บ้านครูมด
BAANKRUMOD

สรุปเนื้อหา ม.3 เข้า ม.4 (5 วิชา)

คณิตศาสตร์

วิทยาศาสตร์

- ฟิสิกส์
- เคมี
- ชีววิทยา
- วิทยาศาสตร์กายภาพ

ABC ภาษาต่างประเทศ

กขค ภาษาไทย

สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม

SKYBOOK

คำนำ

หนังสือเล่มนี้ กลั่นกรองมาจากประสบการณ์ทางวิชาการที่สถาบันบ้านครูมดสั่งสมมาเป็นเวลา 15 ปี โดยเนื้อหาแยกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน เล่มนี้คือ**สรุปเนื้อหา ม.3 เข้า ม.4** เพื่อให้สอดคล้องกับการใช้ในการทบทวนเนื้อหาและนำไปต่อยอดสู่การสอบเข้าในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งใครไม่มีถือได้ว่าพลาด เพราะเป็นการจัดทำเนื้อหาโดยอ้างอิงสถิติการออกข้อสอบเก่า ระดับความยาก และแนวข้อสอบจริง

ในตลอดระยะเวลา 15 ปีที่ผ่านมาเราขึ้นเป็นอันดับ 1 ทางด้านการสอบเข้าและเพิ่มเกรดได้ ไม่เพียงแต่แนวทางการสอนที่เป็นเอกลักษณ์มีการปรับพฤติกรรมน้อง ๆ คู่ความสำเร็จเพียงเท่านั้น แต่ในแง่หลักสูตรเราได้มีการปรับปรุงอย่างหนัก เน้น และให้เป็นมาตรฐานทางด้านการเรียนการสอน ซึ่งหนังสือชุดนี้ตอบโจทย์ดังกล่าวของสถาบันได้เป็นอย่างดี

ใครที่อยากสอบเข้าในโรงเรียนในเครือรัฐบาล เตรียมอุดมศึกษา มหิดล จุฬาภรณ์ หรือกำเนิดวิทย์ หนังสือชุดนี้คือพื้นฐานที่จำเป็นต้องรู้ในการต่อยอดที่ต้องฝึกฝนและทำให้ได้ 100% ถ้าทำไม่ได้ถือว่าพลาด

ส่วนใครที่อยากเพิ่มเกรด หนังสือชุดนี้เป็นแนวทางในการเพิ่มเกรดแบบก้าวกระโดดได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้ทั้งนั้น ต่อให้หนังสือดีแค่ไหนหากเราไม่ได้ตั้งใจก็ไม่มีความหมาย ขอให้ทุกคนมีพลังมีปัญญา และประสบความสำเร็จทุกคนครับ

ดร. นัฏฐวุธ พันธวงษ์

ผู้อำนวยการสถาบันบ้านครูมด

สารบัญ

คณิตศาสตร์ 6

วิทยาศาสตร์ 101

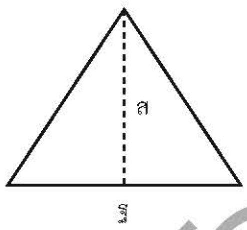
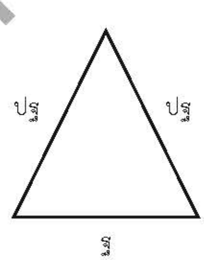
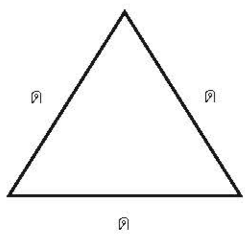
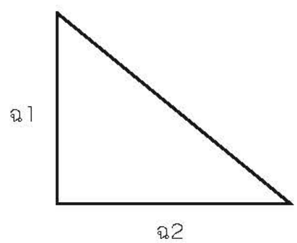
คณิตศาสตร์

- พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ ระบบสมการเชิงเส้น
- ความคล้าย
- กรณฑ์ที่สองและที่สาม
- การแยกตัวประกอบของพหุนาม
- สมการกำลังสอง
- พาราโบลา
- อสมการ
- ระบบอสมการ
- วงกลม
- เศษส่วนของพหุนาม
- ความน่าจะเป็น
- สถิติ
- การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม

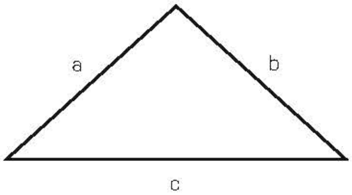
พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ ระบบสมการเชิงเส้น

สรุปสูตรพื้นที่

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม

<table>
<tr>
<td>สามเหลี่ยมทั่วไป

$\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$</td>
<td>สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\frac{\text{ฐาน}}{4} \times \sqrt{4\ \text{ด้านประกอบฐาน}^2 - \text{ฐาน}^2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>สามเหลี่ยมด้านเท่า

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ด้าน})^2$</td>
<td>สามเหลี่ยมมุมฉาก

$\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของด้านประกอบมุมฉาก</td>
</tr>
</table>

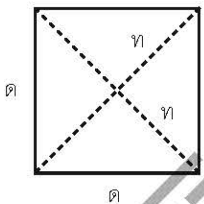
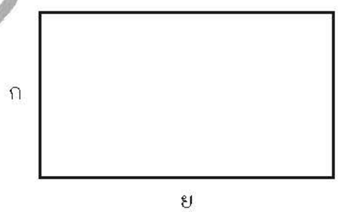
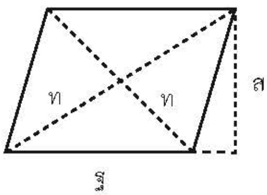
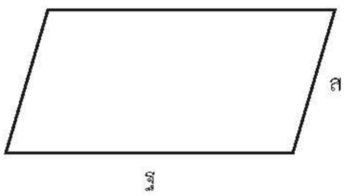
กรณีทราบความยาวทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม สามารถหาพื้นที่โดยใช้สูตรต่อไปนี้



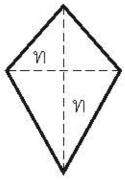
กำหนดให้ $S = \frac{a + b + c}{2}$

$$\text{พื้นที่} = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม

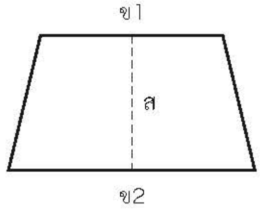
สี่เหลี่ยมจัตุรัส  ด้าน × ด้าน หรือ $\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม	สี่เหลี่ยมผืนผ้า  กว้าง × ยาว
สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน  ฐาน × สูง หรือ $\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม	สี่เหลี่ยมด้านขนาน  ฐาน × สูง

สี่เหลี่ยมรูปว่าว



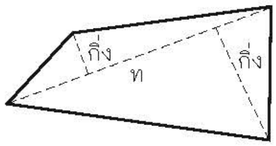
$\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม

สี่เหลี่ยมคางหมู



$\frac{1}{2}$ × ผลบวกของด้านคู่ขนาน × สูง

สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

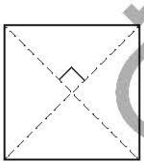


$\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม × ผลบวกของเส้นกิ่ง

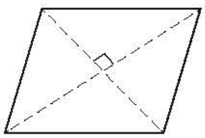
กำหนดให้

ฐ = ฐาน	กิ่ง = เส้นกิ่ง
ส = สูง	ก = กว้าง
ด = ด้าน	ย = ยาว
ท = เส้นทแยงมุม	ฉ = ด้านประกอบมุมฉาก
ข = ด้านขนาน	ปฐ = ด้านประกอบฐาน

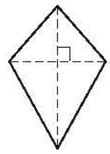
สี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก ได้แก่



สี่เหลี่ยมจัตุรัส



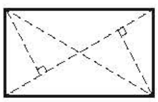
สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



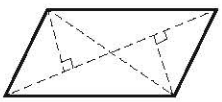
สี่เหลี่ยมรูปว่าว

สามารถใช้สูตรพื้นที่ $\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม ได้เลย

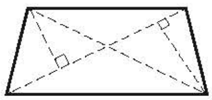
สี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมไม่เป็นมุมฉาก ได้แก่



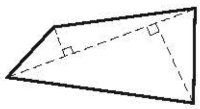
สี่เหลี่ยมผืนผ้า



สี่เหลี่ยมด้านขนาน



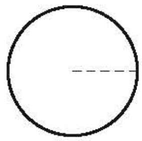
สี่เหลี่ยมคางหมู



สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

สามารถใช้สูตรพื้นที่ $\frac{1}{2}$ × ผลคูณของเส้นทแยงมุม × ผลบวกของเส้นกิ่ง ได้เลย

พื้นที่วงกลม

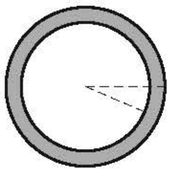


πr^2

π คือ ค่าคงตัว มีค่าเท่ากับ $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14

r คือ รัศมี (เป็นครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง)

พื้นที่วงแหวน



$\pi(R^2 - r^2)$

หรือ $\pi(R - r)(R + r)$

π คือ ค่าคงตัว มีค่าเท่ากับ $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14

R คือ รัศมีวงใหญ่ และ r คือ รัศมีวงเล็ก

พื้นที่หลายเหลี่ยมด้านเท่า (n เหลี่ยม)

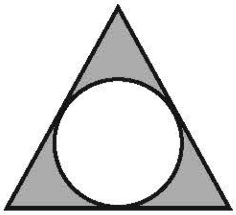
$= \frac{1}{4} \times n \times \text{ด้าน}^2 \times \cot\frac{180}{n}$

เช่น พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $= \frac{1}{4} \times 6 \times \text{ด้าน}^2 \times \cot\frac{180}{6}$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times \text{ด้าน}^2 \times \cot 30$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times \text{ด้าน}^2 \times \sqrt{3}$

▶ พื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่ไม่เอาพื้นที่วงกลมแนบ



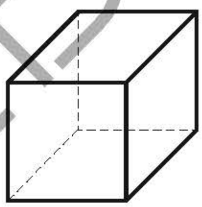
พื้นที่แรเงา = rs

r คือ รัศมีของวงกลม

s คือ ผลรวมของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม ÷ 2

▶ พื้นที่ผิวและปริมาตร

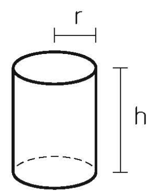
ปริซึม



ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × ความสูง

พื้นที่ผิว = พื้นที่ฐานสองด้าน + พื้นที่ผิวข้าง

ทรงกระบอก

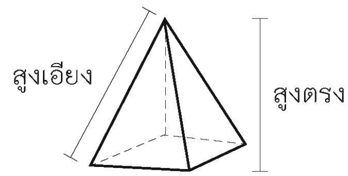


ปริมาตร = พื้นที่หน้าตัด × ความสูง = $\pi r^2 h$

พื้นที่ผิว = พื้นที่หน้าตัดสองด้าน + พื้นที่ผิวโค้ง

= $2\pi r^2 + 2\pi rh$

พีระมิด

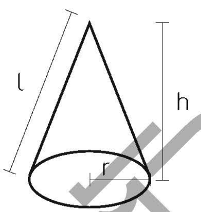


ปริมาตร = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × สูงตรง

พื้นที่ผิว = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

= พื้นที่ฐาน + ($\frac{1}{2}$ × ความยาวรอบฐาน × สูงเอียง)

กรวย

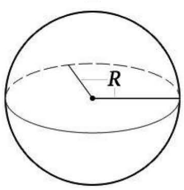


ปริมาตร = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × สูงตรง = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

พื้นที่ผิว = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวโค้งกรวย

= $\pi r^2 + \pi rl$; (l คือ สูงเอียง)

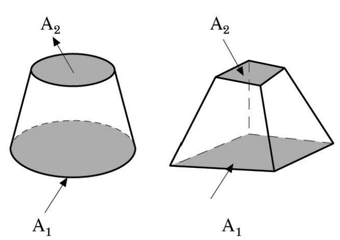
ทรงกลม



ปริมาตร = $\frac{4}{3}\pi r^3$

พื้นที่ผิว = $4\pi r^2$

ทรงกรวยหรือพีระมิดที่ถูกตัดยอด



ปริมาตร = $\frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1A_2}\right)$

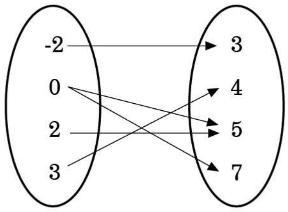
A_1 = พื้นที่สี่เหลี่ยมใหญ่ด้านล่าง

A_2 = พื้นที่สี่เหลี่ยมเล็กด้านบน

คู่อันดับ

คู่อันดับเป็นการจับคู่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม โดยการเขียนคู่อันดับจะใช้ “( )” และเครื่องหมาย “ , ” เช่น (A, B) โดยเราจะอ่านว่า คู่อันดับ เอ บี เป็นต้น

การเขียนแผนภาพจากคู่อันดับ เราจะให้ต้นลูกศรเป็นสมาชิกตัวที่หนึ่ง คู่กับหัวลูกศรที่ต้นลูกศรนั้นชี้หา เช่น



จากแผนภาพ จะเขียนคู่อันดับได้ดังนี้
(–2, 3), (0, 5), (0, 7), (2, 5), (3, 4)

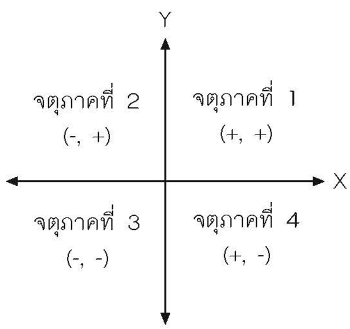
การเท่ากันของคู่อันดับ (A, B) = (C, D) ก็ต่อเมื่อ A = B และ C = D เช่น

ถ้า $(a + 3, 5) = (4, y - 2)$ จะได้ $a + 3 = 4$ และ $5 = y - 2$
ดังนั้น $a = 4 - 3$ และ $5 + 2 = y$
$a = 1$ และ $y = 7$

กราฟ

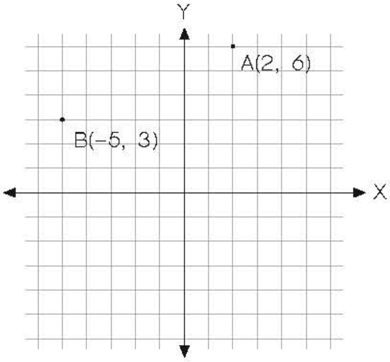
กราฟ คือ การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มในระบบพิกัดฉาก โดยจะมีเส้นจำนวนในแนวนอน (แกน X) และแนวตั้ง (แกน Y) ตัดกันเป็นมุมฉาก ดังรูป

จะเห็นว่าแกน X และแกน Y ตัดกันเป็นมุมฉากที่จุดศูนย์ เราจะเรียกจุดนั้นว่า จุดกำเนิด (0, 0)



เมื่อแกน X และแกน Y ตัดกัน จะแบ่งระนาบออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า จตุภาค (Quadrant)
จตุภาคที่ 1 : ค่า X เป็นบวก และค่า Y มีค่าเป็นบวก
จตุภาคที่ 2 : ค่า X เป็นลบ และค่า Y มีค่าเป็นบวก
จตุภาคที่ 3 : ค่า X เป็นลบ และค่า Y มีค่าเป็นลบ
จตุภาคที่ 4 : ค่า X เป็นบวก และค่า Y มีค่าเป็นลบ

การเขียนคู่อันดับบนระบบพิกัดฉาก เช่น คู่อันดับ A(2, 6), B(–5, 3) สมาชิกตัวแรกจากทั้งสองจุด นั่นคือ 2 และ –5 เมื่อนำไปพล็อตลงในกราฟนั้น จะแสดงถึงค่าของแกนนอนหรือแกน X ส่วนในสมาชิก



ตัวที่สองจากจุด นั่นคือ 6 และ 3 เมื่อนำไปพล็อตลงในกราฟ ดังรูป ก็จะแสดงถึงค่าของแกนตั้งหรือแกน Y นั่นเอง และคู่อันดับ A(2, 6) มีค่า X เป็นบวก และค่า Y เป็นบวก จุด A จะอยู่บนจตุภาคที่ 1 และคู่อันดับ B(–5, 3) มีค่า X เป็นลบ และค่า Y เป็นบวก จุด B จะอยู่บนจตุภาคที่ 2

การหาระยะห่างของจุดสองจุด กำหนดให้ที่มีคู่อันดับ $A(x_1, y_1)$ และคู่อันดับ $B(x_2, y_2)$

$$\text{ความยาวของ } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

การหาพิกัดจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

$$\text{จุดกึ่งกลาง} = \text{คู่อันดับ } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

รูปแบบสมการเส้นตรง

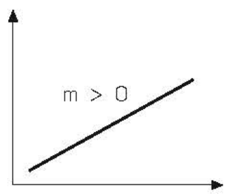
เนื่องจากเราจะแสดงแผนภาพความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรโดยอาศัยระนาบเดียวกัน สมการจึงต้องมีตัวแปร x และ y ดังนั้น เราจะได้สมการในรูปของ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ X และ Y เป็นตัวแปร และ A, B, C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A และ B ไม่เท่ากับ 0 พร้อมกัน

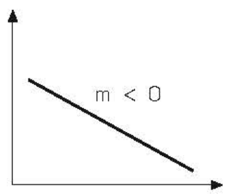
รูปทั่วไป $Ax + By + C = 0$ เมื่อจัดรูปใหม่จะได้ $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$

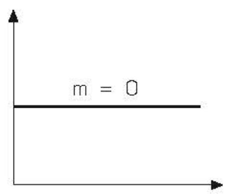
เมื่อเราแทน $-\frac{A}{B} = m$ และ $-\frac{C}{B} = c$ จะได้สมการในรูปมาตรฐาน นั่นคือ $y = mx + c$

ความชัน (Slope) = m ตัดแกน X ที่ $\left(-\frac{c}{m}, 0\right)$ ตัดแกน Y ที่ (0, c)

การหาค่าความชัน เมื่อกำหนดจุดบนกราฟมาให้ 2 จุด ที่มีคู่อันดับเป็น (x_1, y_1) และคู่อันดับ (x_2, y_2) ความชัน $(m) = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$







ถ้า $m > 0$ กราฟจะเป็นเส้นตรงที่มีลักษณะค่อย ๆ ออกห่างกับแกน X

$m < 0$ กราฟจะเป็นเส้นตรงที่มีลักษณะค่อย ๆ เข้าหาแกน X

$m = 0$ กราฟจะเป็นเส้นตรงที่มีลักษณะขนานกับแกน X

$b = 0$ กราฟจะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (0, 0) หรือจุดกำเนิด

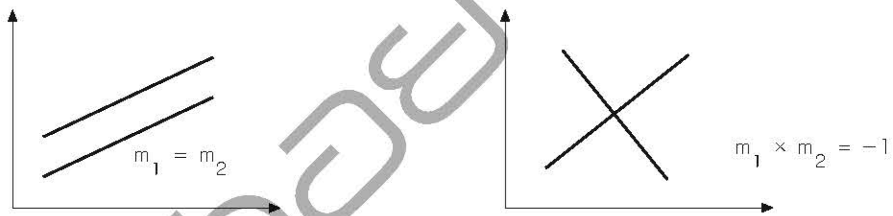
การหาจุดตัดของกราฟบนแกน X ต้องกำหนดให้ Y = 0 ดังนั้น จุดตัดแกน X จึงเป็น $\left(-\frac{c}{m}, 0\right)$

การหาจุดตัดของกราฟบนแกน Y ต้องกำหนดให้ X = 0 ดังนั้น จุดตัดแกน Y จึงเป็น (0, c)

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นตรง

กำหนดให้ เส้นตรง L_1 มีรูปแบบสมการ คือ $y_1 = m_1x_1 + c_1$

และ เส้นตรง L_2 มีรูปแบบสมการ คือ $y_2 = m_2x_2 + c_2$



เส้นตรง L_1 และ L_2 จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันเท่ากัน หรือ $m_1 = m_2$

และเส้นตรง L_1 และ L_2 จะตัดกันเป็นมุมฉากก็ต่อเมื่อ $m_1 \times m_2 = -1$

การหาสมการเส้นตรง ที่ให้ความชันและจุดมา กำหนดให้ความชัน = m และผ่านจุด $\left(x_1, y_1\right)$ รูปแบบสมการเชิงเส้นคือ $y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดที่ไม่ได้อยู่ในเส้นตรง กำหนดให้เส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด $P\left(x_p, y_p\right)$

$$\text{ระยะห่าง} = \frac{\left|Ax_p + By_p + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกัน กำหนดให้เส้นตรงแรก คือ $Ax + By + C_1 = 0$ และเส้นตรงที่สอง คือ $Ax + By + C_2 = 0$

$$\text{ระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกัน} = \frac{\left|c_1 - c_2\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรประกอบด้วย x และ y เมื่อมีสองตัวแปรแล้ว จึงจำเป็นต้องมีสมการ 2 สมการ เพื่อหาคำตอบของตัวแปร ถ้า a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 และ c_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a_1, b_1 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ a_2, b_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันเช่นกัน จะได้

$a_1x + b_1y = c_1$ เป็นสมการที่ 1
$a_2x + b_2y = c_2$ เป็นสมการที่ 2

การแก้ปัญหาของระบบสมการเชิงเส้น

วิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เราสามารถแก้ปัญหาได้สองวิธี

1. วิธีการแทนค่า

การแทนค่า เราจะจัดรูปสมการใดสมการหนึ่งให้อยู่ในรูปตัวแปรที่อีกสมการหนึ่งมีร่วมกัน แล้วนำไปแทนตัวแปรนั้นในอีกสมการ เช่น

ตัวอย่าง **จงหาคำตอบของระบบสมการเมื่อ 5x + 2y = 16 และ 3x − y = 3**

$5x + 2y = 16$ ....(1)

$3x - y = 3$ ....(2)

จาก (2), $-y = -3x + 3$

$y = 3x - 3$ ....(2)'

แทน (2)' ลงไปในสมการที่ (1), $5x + 2(3x - 3) = 16$

$5x + 6x - 6 = 16$

$11x - 6 = 16$

$11x = 16 + 6$

$11x = 22$

$x = 2$

แทน x = 2 ลงไปในสมการ (2)', $y = 3x - 3$

$y = 3(2) - 3$

$y = 6 - 3 = 3$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ คู่อันดับ (2, 3)

2. วิธีกำจัดตัวแปร

การกำจัดตัวแปร เราจะใช้การทำให้ตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งมีค่าเท่ากันแล้วจึงนำสมการทั้งสองไปบวกหรือลบกันให้ตัวแปรนั้นหายไป แล้วค่อยหาคำตอบทีละตัว

ตัวอย่าง **จงหาคำตอบของระบบสมการเมื่อ $5x + 2y = 16$ และ $3x - y = 3$**

$5x + 2y = 16$ .... ①

$3x - y = 3$ .... ②

นำ ② × 2, $2(3x - y) = 2 \times 3$

$6x - 2y = 6$ .... ②'

นำ ① + ②, $(5x + 2y) + (6x - 2y) = 16 + 6$

$11x = 22$

$x = 2$

แทน $x = 2$ ลงไปในสมการที่ ②, $3(2) - y = 3$

$-y = 3 - 6$

$-y = -3$

$y = 3$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ คู่อันดับ (2, 3)

คำตอบของระบบสมการ

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะตอบเป็นคู่อันดับ (x, y) ที่ทำให้คำตอบของระบบสมการทั้งสองเป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการมีความเป็นไปได้ 3 กรณี

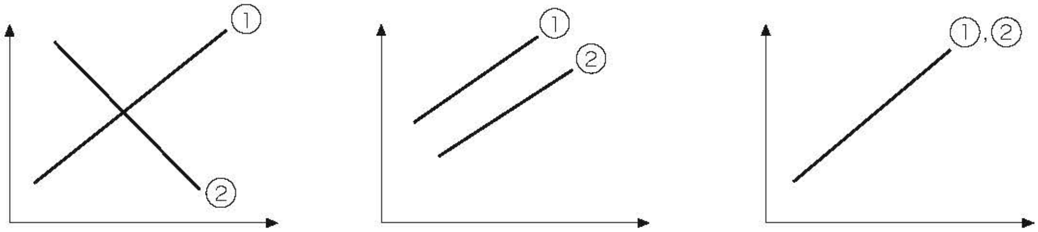
กำหนดให้ $a_1x + b_1y = c_1$ เป็นสมการที่ 1

และ $a_2x + b_2y = c_2$ เป็นสมการที่ 2

กรณีที่ 1 คำตอบของระบบสมการมีเพียงคู่เดียว นั่นหมายความว่า $a_1 \neq a_2$ หรือ $b_1 \neq b_2$ ทำให้กราฟของทั้งสองสมการตัดกันเพียงจุดเดียว ระบบสมการจึงมีเพียงคำตอบเดียว

กรณีที่ 2 ระบบสมการไม่มีคำตอบ นั่นหมายความว่า $a_1 = a_2$ และ $b_1 = b_2$ และ $c_1 \neq c_2$ ทำให้กราฟของสมการทั้งสองมีความชันเท่ากัน มีจุดตัดแกน Y คนละจุดกัน ทำให้กราฟทั้งสองขนานกัน ไม่เกิดจุดตัดกันเลย จึงทำให้ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

กรณีที่ 3 ระบบสมการมีคำตอบมากมาย นั่นหมายความว่า $a_1 = a_2$ และ $b_1 = b_2$ และ $c_1 = c_2$ มีความชัน จุดตัดแกน X จุดตัดแกน Y จุดเดียวกัน ทำให้กราฟของสมการทั้งสองทับกันสนิทพอดี จึงทำให้ระบบสมการมีมากมายหลายคำตอบ



กรณีที่ 1 *กรณีที่ 2* *กรณีที่ 3*

โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

แบบธรรมดา

เราจะกำหนดตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเป็นตัวแปร x และ y จากนั้นสร้างสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ แล้วจึงแก้ปัญหาของระบบสมการ โดยใช้ได้ทั้ง 2 วิธี ตามที่อธิบายไว้ในหัวข้อข้างต้น

ตัวอย่าง **สวนสนุกแห่งหนึ่งขายบัตรของผู้ใหญ่ในราคา 660 บาท และขายบัตรของเด็กในราคา 450 บาท หากสวนสนุกแห่งนี้นับจำนวนบัตรที่ขายได้ทั้งหมด พบว่าขายบัตรได้ทั้งหมด 312 ใบ และได้เงินทั้งหมด 184,290 บาท อยากทราบว่าสวนสนุกแห่งนี้ขายบัตรผู้ใหญ่และบัตรเด็กได้อย่างละกี่ใบ**

ขั้นที่ 1 กำหนดสิ่งที่โจทย์ต้องการเป็นตัวแปร x และ y

กำหนดให้ : บัตรผู้ใหญ่ที่ขายได้เป็นตัวแปร x

บัตรเด็กที่ขายได้เป็นตัวแปร y

ขั้นที่ 2 สร้างสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

โจทย์กำหนด : ขายบัตรทั้งหมดได้ 312 ใบ ดังนั้น จะได้สมการ $x + y = 312$ เป็นสมการที่ 1

ได้เงินทั้งหมด 184,290 บาท

ดังนั้น $660x + 450y = 184{,}290$ เป็นสมการที่ 2

ขั้นที่ 3 แก้ปัญหาสมการ

$$x + y = 312 \quad \text{..........(1)}$$

$$660x + 450y = 184{,}290 \quad \text{..........(2)}$$

นำ (1) × 450,

$$450(x + y) = 450 \times 312$$

$$450x + 450y = 140{,}400 \quad \text{..........(1)'}$$

นำ ② – ①' $(660x + 450y) - (450x + 450y) = 184,290 - 140,400$

$$660x + 450y - 450x - 450y = 43,890$$
$$210x = 43,890$$
$$x = 43,890 \div 210$$
$$x = 209$$

แทน $x = 209$ ลงไปในสมการที่ ①, $209 + y = 312$

$$y = 312 - 209$$
$$y = 103$$

ดังนั้น สวนสนุกแห่งนี้ขายบัตรผู้ใหญ่ได้ 209 ใบ และขายบัตรเด็กได้ 103 ใบ

เกี่ยวกับการทำงาน

โดยทั่วไปโจทย์จะกำหนดตัวละครสองตัวมาทำงานหนึ่งอย่าง โดยตัวละครแต่ละตัวนั้นจะใช้ระยะเวลาในการทำงานนั้นไม่เท่ากัน เราจึงต้องใช้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาช่วยคำนวณ ซึ่งเราจะกำหนดให้ตัวแปร x และ y เป็นหน่วยการทำงานต่อตัวละคร 1 ตัว และช่วงเวลา 1 หน่วย จากนั้นสร้างสมการตามเงื่อนไขของโจทย์ และกำหนดสิ่งที่โจทย์ถามเป็นตัวแปรอีกตัว

ตัวอย่าง **ในการทำนา 1 แปลงของกลุ่มชาวนากลุ่มหนึ่ง ถ้าใช้ผู้ชาย 11 คนและผู้หญิง 13 คน จะต้องใช้เวลาในการทำงาน 2 วันรวมกันถึงจะเสร็จ แต่ถ้าใช้ผู้ชาย 2 คนและผู้หญิง 3 คน จะใช้เวลาทำเสร็จ 10 วัน อยากทราบว่าถ้าใช้ผู้ชาย 5 คนและผู้หญิง 4 คน จะต้องใช้เวลาในการทำงานกี่วัน**

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรให้ตัวละคร 1 ตัวต่อช่วงเวลา 1 วัน

ให้ผู้ชาย 1 คน ทำงาน 1 วัน ได้งาน x หน่วย

และ ให้ผู้หญิง 1 คน ทำงาน 1 วัน ได้งาน y หน่วย

ขั้นที่ 2 สร้างสมการตามเงื่อนไขของโจทย์

ผู้ชาย 11 คนและผู้หญิง 13 คน จะต้องใช้เวลาในการทำงาน 2 วัน หมายความว่า

ผู้ชายทำงาน 11 คน ทำงาน 2 วัน จะได้งานเป็นตัวแปร $22x$

ส่วนผู้หญิง 13 คน ทำงาน 2 วัน จะได้งานเป็นตัวแปร $26y$

จึงได้สมการ $22x + 26y$ เป็นสมการที่ ①

ผู้ชาย 2 คนและผู้หญิง 3 คน จะใช้เวลาทำเสร็จ 10 วัน หมายความว่า

ผู้ชายทำงาน 2 คน ทำงาน 10 วัน จะได้งานเป็นตัวแปร $20x$ ส่วนผู้หญิง 3 คน ทำงาน 10 วัน จะได้งานเป็นตัวแปร $30y$

จึงได้สมการ $20x + 30y$ เป็นสมการที่ ②

ขั้นที่ 3 กำหนดสิ่งที่ตัวแปรอยากทราบเป็นตัวแปรอีกตัว นั่นคือ วันในการทำงาน กำหนดให้เป็น z วัน

ผู้ชาย 5 คนและผู้หญิง 4 คน จะต้องใช้เวลาในการทำงาน z วัน หมายความว่า ผู้ชาย 5 คน ใช้เวลาในการทำงาน z วัน จะได้งานเป็นตัวแปร 5xz และผู้หญิง 4 คน ใช้เวลาในการทำงาน z วัน จะได้งานเป็นตัวแปร 4yz จึงได้สมการ 5xz + 4yz เป็นสมการที่ ③

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาสมการ เนื่องจากงานทุกงานเป็นงานชิ้นเดียวกัน สมการทุกสมการจึงเท่ากัน

$$22x + 26y \quad \text{..........①}$$

$$20x + 30y \quad \text{..........②}$$

$$5xz + 4yz \quad \text{..........③}$$

① = ②,
$$\begin{aligned} 22x + 26y &= 20x + 30y \\ 22x - 20x &= 30y - 26y \\ 2x &= 4y \\ x &= 2y \end{aligned}$$

แทนค่า x = 2y ในสมการที่ ②, $20(2y) + 30y = 70y$ ....④

แทนค่า x = 2y ในสมการที่ ③, $5(2y)z + 4yz = 14yz$ ....⑤

④ = ⑤,
$$\begin{aligned} 70y &= 14yz \\ \frac{70y}{14y} &= z \\ z &= 5 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผู้ชาย 5 คน ผู้หญิง 4 คน จะใช้เวลาในการทำงาน 5 วัน

เกี่ยวกับกระแสน้ำหรือเกี่ยวกับการเดินทางที่มีลมมาเกี่ยวข้อง

เราจำเป็นต้องทราบก่อนว่า ความเร็ว (หน่วย/ชั่วโมง) = ระยะทาง (หน่วย) ÷ เวลา (ชั่วโมง)

จากนั้นระบบสมการที่เกี่ยวกับการเดินทางที่มีลมมาเกี่ยวข้อง กำหนดให้ความเร็วของการเคลื่อนที่ในอัตราเร็วธรรมดาเป็นตัวแปร x หน่วย/ชั่วโมง และความเร็วของลมหรือกระแสน้ำเป็นตัวแปร y หน่วย/ชั่วโมง จากนั้นให้คิดตามหลักความเป็นจริงว่า หากเดินทางตามกระแสน้ำหรือตามกระแสลม จะเคลื่อนไหวได้เร็วขึ้น จึงเป็น x + y หน่วย/ชั่วโมง และหากเดินทางทวนกระแสน้ำหรือกระแสลม จะทำให้เคลื่อนไหวช้าลง จึงเป็น x − y หน่วย/ชั่วโมง

ตัวอย่าง **ชาวประมงออกแล่นเรือเพื่อหาปลา แล่นเรือจากฝั่งไปยังจุดที่หาปลาระยะทาง 117 กิโลเมตร ซึ่งเป็นการแล่นเรือทวนกระแสน้ำใช้เวลา 2.5 ชั่วโมง จากนั้นแล่นกลับมาที่เส้นทางเดิมด้วยอัตราเร็วเท่าเดิมเพื่อกลับฝั่ง เป็นการแล่นเรือตามกระแสน้ำ จึงใช้เวลาเพียง 1.5 ชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของกระแสน้ำ**

ขั้นที่ 1 กำหนดอัตราเร็วของเรือในน้ำนิ่งเป็น x กิโลเมตร/ชั่วโมง
กำหนดอัตราเร็วของกระแสน้ำเป็น y กิโลเมตร/ชั่วโมง

ขั้นที่ 2 อัตราเร็วของการแล่นเรือทวนกระแสน้ำ = $\frac{117}{2.5}$ = 46.8 กิโลเมตร/ชั่วโมง

อัตราเร็วของการแล่นเรือตามกระแสน้ำ = $\frac{117}{1.5}$ = 78 กิโลเมตร/ชั่วโมง

เขียนในรูปสมการจะได้ $x - y = 46.8$ เป็นสมการที่ 1

$x + y = 78$ เป็นสมการที่ 2

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของสมการ $x - y = 46.8$ 1

$x + y = 78$ 2

1 + 2, $2x = 124.8$

$x = 62.4$

แทนค่า $x = 62.4$ ในสมการที่ 2, $62.4 + y = 78$

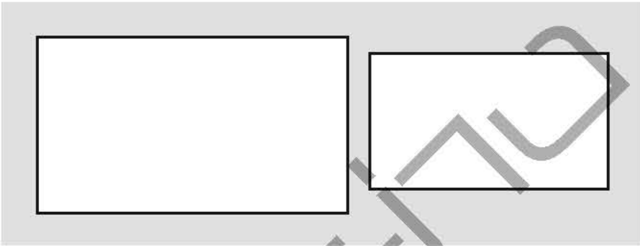
$y = 15.6$

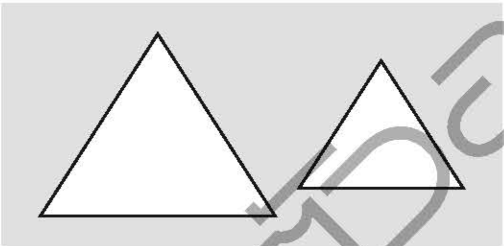
ดังนั้น อัตราเร็วของกระแสน้ำคือ 15.6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

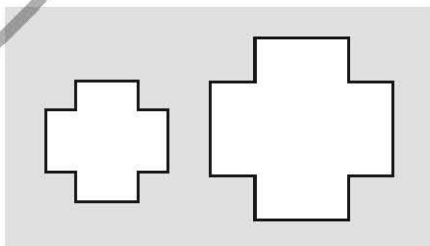
ความคล้าย

ความคล้ายในทางคณิตศาสตร์หมายถึง สิ่งใด ๆ ที่ตัวมันมีลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายกับส่วนย่อย ๆ ของตัวมันเอง ซึ่งในเรื่องความคล้ายนี้จะกล่าวถึงรูปเรขาคณิตที่มีความคล้ายกันแต่มีขนาดที่ต่างกัน

ตัวอย่างเช่น







(รูปเรขาคณิตเหล่านี้มีความคล้ายกัน คือ มีรูปทรงที่เหมือนกัน แต่มีขนาดที่ต่างกัน)

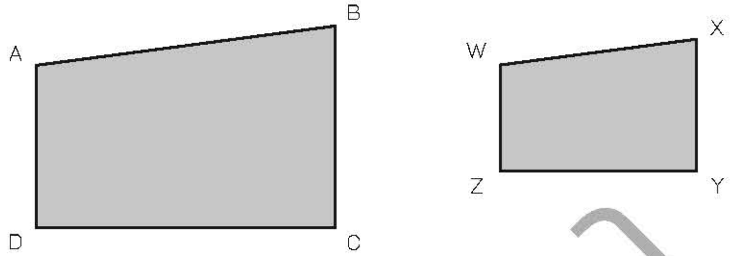
เมื่อรูปเรขาคณิต X และรูปเรขาคณิต Y มีความคล้ายกัน เขียนในรูปแบบ X ~ Y

คุณสมบัติของความคล้าย

1. สมบัติการสะท้อน	รูปเรขาคณิต X คล้ายกับรูปเรขาคณิต X (X ~ X)
2. สมบัติสมมาตร	รูปเรขาคณิต X คล้ายกับรูปเรขาคณิต Y (X ~ Y)
	รูปเรขาคณิต Y คล้ายกับรูปเรขาคณิต X (Y ~ X)
3. สมบัติการถ่ายทอด	รูปเรขาคณิต X คล้ายกับรูปเรขาคณิต Y (X ~ Y)
	รูปเรขาคณิต Y คล้ายกับรูปเรขาคณิต Z (Y ~ Z)
	รูปเรขาคณิต X คล้ายกับรูปเรขาคณิต Z (X ~ Z)

บทนิยามความคล้าย

1. ขนาดของมุมจะต้องเท่ากันเป็นคู่ ทุกคู่
2. อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

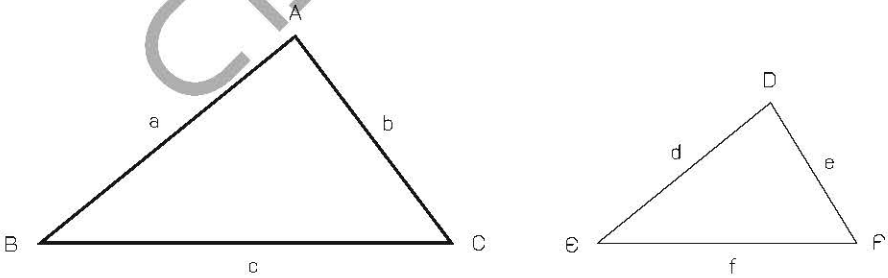


จะบอกได้ว่า ถ้ารูปที่ 1 และรูปที่ 2 เป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน แล้วมุม A เท่ากับมุม W, มุม B เท่ากับมุม X, มุม C เท่ากับมุม Y และมุม D เท่ากับมุม Z

จะสรุปได้ว่า $\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{AD}{WZ}$

ตัวอย่าง

1. กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ โดยที่ $\overline{AC}$ ยาว 6 เซนติเมตร $\overline{AB}$ ยาว 9 เซนติเมตร $\overline{DE}$ ยาว 5 เซนติเมตร จงหาความยาวของ $\overline{DF}$



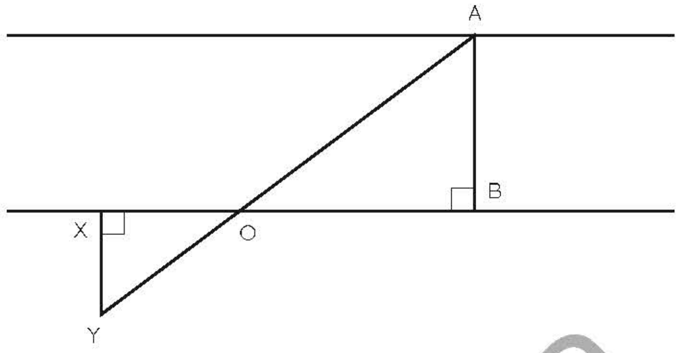
จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายจะได้ $\frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

แทนค่าจะได้ $\frac{6}{e} = \frac{9}{5}$

$e = \frac{6 \times 5}{9} = 3.34 \cong 3.3$

ดังนั้น ความยาวของ $\overline{DF}$ = 3.3 โดยประมาณ

2. จากรูป ถนนสายหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้ $\overline{XY}$ ยาว 10 เมตร $\overline{BY}$ ยาว 30 เมตร และ $\overline{YO}$ ยาว 12 เมตร ถ้าต้องการเดินข้ามถนนนี้สามรอบจะคิดเป็นระยะทางเท่าใด



พิจารณาจาก $\triangle ABO$ และ $\triangle XYO$

จะได้ว่า $A\hat{B}O = X\hat{Y}O$ เป็นมุมฉากทั้งคู่

$A\hat{O}B = X\hat{O}Y$ มุมตรงข้าม

$B\hat{A}O = Y\hat{X}O$ มุมแย้ง

ดังนั้น $\triangle ABO \sim \triangle XYO$

จากสมบัติความคล้ายจะได้ว่า $\dfrac{AB}{XY} = \dfrac{BO}{YO}$

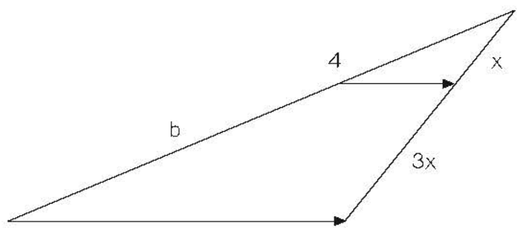
$BO = BY - YO = 30 - 12 = 18$

ดังนั้น $AB = \dfrac{BO \times XY}{YO} = \dfrac{18 \times 10}{12} = 15$

ดังนั้น ความกว้างของถนนสายนี้เป็น 15 เมตร

เพราะฉะนั้น การเดินข้ามถนนสามรอบจะได้ $15 \times 3 = 45$ เมตร

3. จงหาค่าของ b ว่าเป็นเท่าไร โดยที่สามเหลี่ยมทั้งสองนี้เป็นสามเหลี่ยมคล้าย



จากรูปจะได้ว่า

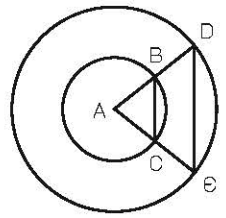
$$\frac{4 + b}{4} = \frac{3x + x}{x} = \frac{4x}{x}$$

$4 + b = 4 \times 4 = 16$

$\therefore\ b = 16 - 4 = 12$

ดังนั้น ค่าของ b คือ 12 หน่วย

4.



วงกลมในรูปมีจุด A เป็นจุดศูนย์กลางร่วมกัน ถ้าวงกลมใหญ่มีรัศมียาว 5 หน่วย คอร์ด BC และ DE ยาว 2 และ 4 หน่วย ตามลำดับ แล้ววงกลมเล็กจะมีรัศมียาวกี่หน่วย

จากโจทย์ พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$

จะได้ว่า $B\hat{A}C = D\hat{A}E$ เป็นมุมร่วมกัน

$A\hat{B}C = A\hat{D}E$ เป็นมุมภายในบนด้านเดียวกันของเส้นตัด

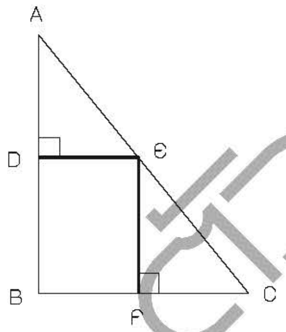
$A\hat{C}B = A\hat{E}D$ เป็นมุมภายในบนด้านเดียวกันของเส้นตัด

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

จากสมบัติความคล้ายจะได้ว่า $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DE}$

$$AB = \frac{BC \times AD}{DE} = \frac{2 \times 5}{4} = 2.5 \text{ หน่วย}$$

5.



จากรูปที่กำหนด DE = 9 หน่วย, EF = 12 หน่วย, FC = 10 หน่วย

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด

จากโจทย์จะได้ว่า พื้นที่สามเหลี่ยม ABC = $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$

เนื่องจาก $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$ และ $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC}$

จากโจทย์ พิจารณา $\triangle ADE$ และ $\triangle EFC$

จะได้ว่า $A\hat{D}E = E\hat{F}C$ เป็นมุมฉากทั้งคู่

$D\hat{A}E = F\hat{E}C$ เป็นมุมภายในบนด้านเดียวกันของเส้นตัด

$D\hat{E}A = F\hat{C}E$ เป็นมุมภายในบนด้านเดียวกันของเส้นตัด

ดังนั้น $\triangle ADE \sim \triangle FCE$

จากสมบัติความคล้ายจะได้ว่า $\dfrac{AD}{EF} = \dfrac{DE}{FC}$

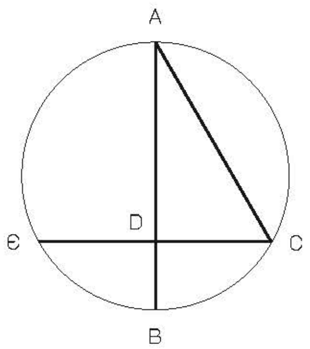
$$AD = \frac{EF \times DE}{FC} = \frac{12 \times 9}{10} = 10.8 \text{ หน่วย}$$

เนื่องจาก $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$ และ $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC}$

จะได้ $\overline{AB} = 10.8 + 12 = 22.8$ และ $BC = 9 + 10 = 19$

พื้นที่สามเหลี่ยม ABC = $\frac{1}{2} \times 22.8 \times 19 = 216.6$ ตารางหน่วย

6.



เส้นผ่านศูนย์กลาง AB แบ่งครึ่งคอร์ด EC ที่จุด D ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด EC

AC = 12 หน่วย, AB = 13 หน่วย

ความยาวของส่วนของเส้นตรง AD เป็นเท่าใด

จากโจทย์ ลากเส้น $\overline{BC}$ เพื่อสร้างสามเหลี่ยม ABC

มุม $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก มุมบนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

มุม $A\hat{D}C$ เป็นมุมฉาก เส้นผ่านศูนย์กลางที่แบ่งครึ่งคอร์ดจะทำให้เกิดมุมฉากเสมอ

พิจารณาสามเหลี่ยม ABC

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

แทนค่าจะได้ $13^2 = 12^2 + BC^2$

จะได้ $BC = 5$ หน่วย

พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$

จะได้ว่า ACB = ADC เป็นมุมฉาก

BAC = CAD เป็นมุมร่วม

มุมภายในของสามเหลี่ยมมีค่า 180 องศา จะได้ว่า

มุม DCA = 180 − ADC − DAC ....(1)

ABC = 180 − BCA − BAC ....(2)

เนื่องจาก ACB = ADC และ BAC = CAD

นำสมการที่ (1) − (2) จะได้ว่า DCA = ABC

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADC$

จากสมบัติความคล้ายจะได้ว่า $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$

$$AD = \frac{AC \times AC}{AB} = \frac{12 \times 12}{13} = \frac{144}{13} \text{ หน่วย}$$

กรณฑ์ที่สองและที่สาม

บทนิยาม

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 a และ b เป็นจำนวนจริง
b เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $b^n = a$
เรียก $\sqrt[n]{a}$ ว่าค่ารากที่ n ของ a หรือกรณฑ์ที่ n ของ a

มีข้อสรุปทั่วไปของรากที่ n ดังนี้

1. ถ้า $a = 0$ $\sqrt[n]{a} = 0$
2. ถ้า $a > 0$ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริง
3. ถ้า $a < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่ $\sqrt[n]{a}$ จะเป็นจำนวนลบ
   เป็นจำนวนคู่ $\sqrt[n]{a}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

ตัวอย่าง

1. รากที่สองของ $4 = 2$ เพราะว่า $2^2 = 4$
2. รากที่สามของ $27 = 3$ เพราะว่า $3^3 = 27$

สมบัติของรากที่ n

1. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ เมื่อ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริง เช่น $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$
2. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ $a \geq 0$
   $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ $a < 0$ และ a เป็นจำนวนคี่บวก
   เช่น $\sqrt{3^2} = 3$
3. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$
   เช่น $\sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
   $= 4\sqrt{2}$

4. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

เช่น $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

$= \frac{2}{3}$

สมบัติการสลับที่

1. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$
2. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{b} \times \sqrt{a}$

สมบัติการเปลี่ยนหมู่

1. $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{c} = \sqrt{a} + (\sqrt{b} + \sqrt{c})$
2. $(\sqrt{a} \times \sqrt{b}) \times \sqrt{c} = \sqrt{a} \times (\sqrt{b} \times \sqrt{c})$

สมบัติการแจกแจง

$(\sqrt{a} \times \sqrt{b}) + (\sqrt{a} \times \sqrt{c}) = \sqrt{a} \times (\sqrt{b} + \sqrt{c})$

วิธีหารากที่สอง

การหารากที่สองของเลขสามารถหาได้หลายวิธี ดังนี้

1. การแยกตัวประกอบให้เป็นตัวประกอบกำลังสองสมบูรณ์

ตัวอย่าง จงหารากที่สองของ $\sqrt{2,500}$

เนื่องจาก $\sqrt{2,500} = \sqrt{25 \times 100}$ เรารู้ว่า $25 = 5 \times 5$ และ $100 = 10 \times 10$

$= \sqrt{5 \times 5 \times 10 \times 10}$

เราสามารถเขียนรากที่สองในรูปแบบตัวประกอบได้อย่างนี้แล้วนำเลขที่มีคู่ของตัวเองออกมานอกเครื่องหมายซึ่งในกรณีนี้ก็คือ 5 และ 10 ออกมาคูณกัน ดังนั้น รากที่สองของ 2,500 = 50

แต่ในกรณีที่ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้สมบูรณ์ซึ่งก็คือหลังจากแยกตัวประกอบแล้วมีเลขที่ไม่มีคู่เหลือในเครื่องหมายให้นำออกมาเฉพาะเลขที่มีคู่หรือถ้าจำเป็นก็ให้ประมาณค่า

ตัวอย่าง

1. จงหารากที่สองของ $\sqrt{45}$

เนื่องจาก $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5}$

$= \sqrt{3 \times 3 \times 5}$

ดังนั้น รากที่สองของ 45 = $3\sqrt{5}$

2. จงหารากที่สอง $\sqrt{35}$

เรารู้ว่า $\sqrt{36} = 6$ และ $\sqrt{25} = 5$

ดังนั้น $\sqrt{35} = 5.9$

2. การหารากที่สองด้วยการหารสั้น

ตัวอย่าง จงหารากที่สองของ $\sqrt{900}$

จงหา $\sqrt{900}$

จะได้ว่า

2)900

2)450

3)225

3) 75

5) 25

5

ดังนั้น $\sqrt{900} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = 2 \times 3 \times 5 = 30$

3. การหารากที่สองด้วยการหารยาว

ตัวอย่าง จงหารากที่สองของ $\sqrt{361}$

3, 61 ⟵ 1. แบ่งตัวเลขซึ่งเป็นตัวตั้งจากขวาสุดไปทางซ้ายเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2 ตัว ได้ “3” และ “61”

1

1 | 3, 61 ⟵ 2. หาจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่ยกกำลังสองแล้วไม่เกินตัวเลขในกลุ่มแรก คือ “3” ได้ 1 เขียน 1 ซึ่งเป็นผลหารไว้บน 361 และ 1 ซึ่งเป็นตัวหารไว้หน้าจำนวน 361

```
    1
1 | 3, 61
  | 1
  | 261
```

3. นำ 1 ซึ่งเป็นผลหารไปคูณกับ 1 ซึ่งเป็นตัวหาร ได้ 1×1 เท่ากับ 1 นำไปลบออกจาก 3 ได้ 2 แล้วนำตัวตั้งที่เหลือกลุ่มถัดไปคือ “61” มาต่อท้าย ได้ 261 เป็นตัวตั้งต่อไป

```
     1 9
1  | 3, 61
   | 1
29 | 261
```

4. นำ 2 ไปคูณผลหาร 1 ได้ 2 แล้วหาตัวเลขหลักเดียวที่มากที่สุดมาต่อท้าย 2 ของตัวหาร ซึ่งจะทำให้ผลคูณของจำนวนนี้กับเลขหลักเดียวดังกล่าวไม่เกิน 261 ในที่นี้คือ 9 เขียน 9 ต่อท้าย 1 ที่ผลหารข้างบน และต่อท้าย 2 ที่ตัวหารข้างหน้า ดังนั้น ตัวหารคือ 29 และผลหารคือ 19

```
     1 9
1  | 3, 61
   | 1
29 | 261
   | 261
```

5. นำ 9 จากผลหารมาคูณตัวหาร คือ 29 ได้ 261 นำไปลบออกจากตัวตั้ง ได้ 0 พอดี

6. ดังนั้น $\sqrt{361} = 19$ ซึ่งเป็นผลหาร

การบวก ลบ คูณ หารกรณฑ์

การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์จะหาได้เมื่อกรณฑ์มีอันดับเดียวกันและจำนวนที่อยู่ภายในเครื่องหมายกรณฑ์ต้องเท่ากัน ส่วนการหาผลคูณ สามารถทำได้เมื่อเครื่องหมายกรณฑ์มีอันดับเดียวกัน

ตัวอย่าง

1. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = ?$

วิธีทำ ให้เรามองว่า $\sqrt{2}$ เป็นตัวแปร x

จะได้ $\sqrt{2} = x$

ก็จะกลายเป็น $3x + 5x = 8x$

เนื่องจาก $x = \sqrt{2}$ ดังนั้น $8x = 8\sqrt{2}$

ตอบ $8\sqrt{2}$

ในกรณีของลบก็ทำได้แบบเดียวกัน

2. $27\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = ?$

วิธีทำ $27\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = 15\sqrt{5}$

ตอบ $15\sqrt{5}$

คำนิยม

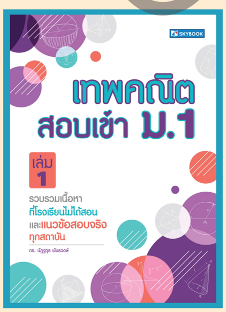
ตั้งแต่เป็นนักเขียนและจัดทำหนังสือสำหรับ ม. ต้น มาเป็นระยะเวลา 10 ปี **“หนังสือเล่มนี้ เป็นหนังสือที่ดีที่สุด”** สมบูรณ์แบบ รวมถึงครบในสาระมากที่สุด จัดเป็นตำราที่เกิดจากการรวมตัวกันของคณาจารย์และผู้มีคุณวุฒิที่ชำนาญการในวิชาการต่าง ๆ ถ่ายทอดจนกลายเป็นตำราทางวิชาการที่ทรงคุณค่า ครบทุกสาระวิชา

ใครที่ต้องการ **“เพิ่มเกรด”** ในห้องเรียน หนังสือเล่มนี้ สามารถช่วยให้ได้เกรด 4 ได้โดยไม่ยาก ส่วนใครที่ต้องการ **“สอบเข้า”** ถ้าได้ทำความเข้าใจเนื้อหาได้ครบถ้วนแล้ว รับรองได้ว่าจะสามารถสอบเข้าได้อย่างแน่นอน

ขอให้โชคดีครับ
ดร. บัณฑูวุธ พันธวงษ์
ผู้อำนวยการสถาบันบ้านครูมด

สรุปข้อสอบ
ม. 3 เข้า ม. 4 (5 วิชา)

สรุปเนื้อหา
ม. 3 เข้า ม. 4 (5 วิชา)



เทพคณิตสอบเข้า ม.1
(เล่ม 1)

เทพคณิตสอบเข้า ม.1
(เล่ม 2)

หมวดคู่มือเตรียมสอบ
สรุปเนื้อหา
ม. 3 เข้า ม. 4
(5 วิชา)
ISBN : 978-616-213-934-5
350 บาท
e-book

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย
บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7
ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130
โทรศัพท์ 0-2958-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร 0-2567-5105
www.skybook.co.th e-mail: sales@skybook.co.th