่วนได้เป็น $\frac{3}{6}$ และ $\frac{2}{6}$

เศษส่วนเชิงเดียว (Common or simple or vulgar fraction)

เศษส่วนซึ่งมีจำนวนเต็มเป็นตัวเศษและตัวส่วนเป็นเศษส่วน ที่พบเห็นบ่อย ๆ

เช่น $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{46}{9}$

เศษซ้อน (Complex fraction)

เศษส่วนซึ่งมีตัวเศษหรือตัวส่วนหรือทั้งสองจำนวนเป็นเศษส่วนของตัวมันเอง

เช่น $\frac{\frac{2}{3}}{5}$ $\frac{\frac{1}{4}}{2}$ $\frac{\frac{3}{7}}{8}$

เศษส่วนแท้ (Proper fraction)

เศษส่วนซึ่งมีตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วนเป็นเศษส่วนแท้ เช่น $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{40}{71}$

เศษส่วนไม่แท้ (Improper or top heavy fraction)

เศษส่วนซึ่งมีค่ามากกว่า 1 และเป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน เรียกว่า

เศษส่วนไม่แท้ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{412}{4}$

จำนวนคละ (Mixed number)

จำนวนซึ่งประกอบด้วยจำนวนเต็มและเศษส่วน จำนวนคละอาจจะแสดงได้เหมือนกับเป็นเศษส่วนไม่แท้

ตัวอย่างเช่น $1\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนคละและอาจจะแสดงเป็นเศษส่วนไม่แท้ได้เป็น $\frac{3}{2}$

ส่วนกลับ (Reciprocal)

ส่วนกลับของจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นการหาร 1 ด้วยจำนวนนั้น

ตัวอย่างเช่น ส่วนกลับของ 3 เป็น $\frac{1}{3}$

เพื่อหาส่วนกลับของเศษส่วน วิธีการง่ายที่จะกลับเศษส่วน (กลับตัวเศษเป็นตัวส่วนและกลับตัวส่วนเป็นตัวเศษ) ตัวอย่างเช่น ส่วนกลับของ $\frac{3}{4}$ คือ $\frac{4}{3}$

เพราะว่า $1 \div \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{x}$

ใช้เครื่องหมายนี้บนเครื่องคำนวณทางวิทยาศาสตร์
เพื่อหาส่วนกลับของจำนวน

เศษส่วนและร้อยละ (Fractions and percentages)

เศษส่วนอาจจะแสดงเป็นร้อยละนั่นก็คือ จำนวนจำนวนหนึ่งเป็นส่วนของ 100
ตัวอย่างเช่น 25% หมายความว่า $\frac{25}{100}$

เราอาจจะเปลี่ยนเศษส่วนใด ๆ เป็นร้อยละโดยการคูณเศษส่วนด้วย 100

เช่น $\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} \times 100\right)\% = 50\%$

$$\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)\% = 75\%$$

อาจจะเปลี่ยนร้อยละเป็นเศษส่วนโดยการหารด้วย 100 และทอนลงเป็น
จำนวนที่น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

เช่น $25\% = \left(\frac{25}{100}\right) = \frac{1}{4}$

เลขคณิตที่เกี่ยวกับเศษส่วน (Arithmetic with fractions)

การบวกเศษส่วน (To add a fraction)

ทำเศษส่วนแต่ละจำนวนให้มีตัวส่วนร่วมกันและมีค่าต่ำสุดแล้วบวกตัวเศษ
เข้าด้วยกัน

เช่น $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

การลบเศษส่วน (To subtract a fraction)

ทำเศษส่วนแต่ละจำนวนให้มีตัวส่วนร่วมกันและมีค่าต่ำสุด แล้วนำตัวเศษลบกัน

เช่น $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$

การคูณเศษส่วน (To multiply a fraction)

นำตัวเศษคูณด้วยตัวเศษและนำตัวส่วนคูณด้วยตัวส่วน

เช่น $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

การคูณจำนวนคละ ก่อนอื่นเปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษส่วนไม่แท้เสียก่อน

การหารเศษส่วน (To divide a fraction)

คูณเศษส่วนโดยส่วนกลับของมัน

$$\text{เช่น } \frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{1 \times 8}{2 \times 3} = \frac{8}{6} = 1 \frac{2}{6} = 1 \frac{1}{3}$$

การหารจำนวนคละ ก่อนอื่นเปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษส่วนไม่แท้เสียก่อน

ทศนิยม (Decimals)

ทศนิยมเป็นระบบจำนวนที่ใช้ฐานสิบ การเขียนจำนวนจำนวนหนึ่งโดยใช้ระบบจำนวนทศนิยม เรียกว่า **ทศนิยม** ส่วนใหญ่คำว่าทศนิยมนี้หมายถึง จำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งมีบางส่วนน้อยกว่าจำนวนเต็มและเขียนหลังจุดทศนิยม ตัวอย่างเช่น 1.2 หรือ 59.635 หรือ 0.0091

แผนผังข้างล่างต่อไปนี้แสดงค่าประจำหลัก ซึ่งแสดงเลขโดดแต่ละจำนวนในทศนิยม 6539.023

หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	หลักส่วนสิบ	หลักส่วนร้อย	หลักส่วนพัน
6	5	3	9	0	2	3

จุดทศนิยม

ตำแหน่งที่เรียงต่อกันไปแต่ละจำนวนไปทางซ้ายค่าจะเพิ่มขึ้นเป็นเลขยกกำลังของสิบ แต่ตำแหน่งที่เรียงต่อกันไปแต่ละจำนวนไปทางขวาค่าจะลดลงเป็นเศษหนึ่งส่วนเลขยกกำลังของสิบ

ตำแหน่งของทศนิยม (Decimal place)

ตำแหน่งของจำนวนจำนวนหนึ่งไปทางขวาของจุดทศนิยมตำแหน่งแรกซึ่งอยู่ทางขวาของจุดทศนิยมเป็นทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งและตำแหน่งต่อไปเป็นทศนิยมตำแหน่งที่สองและต่อ ๆ ไป

เศษส่วนทศนิยม (Decimal fraction)

จำนวนใด ๆ น้อยกว่า 1 สามารถแสดงได้ด้วยทศนิยม ตัวอย่างเช่น 0.375 เป็นเศษส่วนทศนิยมซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$0 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$$

เศษส่วนทศนิยมบางครั้งก็เรียกทศนิยม

ทศนิยมผสม (Mixed decimal)

จำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งประกอบด้วยจำนวนเต็มและเศษส่วนทศนิยม ตัวอย่างเช่น 15.76 เป็นทศนิยมผสม ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$15 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100}$$

ทศนิยมรู้จบ (Finite decimal or terminating decimal)

ทศนิยมซึ่งมีจำนวนของตำแหน่งทศนิยมแน่นอน

เช่น $\frac{1}{2} = 0.5$

$$\frac{17}{625} = 0.0272$$

ข้อควรสังเกตเศษส่วนเหล่านี้มีตัวเศษซึ่งเป็นพหุคูณของ 2 หรือ 5 สิ่งเหล่านี้เป็นจริงของทศนิยมรู้จบทุกจำนวนเมื่อเขียนในรูปเศษส่วน

จุดทศนิยม (Decimal point)

จุดซึ่งใช้แยกจำนวนเต็มหน่วยจากจำนวนที่มีหลักส่วนสิบจะวางจุดอยู่ระหว่างจำนวนต่าง ๆ (เช่น 1.2) บางประเทศใช้เครื่องหมาย , แทนจุด (เช่น 1, 2) เพื่อหลีกเลี่ยงการสับสนกับจุด ซึ่งเขาใช้เป็นสัญลักษณ์อย่างหนึ่งของการคูณ

ทศนิยมไม่รู้จบ (Infinite of non-terminating decimal)

ทศนิยมซึ่งไม่กำหนดตำแหน่งของทศนิยม มีอยู่สองชนิดคือ ทศนิยมไม่ซ้ำ และทศนิยมซ้ำ

ทศนิยมไม่ซ้ำ (Non-repeating or non-periodic decimal)

ทศนิยมไม่รู้จบซึ่งมีลำดับของเลขโดดหลังจากจุดทศนิยมไม่ซ้ำกัน ตัวอย่างเช่น ทศนิยมของพาย (π) ซึ่งเริ่มต้นเป็น 3.141592653...

ทศนิยมซ้ำ (Recurring decimal)

ทศนิยมไม่รู้จบซึ่งมีลำดับของเลขโดดหลังจากจุดทศนิยมซ้ำตัวของมันเองอย่างไม่จำกัดหรือไม่สิ้นสุด

เช่น $3.333333\dots$

$$0.125125125\dots$$

ทศนิยมซ้ำจะใช้เครื่องหมาย $\dot{}$ บนตัวเลขซ้ำหรือบนตัวเลขตัวแรกและตัวสุดท้ายของแบบรูปที่มีการซ้ำ ตัวอย่างข้างต้นจะเขียนได้เป็น

$$3.\dot{3} \text{ และ } 0.\dot{1}2\dot{5}$$

เลขคณิตกับทศนิยม (Arithmetic with decimals)

บวกหรือลบทศนิยม (To add or subtract a decimal)

เป็นการง่ายที่จะบวกหรือลบทศนิยมโดยการเขียนจำนวนตามแนวตั้ง ซึ่งตั้งจุดทศนิยมตรงกัน

ตัวอย่าง $11.45 + 17 + 2.5$ เขียนได้ดังนี้

จุดทศนิยมตรงกัน

$$\begin{array}{r}
 11.45 \\
 17.00 \\
 + 2.50 \\
 \hline
 30.95
 \end{array}$$

บวกเช่นเดียวกับการบวกจำนวนเต็ม เริ่มต้นจากทางขวามือไปซ้ายมือ

ตัวอย่าง $50.19 - 36.2$ เขียนได้ดังนี้

จุดทศนิยมตรงกัน

$$\begin{array}{r}
 50.19 \\
 - 36.20 \\
 \hline
 13.99
 \end{array}$$

ลบเช่นเดียวกับการลบจำนวนเต็ม เริ่มต้นจากทางขวามือไปซ้ายมือ

การหารด้วยทศนิยม (To divide by a decimal)

ไม่คำนึงถึงจุดทศนิยม ใช้จำนวนเต็ม (ต้องแน่ใจว่าจำนวนต่าง ๆ เพิ่มขึ้นด้วยจำนวนเดียวกันของสิบยกกำลังแล้วจึงหาจำนวนเหล่านั้น) ผลจะเป็นเช่นเดียวกับการหารทศนิยมด้วยทศนิยม

เช่น $3.2 \div 0.4$

$\times 10$

$$\frac{3.2}{0.4} = \frac{32}{4} = 8$$

$\times 10$

การคูณด้วยทศนิยม (To multiply by decimal)

ไม่ต้องคำนึงถึงจุดทศนิยม ให้คูณเหมือนกับจำนวนนับแล้วจึงใส่จุดทศนิยม โดยจำนวนตำแหน่งทศนิยมเท่ากับผลรวมของจำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวตั้งกับจำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวคูณ

เช่น 3.5×2.36

ทศนิยมสองตำแหน่ง
ทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

ใช้ 35×236

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 \times 236 \\
 \hline
 210 \quad (35 \times 6) \\
 1050 \quad (35 \times 30) \\
 7000 \quad (35 \times 200) \\
 \hline
 8260 \quad (\text{รวมทั้งหมด})
 \end{array}$$

ดังนั้น $3.5 \times 2.36 = 8.260$

ทศนิยมสามตำแหน่ง
ทศนิยมสองตำแหน่ง
ทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

การปัดเศษทศนิยม (To round a decimal)

เมื่อทำโจทย์เกี่ยวกับทศนิยมบางครั้งก็จำเป็นที่จะต้องใช้ค่าประมาณโดยการปัดเศษขึ้นหรือลง ทำเช่นเดียวกับการปัดเศษจำนวนเต็ม แต่ปัดเศษจำนวนใกล้ที่สุดกับ ลิบ ร้อย พัน และต่อ ๆ ไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าต้องการตำแหน่งทศนิยมหรือตัวเลขน้อยสำคัญที่ต้องการใช้

- ตัวอย่างเช่น
- 63.5378 อาจจะปัดเศษได้หลายวิธี
 - 63.538 (ทศนิยมสามตำแหน่ง)
 - 63.54 (ทศนิยมสองตำแหน่ง)
 - 64 (ตัวเลขน้อยสำคัญ 2 ตัว)

การปัดเศษที่ผิดพลาด (Rounding error)

ความไม่ถูกต้องในการคำนวณที่ใช้การปัดเศษ ตัวอย่างเช่น ถ้า 0.69473 ปัดเศษเป็น 0.69 การปัดเศษผิดพลาดไปเป็น $0.69473 - 0.69 = 0.00473$ โดยทั่วไปการปัดเศษขึ้นหรือลงจะปัดเศษได้ก็ต่อเมื่อหาคำตอบเสร็จแล้ว ถ้าปัดเศษในแต่ละครั้งของการคำนวณ คำตอบสุดท้ายจะถูกต้องน้อยลง

อัตราส่วนและสัดส่วน (Ratio and Proportion)

อัตราส่วนเป็นการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณในอันดับเฉพาะ (particular order) อันหนึ่ง ตัวอย่างเช่น ถ้ามีเด็กผู้หญิงสามคนและเด็กผู้ชายแปดคนอยู่ในห้องห้องหนึ่ง อัตราส่วนของเด็กผู้ชายต่อเด็กผู้หญิงเป็น 8 ต่อ 3 อัตราส่วนเขียนด้วยเครื่องหมาย : ดังนั้น อัตราส่วน 8 ต่อ 3 เขียนเป็น 8 : 3 ซึ่งอาจจะเขียนในรูปเศษส่วนเป็น $\frac{8}{3}$

อัตราส่วนยูนิตารี (Unitary ratio)

อัตราส่วนซึ่งมีพจน์หนึ่งเป็น 1

เช่น 1 : 3 และ 8 : 1

อัตราส่วนซึ่งมากกว่า 2 พจน์ (Ratios with more than two terms)

อัตราส่วนซึ่งเปรียบเทียบ 3 พจน์ เช่น $a : b : c$ เป็นวิธีการที่เขียนพจน์เปรียบเทียบสามจำนวนให้สั้นเข้า เช่น $a : b, b : c$ และ $a : c$

อัตราส่วนที่เท่ากัน (Equivalent ratios or equal ratios)

อัตราส่วนสองอัตราส่วนหรือมากกว่ามีค่าเท่ากัน ตัวอย่างเช่น 4 : 6 และ 8 : 12 เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน เพราะทั้งสองอัตราส่วนนั้นสามารถทำเป็นอย่างง่ายได้ 2 : 3 การทำอัตราส่วนให้เท่ากันทำได้โดยคูณหรือหารแต่ละส่วนของอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน (เรียกว่าค่าคงตัว) เช่น อัตราส่วนที่เท่ากันบางจำนวนของ 2 : 4

1 : 2 หารด้วย 2

4 : 8 คูณด้วย 2

การเปรียบเทียบอัตราส่วน (To compare ratios)

แสดงอัตราส่วนในรูปเศษส่วนด้วยตัวส่วนตัวเดียวกันแล้วเปรียบเทียบ

ตัวอย่างเช่น จงเปรียบเทียบว่า 3 : 4 หรือ 5 : 6 อัตราส่วนไหนมีค่ามากกว่า

ครั้งแรกเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วนแล้วเขียนเศษส่วนนั้นในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นตัวร่วมที่มีค่าต่ำสุด

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{และ} \quad 5 : 6 = \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{10}{12} > \frac{9}{12} \quad \text{ดังนั้น} \quad 5 : 6 \quad \text{มีค่ามากกว่า} \quad 3 : 4$$

ถ้าทั้งสองส่วนของอัตราส่วนแทนหน่วยการวัด เช่น ความยาว ต้องแน่ใจว่าเป็นหน่วยเดียวกัน โดยปกติเป็นการดีที่สุดที่จะเปลี่ยนหน่วยที่มีค่ามากกว่าเป็นหน่วยที่มีค่าน้อยกว่า เช่น $1 \text{ เมตร} : 47 \text{ เซนติเมตร} = 100 \text{ เซนติเมตร} : 47 \text{ เซนติเมตร} = 100 : 47$

อัตราส่วนอย่างง่าย (Simplifying ratios)

การจะทำอัตราส่วนให้เป็นอัตราส่วนอย่างง่ายนั่นก็คือ ทำให้อัตราส่วนนั้นเป็นจำนวนที่น้อยลง หรือในกรณีที่เศษส่วนก็เป็นเศษส่วนก็ทำเป็นจำนวนเต็ม โดยหารหรือคูณทั้งสองส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน ซึ่งจะทำให้ค่าของอัตราส่วนนั้นคงเดิม

เมื่อส่วนทั้งสองของอัตราส่วนมีค่าน้อยลงเท่าที่จะเป็นไปได้และจำนวนเหล่านั้นเป็นจำนวนเต็ม เรียกอัตราส่วนนี้ว่าเป็นแบบที่ง่ายที่สุด (simplest form)

ทำอัตราส่วนของจำนวนเต็มเป็นรูปอย่างง่าย

(To simplify a whole number ratio)

ถ้าจำเป็นที่จะทำอัตราส่วนให้เป็นอัตราส่วนอย่างง่าย จงดูให้แน่ใจว่าส่วนต่าง ๆ ของอัตราส่วนอยู่ในหน่วยเดียวกัน ทำอัตราส่วนให้เป็นอัตราส่วนอย่างง่ายได้โดยหารส่วนทั้งสองโดยตัวหารร่วมที่มีค่ามากที่สุด (ห.ร.ม.) (highest common factor)

ตัวอย่างเช่น

จงทำอัตราส่วน 40 นาที : 2 ชั่วโมง ให้เป็นอย่างง่าย

$$40 \text{ นาที} : 2 \text{ ชั่วโมง} = 40 \text{ นาที} : 120 \text{ นาที} \quad (2 \text{ ชั่วโมง} = 120 \text{ นาที}) = 40 : 120$$

$= 1 : 3$ (หารแต่ละจำนวนด้วย 40) ดังนั้น 40 นาที : 2 ชั่วโมง ทำเป็นรูปอย่างง่ายเป็น $1 : 3$ ถ้าจำนวนทั้งสองที่อยู่ในรูปอัตราส่วนไม่มีตัวประกอบร่วม (common factor) เช่น $7 : 9$ อัตราส่วนนี้ก็อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้ว

การทำอัตราส่วนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายรวมถึงเศษส่วน

(To simplify a ratio that includes a fraction)

ถ้าจำเป็น ต้องแน่ใจก่อนว่าทั้งสองส่วนของอัตราส่วนอยู่ในหน่วยเดียวกัน แล้วคูณเศษส่วนเพื่อทำเป็นจำนวนเต็ม และคูณส่วนอื่นของอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน

ตัวอย่างเช่น จงทำ $\frac{1}{2} : 2$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายคูณ ด้วย 2 ทั้งสองจำนวน

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ และ } 2 \times 2 = 4$$

ดังนั้น $\frac{1}{2} : 2$ เขียนในรูปอย่างง่ายเป็น $1 : 4$

สัดส่วน (Proportion)

ถ้าปริมาณสองปริมาณเปลี่ยนไปด้วยจำนวนที่สัมพันธ์กัน เรียกการเปลี่ยนแปลงนั้นว่า สัดส่วน หรือเป็นสัดส่วนซึ่งกันและกัน สัญลักษณ์ซึ่งแสดงการเป็นสัดส่วนใช้ \propto

สัดส่วนตรง (Direct proportion)

ความสัมพันธ์อันหนึ่งระหว่างปริมาณหลายปริมาณ เช่น เมื่อจำนวนหนึ่งมีปริมาณเพิ่มขึ้นอีกปริมาณหนึ่งก็จะเพิ่มขึ้นในอัตราส่วนเดียวกัน

ในทำนองเดียวกันเมื่อปริมาณหนึ่งลดลงอีกปริมาณหนึ่งก็จะลดลงในอัตราส่วนเดียวกัน

ตัวอย่างเช่น ถ้าแตงโมผลหนึ่งสามารถเลี้ยงคนได้ 8 คน อัตราส่วนของแตงโมต่อคนเป็น 1 : 8

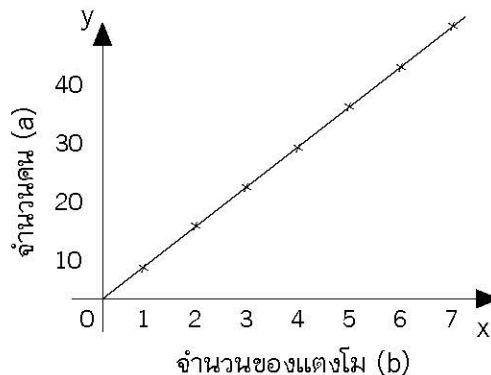
แตงโม 2 ผล ควรจะเลี้ยงคนได้ (2×8) แตงโมครึ่งผลควรจะเลี้ยงคนได้ ($\frac{1}{2} \times 8$) กล่าวได้ว่าจำนวนคนที่ได้รับเลี้ยงเป็นสัดส่วนโดยตรง (direct proportion or directly proportional) ต่อจำนวนผลของแตงโม

เมื่อปริมาณ a เป็นสัดส่วนโดยตรงกับปริมาณ b จะเขียนเป็น $a \propto b$ ความสัมพันธ์ที่คงที่ระหว่างปริมาณต่าง ๆ เรียกว่า สัดส่วนคงตัว (constant of proportionality) และเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$a = kb$$

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของสัดส่วน

จากตัวอย่างข้างต้น อัตราส่วนของคน (ปริมาณ a) ต่อแตงโม (ปริมาณ b) เป็น 8 : 1 ดังนั้นค่าคงตัวของสัดส่วนเป็น 8 ซึ่งหมายความว่าจำนวนคนซึ่งได้รับเลี้ยงจะเป็น 8 เท่าของจำนวนแตงโมเสมอ



ถ้าลงจุดค่าของ a และ b บนกราฟ กราฟจะเป็นเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(0, 0)$ และมีความชันเป็น k

สัดส่วนผกผัน (Inverse proportion)

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ซึ่งเมื่อปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้นอีกปริมาณหนึ่งจะลดลงในอัตราส่วนเดียวกัน

ทำนองเดียวกันเมื่อปริมาณหนึ่งลดลงอีกปริมาณหนึ่งก็จะเพิ่มขึ้นในอัตราส่วนเดียวกัน

ตัวอย่างเช่น ตารางข้างล่างแสดงว่านานเท่าไรที่รถจะเดินทางในระยะทาง 120 กิโลเมตร ในอัตราความเร็วที่แตกต่างกัน



	120 กม.			
ความเร็ว (กม./ชม.)	20	40	60	80
เวลา (ชม.)	6	3	2	1.5

เวลาของการเดินทางลดลงแต่ความเร็วเพิ่มขึ้น

ตัวอย่างนี้เป็นตัวอย่างของสัดส่วนผกผันและเวลาของการเดินทางเป็นสัดส่วนผกผัน (inversely proportional) กับความเร็ว เมื่อปริมาณ a เป็นสัดส่วนผกผันกับปริมาณ b เขียนได้เป็น $a \propto \frac{1}{b}$

เขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$a = \frac{k}{b} \text{ หรือ } a \times b = k$$

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของสัดส่วน

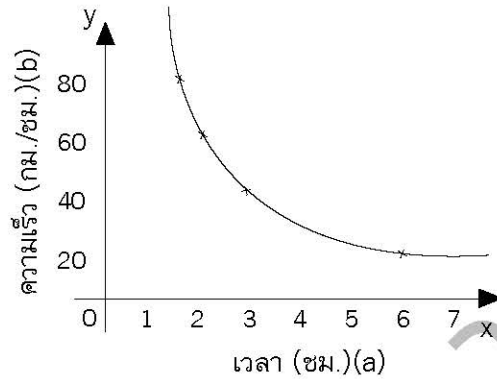
จากตัวอย่างข้างต้น ผลคูณของเวลา (ปริมาณ a) และความเร็ว (ปริมาณ b) เท่ากันเสมอ

(เช่น $20 \times 6 = 120$ และ $40 \times 3 = 120$)

ดังนั้นค่าคงตัวของสัดส่วนคือ 120 ซึ่งหมายความว่าถ้าระยะทางเป็น 120 กิโลเมตร เวลาจะเท่ากับระยะทาง 120 กิโลเมตรหารด้วยความเร็วเสมอ

ตัวอย่างของสัดส่วนผกผันอาจแสดงได้โดยกฎดังนี้

ผลคูณของปริมาณสัดส่วนผกผันสองจำนวนเป็นค่าคงตัว



ถ้าลงจุดตามค่าของ a และ b บนกราฟ ผลที่ได้จะเป็นกราฟที่เป็นส่วนกลับซึ่งเป็นส่วนโค้ง

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (Solving ratio problems)

การแบ่งปริมาณปริมาณหนึ่งเป็นอัตราส่วนที่กำหนดให้
(To divide a quantity in a given ratio)

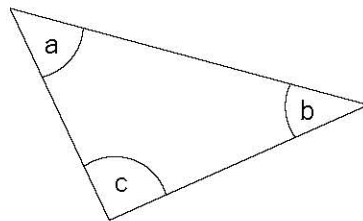
1. บวกจำนวนต่าง ๆ ทั้งหมดในอัตราส่วน หาจำนวนของส่วนต่าง ๆ ทั้งหมดคืออะไร
 2. หารปริมาณด้วยจำนวนทั้งหมดของส่วนต่าง ๆ เพื่อหาค่าของหนึ่งส่วน
 3. คูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนโดยค่าของหนึ่งส่วนเพื่อหาค่าของแต่ละส่วน
- ตัวอย่างเช่น ถ้ามุม a มุม b และมุม c ของรูปสามเหลี่ยมมีอัตราส่วนเป็น $4 : 3 : 5$ มุมแต่ละมุมมีขนาดเท่าไร

จำนวนทั้งหมดของอัตราส่วนเป็น $4 + 3 + 5 = 12$ ผลบวกของมุมภายในทั้งหมดของรูปสามเหลี่ยมเป็น 180° ขนาดของมุมหนึ่งส่วนเป็น $\frac{180}{12} = 15^\circ$

$$\text{มุม } a \text{ มีขนาด } 4 \times 15 = 60^\circ$$

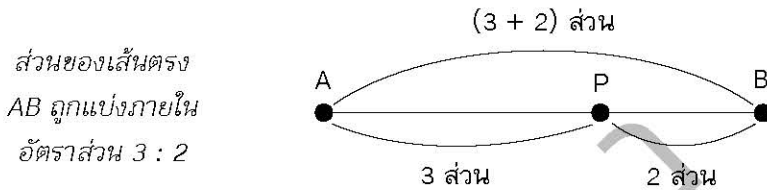
$$\text{มุม } b \text{ มีขนาด } 3 \times 15 = 45^\circ$$

$$\text{มุม } c \text{ มีขนาด } 5 \times 15 = 75^\circ$$

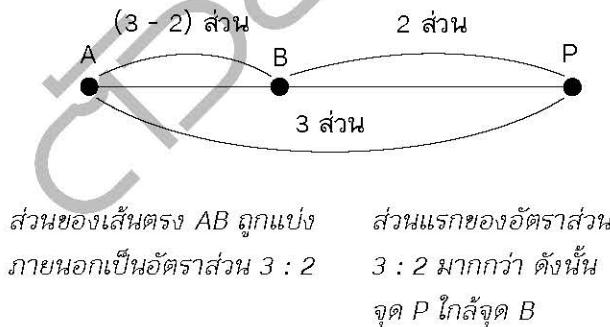


แบ่งส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งตามอัตราส่วนที่กำหนดให้
(To divide a line in a given ratio)

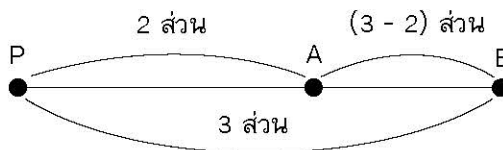
ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งถูกแบ่งออกภายในหรือภายนอกตามอัตราส่วนที่กำหนดให้ ถ้าจุด P อยู่ระหว่างจุด A และจุด B บนเส้นซึ่งเชื่อมจุดทั้งสองส่วนของส่วนของเส้นตรง AB ถูกแบ่งภายในจำนวนแรกในอัตราส่วนแทนด้วย AP และจำนวนที่สองแทนด้วย PB



ถ้าจุด P อยู่บนส่วนที่ต่อออกไปของส่วนของเส้นตรง AB (ต่อ AB หรือ BA) การแบ่งเช่นนี้เรียกว่าส่วนของเส้นตรงถูกแบ่งภายนอก ถ้าส่วนแรกของอัตราส่วนมากกว่าส่วนที่สอง จุด P ใกล้จุด B มากกว่า จุด A และจุด P จะอยู่บนส่วนของเส้นตรง AB ที่ต่อออกไป เช่น



ถ้าส่วนที่สองของอัตราส่วนยาวมากกว่าจุด P ใกล้จุด A มากกว่าจุด B และอยู่บนส่วนของเส้นตรง BA ที่ต่อออกไป เช่น



ส่วนของเส้นตรง AB ถูกแบ่งภายนอกในอัตราส่วน 2 : 3

แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน (Solving proportion problems)

วิธียูนิแทรี (Unitary method)

วิธีการแก้ปัญหาซึ่งปริมาณหนึ่งเป็นสัดส่วนกับอีกปริมาณหนึ่งโดยการหาค่าของหนึ่งหน่วยของปริมาณนั้นและทำการคูณเพื่อหาค่าของจำนวนของหน่วยต่าง ๆ ที่ต้องการ

ตัวอย่างเช่น โรงพิมพ์แห่งหนึ่งสามารถพิมพ์ได้ $\frac{200}{5}$ หน้า ทุก 5 นาที โรงพิมพ์จะพิมพ์ได้กี่หน้าในเวลา 3 ชั่วโมง

1. หาว่พิมพ์ได้กี่หน้าใน 1 นาที ใน 5 นาที จะพิมพ์ได้ 200 หน้า ใน 1 นาที จะพิมพ์ได้ $\frac{200}{5}$ หน้า โรงพิมพ์จะพิมพ์ได้ 40 หน้า ต่อ 1 นาที

2. หาว่เวลา 3 ชั่วโมง เป็นกี่นาที

3. 1 ชั่วโมง = 60

$$\therefore 3 \text{ ชั่วโมง} = 180 \text{ นาที}$$

ใน 180 นาที (3 ชั่วโมง) โรงพิมพ์พิมพ์ได้

$$180 \times 40 = 7,200 \text{ หน้า}$$

วิธีอัตราส่วน (Ratio method)

วิธีการแก้ปัญหาที่ใช้สัดส่วนโดยตรงในวิธีนี้ อัตราส่วนที่แสดงใช้เขียนในรูปเศษส่วนเมื่อตัวเศษของเศษส่วน (x) เป็นตัวที่ไม่ทราบค่า ค่าของ x หาได้โดยการคูณเศษส่วนทั้งสองด้วยจำนวนเดียวกัน

ตัวอย่างเช่น โรงพิมพ์แห่งหนึ่งพิมพ์หนังสือได้ 200 หน้า ในทุก 5 นาที โรงพิมพ์จะพิมพ์ได้กี่หน้าถ้าใช้เวลา 3 ชั่วโมง

จำนวนหน้าของการพิมพ์ใน 3 ชั่วโมง เป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนหน้าที่พิมพ์ใน 5 นาที

ให้ x เป็นจำนวนหน้าที่พิมพ์ใน 180 นาที (3 ชั่วโมง)

$$\begin{aligned} \frac{x}{180} &= \frac{200}{5} \\ 180 \times \frac{x}{180} &= 180 \times \frac{200}{5} \\ x &= 180 \times \frac{200}{5} \\ x &= \frac{36000}{5} \\ x &= 7,200 \end{aligned}$$

ดังนั้น โรงพิมพ์สามารถพิมพ์ได้ 7,200 หน้า ใน 3 ชั่วโมง

ร้อยละ (Percentages)

ร้อยละเป็นวิธีหนึ่งของการแสดงเศษส่วนหรือทศนิยมที่เป็นส่วนของร้อย เปอร์เซ็นต์ หมายความว่า "ในแต่ละร้อย" ตัวอย่างเช่น 10 เปอร์เซ็นต์ (10%)

หมายความว่า $\frac{10}{100}$ หรือ 10 ใน 100

เปลี่ยนเศษส่วนหรือทศนิยมเป็นร้อยละ

(To change a fraction or decimal to a percentage)

คูณเศษส่วนหรือทศนิยมด้วย 100

$$\begin{aligned} \text{เช่น} \quad \frac{3}{4} &= \left(\frac{3}{4} \times 100\right)\% \\ &= \frac{300}{4}\% = 75\% \end{aligned}$$

$$0.28 = (0.28 \times 100)\% = 28\%$$

จากทั้งสองตัวอย่างข้างต้นเศษส่วนและทศนิมน้อยกว่า 1 ดังนั้นร้อยละที่สมมูลกันน้อยกว่า 100%

เศษส่วนหรือทศนิยมที่มากกว่า 1 เปลี่ยนเป็นร้อยละจะมากกว่า 100% เสมอ

$$\begin{aligned} \text{เช่น} \quad 2\frac{1}{5} &= \left(\frac{11}{5} \times 100\right)\% \\ &= \frac{1100}{5}\% = \frac{220}{1}\% \end{aligned}$$

$$\text{และ} \quad 1.16 = (1.16 \times 100)\% = 116\%$$

เปลี่ยนร้อยละเป็นเศษส่วน (To change a percentage to a fraction)

หารร้อยละด้วย 100 แล้วทำเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเท่าที่จะเป็นไปได้

$$\text{เช่น} \quad 60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

เปลี่ยนร้อยละเป็นทศนิยม (To change a percentage to a decimal)

หารร้อยละด้วย 100

$$\text{เช่น} \quad 60\% = 0.6$$

$$5.2\% = 0.052$$

หาร้อยละของปริมาณที่ไม่ทราบค่า

(To find a percentage of a known quantity)

ทำร้อยละให้เป็นเศษส่วน $\left(\frac{x}{100}\right)$ และคูณด้วยปริมาณ เปลี่ยนร้อยละที่แสดงไว้เป็นทศนิยมและคูณด้วยปริมาณ ตัวอย่างเช่น 5% ของจำนวนพลเมืองของเมืองหนึ่งซึ่งมีจำนวน 9,000 คน อาศัยอยู่

$$\frac{5}{100} \times 9000 = 450$$

หรือ $0.05 \times 9000 = 450$

%

% เป็นสัญลักษณ์ที่นำมาใช้แทนร้อยละ

%

กวดเครื่องหมายนี้บนเครื่องคิดเลขเพื่อหาร้อยละ

แสดงปริมาณหนึ่งเป็นร้อยละของอีกปริมาณหนึ่ง

(To express one quantity as a percentage of another)

หารปริมาณหนึ่งด้วยปริมาณอีกปริมาณหนึ่งและคูณผลลัพธ์ด้วย 100

$$\text{ร้อยละ} = \frac{\text{ปริมาณ A}}{\text{ปริมาณ B}} \times 100\%$$

ตัวอย่างเช่น ในวันหนึ่งมีรถบัส 51 คันจาก 60 คัน ซึ่งจอดที่สถานีรถตรงเวลา รถบัสร้อยละเท่าไรที่จอดตรงเวลา

$$\frac{\text{จำนวนรถบัสที่จอดตรงเวลา}}{\text{จำนวนรถบัสทั้งหมด}} \times 100\%$$

$$\frac{51}{60} \times 100\% = 85\%$$

85% ของรถบัสทั้งหมดที่จอดตรงเวลา

หาปริมาณที่แท้จริงปริมาณหนึ่ง (To find an original quantity)

หารปริมาณที่ทราบด้วยร้อยละ (หา 1% ของปริมาณที่แท้จริง) แล้วคูณด้วย 100 (หาปริมาณทั้งหมด) หารปริมาณที่ทราบด้วยร้อยละ เขียนเป็นทศนิยม วิธีการนี้บางทีก็เรียกว่า ร้อยละผกกลับ (reverse percentages)

ตัวอย่างเช่น 75% ของนักเรียนในชั้นสอบผ่าน ถ้านักเรียน 24 คน สอบผ่าน มีนักเรียนในชั้นเรียนจำนวนเท่าใด

หรือหาร 24 ด้วย 75% เพื่อที่จะหาว่ามีนักเรียนจำนวน 1% เท่าใด แล้วคูณด้วย 100 เพื่อหาจำนวนนักเรียนทั้งหมดในชั้นเรียน

$$\frac{24}{75} \times 100 = 32$$

หรือหารจำนวนนักเรียนด้วยทศนิยม ซึ่งเปลี่ยนมาจากร้อยละ

$$24 \div 0.75 = 32$$

ดังนั้นมีนักเรียน 32 คน ในชั้นเรียน

การเปลี่ยนค่าร้อยละ (Percentage change)

จำนวนที่ค่าหนึ่งเปลี่ยนแปลงไปซึ่งแสดงด้วยร้อยละของจำนวนเดิม เรียกว่า การเปลี่ยนร้อยละ

$$\text{ร้อยละ} = \frac{\text{ค่าใหม่} - \text{ค่าเดิม}}{\text{ค่าเดิม}} \times 100$$

การเพิ่มค่าร้อยละ (Percentage increase)

การเปลี่ยนร้อยละในทางบวก การเพิ่มค่าร้อยละคำนวณได้โดยการใช้

$$\text{ร้อยละที่เพิ่ม} = \frac{\text{ค่าที่เพิ่มขึ้น}}{\text{ค่าที่แท้จริง}} \times 100$$

ตัวอย่างเช่น โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 750 คน ได้รับเงินทุนที่จะรับนักเรียนได้อีก 75 คน จึงแสดงให้เห็นค่าร้อยละที่เพิ่มขึ้น

$$\begin{aligned} \text{การเพิ่มค่าร้อยละ} &= \frac{75}{750} \times 100 \\ &= \frac{1}{10} \times 100 \\ &= \frac{100}{10} \\ &= 10 \end{aligned}$$

จำนวนที่นั่งซึ่งโรงเรียนจะรับได้เพิ่มขึ้น 10%

การลดค่าร้อยละ (Percentage decrease)

การเปลี่ยนค่าร้อยละในทางลบ การลดค่าร้อยละ คำนวณได้โดยการใช้

$$\text{การลดค่าร้อยละ} = \frac{\text{ค่าที่ลดลง}}{\text{ค่าที่แท้จริง}} \times 100$$

ตัวอย่างเช่น ในปีหนึ่งโรงงานผลิตรถยนต์ได้ 60 คัน ต่อคนงานจำนวนหนึ่ง ในปีต่อมา การผลิตรถยนต์ลดลงเหลือ 57 คัน ต่อจำนวนคนงานเท่าเดิม การผลิตลดลงร้อยละเท่าใด

$$\text{จำนวนรถยนต์ที่ผลิตได้ลดลงเป็น } 60 - 57 = 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าร้อยละจะลดลงเป็น} & \quad \frac{3}{60} \times 100 \\
 & = \frac{1}{20} \times 100 \\
 & = \frac{100}{20} \\
 & = 5
 \end{aligned}$$

ผลผลิตของโรงงานลดลงร้อยละ 5

ดอกเบี้ย (Interest)

เมื่อฝากเงินเป็นบัญชีออมทรัพย์ในธนาคารหรือฝากสมาคม ธนาคารหรือสมาคมจะใช้เงินจำนวนนั้น เช่น ให้บุคคลอื่นขอยืม ธนาคารหรือสมาคมจะจ่ายเงินจำนวนหนึ่งซึ่งเรียกว่า ดอกเบี้ย

ทำนองเดียวกันเมื่อขอยืมเงินจากธนาคารหรือสมาคม ก็จะต้องจ่ายดอกเบี้ย และจะต้องจ่ายเงินที่ขอยืม จำนวนเงินที่ขอยืม เรียกว่า เงินต้น

อัตราดอกเบี้ยเป็นจำนวนดอกเบี้ยที่คิดหรือเก็บใน 1 ปี ซึ่งแสดงเป็นร้อยละต่อปี ของเงินต้นนั้น

ตัวอย่างเช่น อัตราดอกเบี้ย 4% ต่อปี หมายความว่าทุก ๆ เงินต้น 100 ปอนด์ จะได้รับ 4 ปอนด์ (ซึ่งเป็น 4% ของ 100 ปอนด์) เมื่อถึงเวลาสิ้นปี

มีดอกเบี้ยสองแบบ คือ ดอกเบี้ยคงต้นและดอกเบี้ยทบต้น ซึ่งมีวิธีการคิดคำนวณแตกต่างกัน

ดอกเบี้ยคงต้น (Simple interest)

ดอกเบี้ยซึ่งต้องจ่ายโดยคิดจากยอดเงินต้นที่แท้จริง โดยไม่รวมดอกเบี้ยที่ได้รับมาก่อน จำนวนดอกเบี้ยที่ได้รับไม่เปลี่ยนแปลง

ดอกเบี้ยทบต้น (Compound interest)

ดอกเบี้ยซึ่งได้รับหรือจ่ายโดยคิดจากผลรวมของเงินลงทุนที่แท้จริงกับดอกเบี้ยที่ได้รับ จำนวนเงินดอกเบี้ยที่ได้รับจะเพิ่มขึ้นในแต่ละปี

ตัวคูณ (Multiplier)

จำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งเมื่อนำมาคูณกับเงินต้นจะได้จำนวนเงินทั้งหมดที่ได้รับหรือถูกขอยืมไป เมื่อถึงสิ้นระยะเวลาที่ตกลง (โดยปกติคิดหนึ่งปี) เงินจำนวนนี้รวมดอกเบี้ย

ตัวคูณ ได้แก่ 1 รวมกับอัตราดอกเบี้ยที่แสดงค่าเป็นทศนิยม

ตัวอย่างเช่น ตัวคูณสำหรับดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี เขียนได้เป็น 1.06

การคำนวณดอกเบี้ยคงต้น (To calculate simple interest)

$$\text{ดอกเบี้ย} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

เมื่อ P เป็นเงินต้น

R เป็นอัตราดอกเบี้ย (คิดเป็นร้อยละ)

T เป็นเวลา (คิดเป็นปี)

หาเงินรวมดังนี้

$$\text{เงินรวม} = P + \frac{P \times R \times T}{100}$$

ตัวอย่างเช่น บุคคลผู้หนึ่งลงทุน 500 ปอนด์ ได้ดอกเบี้ย 4% ต่อปี ดอกเบี้ยที่ได้รับแต่ละปีเป็นเงิน 20 ปอนด์

เพราะว่า
$$\frac{500 \times 4 \times 1}{100} = 20$$

เงินรวมในบัญชีเมื่อถึงสิ้นปีแรก 520 ปอนด์ (ดอกเบี้ยรวมกับเงินต้น)

การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น (วิธียาว)

[To calculate compound interest (Long method)]

ใช้ตัวคูณหาเงินทั้งหมด รวมทั้งดอกเบี้ยเมื่อถึงสิ้นปีแต่ละปีแล้วใช้เงินรวมใหม่เป็นเงินต้นสำหรับปีต่อไป

ตัวอย่างเช่น ถ้าบุคคลหนึ่งลงทุน 500 ปอนด์ ดอกเบี้ยทบต้นอัตราร้อยละ 4 ต่อปี จำนวนเงินในบัญชีเมื่อถึงปลายปีเป็น 520 ปอนด์ (500×1.04) ในปีที่สอง ดอกเบี้ยจะต้องคำนวณจากเงินจำนวนใหม่คือ 520 ปอนด์ (การลงทุน 500 ปอนด์ รวมกับดอกเบี้ยร้อยละ 4)

สิ้นปีที่ 1 เงินรวมเป็น

$$500 \times 1.04 = 520 \text{ ปอนด์}$$

สิ้นปีที่ 2 เงินรวมเป็น

$$520 \times 1.04 = 540.80 \text{ ปอนด์}$$

สิ้นปีที่ 3 เงินรวมเป็น

$$540.80 \times 1.04 = 562.43 \text{ ปอนด์}$$

การคำนวณดอกเบี้ยทบต้นโดยวิธีนี้ ถ้าคำนวณหลายปีก็จะทำให้เสียเวลา วิธีการอีกอันหนึ่งจะง่ายกว่าวิธีนี้

การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น (วิธีลัด)

[To calculate compound interest (Short method)]

บุคคลผู้หนึ่งฝากเงินบัญชีออมทรัพย์ 500 ปอนด์ อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 ต่อปี

ปลายปีที่ 1 เงินรวมเป็น

$$500 \times 1.05 \text{ ปอนด์ (เงินต้น} \times \text{ตัวคูณ)}$$

ปลายปีที่ 2 เงินรวมเป็น

$$(500 \times 1.05) \times 1.05 \text{ ปอนด์} = 500 \times 1.05^2 \text{ ปอนด์}$$

ปลายปีที่ 3 เงินรวมเป็น

$$(500 \times 1.05) \times 1.05 \times 1.05 \text{ ปอนด์} = 500 \times 1.05^3 \text{ ปอนด์}$$

จากลำดับข้างต้นสามารถคำนวณเงินในบัญชีได้

$$\text{หลังจาก 6 ปี} \quad 500 \times 1.05^6 \text{ ปอนด์}$$

$$\text{หลังจาก 10 ปี} \quad 500 \times 1.05^{10} \text{ ปอนด์}$$

$$\text{หลังจาก } n \text{ ปี} \quad 500 \times 1.05^n \text{ ปอนด์}$$

กำลังซึ่งยกขึ้นของตัวคูณเรียกว่าตัวประกอบการคูณ (multiplying factor) และจำนวนนี้ก็คือ จำนวนปีในการลงทุนซึ่งได้รับดอกเบี้ย ในการหาเงินรวมทั้งหมดในบัญชีที่ได้รับดอกเบี้ยทบต้นจะใช้

$$\text{เงินรวม} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\text{ดอกเบี้ยทบต้น} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - P$$

เมื่อ P เป็นเงินต้น

R เป็นอัตราดอกเบี้ยคิดเป็นร้อยละ

T เป็นเวลาคิดเป็นปีซึ่งใช้คำนวณดอกเบี้ย

ตัวอย่าง ลงทุน 20 ปอนด์ เป็นเวลา 5 ปี ดอกเบี้ยร้อยละ 4 จะได้เงินรวม 24.33 ปอนด์

$$\begin{aligned} & 20 \times (1.04)^5 \\ &= 20 \times 1.2167 \\ &= 24.334 \\ &= 24.33 \text{ (2 d.p.)} \end{aligned}$$

คู่มือ-ข้อสอบ



คู่มือ-ข้อสอบ ก.พ. ระดับ 1-2
(ภาค ก. ความรู้ความสามารถทั่วไป)
Barcode : 978-616-213-673-3
ราคา 190 บาท



คู่มือ-ข้อสอบ ก.พ. ระดับ 3-4
(ภาค ก. ความรู้ความสามารถทั่วไป)
Barcode : 978-616-213-674-0
ราคา 290 บาท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7
ถ.ประชาชื่นตัด อ.รังสิต จ.ปทุมธานี 12130
โทรศัพท์ 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร 0-2567-5105
www.skybook.co.th e-mail: sales@skybook.co.th

หมวดคู่มือเตรียมสอบ
ความรู้ความสามารถทั่วไป
ภาค ก. ระดับ 3

ISBN : 978-616-213-729-7



9 786162 137297

ราคา 280 บาท