หนังสือเล่มนี้เรียบเรียงตามจุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2556
ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

รหัสวิชา 2128-1002

ได้ผ่านการตรวจประเมินคุณภาพจากสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2558 ครั้งที่ 2
ประเภทวิชาอุตสาหกรรม สาขาวิชาเทคนิคคอมพิวเตอร์ ลำดับที่ 114

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

85.-

ผู้แต่ง ฝ่ายตำราวิชาการคอมพิวเตอร์

ซีเอ็ด

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

โดย ฝ่ายตำราวิชาการคอมพิวเตอร์

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

ฝ่ายตำราวิชาการคอมพิวเตอร์.

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์. --กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น, 2557.
192 หน้า.
1. คณิตศาสตร์.
I. ชื่อเรื่อง.

519.4

Barcode (e-book) : 9786160842933

ผลิตและจัดจำหน่ายโดย

บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

1858/87-90 ถนนเทพรัตน แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260
โทรศัพท์ 0-2826-8000

หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ comment@se–ed.com

2128 - 1002 คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ 2-0-2

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. เข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกะศาสตร์เบื้องต้น พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น ดีเทอร์มีแนนซ์ เมตริกซ์ เซ็ตและฟังก์ชั่น
2. มีทักษะในการคำนวณทางคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์
3. มีคุณธรรม จริยธรรม และเจตคติที่ดีในการใช้คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกะศาสตร์เบื้องต้น พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น ดีเทอร์มีแนนซ์ เมตริกซ์ เซ็ตและฟังก์ชั่น
2. แสดงความรู้เกี่ยวกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกะศาสตร์เบื้องต้น พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น ดีเทอร์มีแนนซ์ เมตริกซ์ เซ็ตและฟังก์ชั่น


SE-ED
inspiration starts here

คำนำ

หนังสือ **คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ รหัส 2128-1002** เล่มนี้ ได้รับการเรียบเรียงขึ้นเพื่อนำไปใช้เป็นหนังสือประกอบการเรียนในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2556 (เพิ่มเติม พ.ศ. 2557) ประเภทวิชาอุตสาหกรรม สาขาวิชาเทคนิคคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีเนื้อหาครอบคลุมและตรงตามหลักสูตรของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

เนื้อหาภายในเล่มประกอบด้วย 7 บทด้วยกัน โดยเริ่มจาก ระบบจำนวน, ระบบเลขฐาน, การแทนค่าและหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์, ตรรกศาสตร์เบื้องต้น, พีชคณิตบูลีนและวงจรลอจิกเบื้องต้น, พีชคณิตเชิงเส้นและเมทริกซ์ และความสัมพันธ์และฟังก์ชั่น โดยมุ่งเน้นการอธิบายด้วยการใช้ภาษาง่ายๆ มีตัวอย่างต่างๆ ให้ปฏิบัติตามวิธีทำเพื่อให้ผู้อ่านเกิดความเข้าใจได้ถ่องแท้มากขึ้น พร้อมกับแบบทดสอบประเมินผลการเรียนรู้เพื่อทดสอบความรู้ความเข้าใจ

ท้ายนี้ ทางทีมงานฝ่ายตำราวิชาการคอมพิวเตอร์ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อคุณครู นักศึกษา และช่วยให้เกิดความเข้าใจในหลักคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับระบบคอมพิวเตอร์

ขอขอบพระคุณผู้อ่านทุกท่าน
ฝ่ายตำราวิชาการคอมพิวเตอร์
บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
textbook@se-ed.com


SE-ED
inspiration starts here

สารบัญ

1

ระบบจำนวน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. ทราบประวัติความเป็นมาของระบบจำนวน
2. เข้าใจในโครงสร้างของระบบเลขจำนวนจริง
3. บอกสมบัติของจำนวนจริงในรูปแบบต่างๆ ได้
4. บอกความแตกต่างระหว่างสมการและอสมการได้
5. บอกคุณสมบัติต่างๆ เกี่ยวกับการไม่เท่ากันของจำนวนจริงได้
6. มีความรู้เกี่ยวกับเส้นจำนวนและสามารถกำหนดช่วงของจำนวนแต่ละรูปแบบได้

ประวัติความเป็นมาของระบบจำนวน

ระบบจำนวน ถูกนำมาใช้เพื่อแสดงปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการนับและการวัด โดยสัญลักษณ์จำนวนที่ใช้แสดงถึงค่าตัวเลข (เช่น 1, 2, 3) ก็คือตัวเลขฮินดูอารบิก (Hindu-Arabic Numerals) ซึ่งมีต้นกำเนิดมาจากประเทศอินเดียโบราณ จนกระทั่งต่อมา นักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลีนามว่า ลีโอนาร์โด ปิซาโน (Leonardo Pisano) ได้นำศาสตร์วิทยาการนี้มาศึกษาต่อในเชิงลึก จนพิสูจน์ได้ว่า ตัวเลขอินเดียทั้งเก้าตัวคือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 พร้อมกับเลข 0 (เลขฐานสิบ) จะทำให้เราสามารถเขียนจำนวนตัวเลขเท่าใดก็ได้ และด้วยหลักการคำนวณด้วยเลขอารบิกนั้นมีความง่ายและนำมาใช้งานได้ดีกว่าตัวเลขโรมัน โดยภายหลังจากที่เขาได้ศึกษาในเชิงลึก ก็ได้มีการเผยแพร่หลักการเขียนและวิธีคำนวณระบบจำนวนที่กำหนดค่าตามตำแหน่งของเลขอารบิก จนนำไปใช้ประโยชน์ต่างๆ มากมาย ไม่ว่าจะเป็นการทำบัญชีการค้า การแปลงหน่วยการชั่งการวัด และการแลกเปลี่ยนเงินตรา เป็นต้น

รูปที่ 1.1 ลีโอนาร์โด ปิซาโน

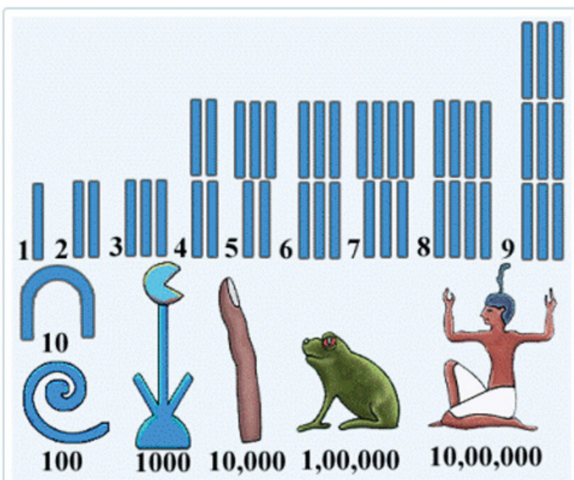
0 1 2 3 4

5 6 7 8 9

รูปที่ 1.2 เลขอารบิก 10 ตัว (0 – 9)

อย่างไรก็ตาม ก่อนที่ระบบเลขอารบิกจะได้รับการยอมรับเป็นมาตรฐานสากลจนถึงทุกวันนี้นั้น มนุษย์ยุคก่อนก็ได้มีการคิดค้นระบบตัวเลขมายาวนานหลายยุคหลายสมัย สำหรับระบบพื้นฐานที่สุดที่นำมาใช้นับจำนวนวัตถุด้วยการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน หรือที่เรียกกันว่า **"ระบบยูนารี (Unary Systems)"** ซึ่งระบบดังกล่าวนำมาใช้ประโยชน์ได้แค่เพียงนับปริมาณตัวเลขจำนวนเล็กน้อย โดยเฉพาะตัวเลขค่ามากๆ จะไม่สามารถทำได้ ที่หลายคนรู้จักกันดีก็คือ ระบบเลขโรมันและอียิปต์โบราณนั่นเอง และในเวลาถัดมา ระบบเลขเหล่านี้ก็ได้ถูกแทนที่ในภายหลังด้วยระบบอื่นๆ ตามวิวัฒนาการ จนกระทั่งมาจบที่ **"ระบบเลขเชิงตำแหน่ง (Positional System)"** ที่ใช้งานจนถึงปัจจุบัน

I	1	XXI	21	XLI	41	LXI	61	LXXXI	81
II	2	XXII	22	XLII	42	LXII	62	LXXXII	82
III	3	XXIII	23	XLIII	43	LXIII	63	LXXXIII	83
IV	4	XXIV	24	XLIV	44	LXIV	64	LXXXIV	84
V	5	XXV	25	XLV	45	LXV	65	LXXXV	85
VI	6	XXVI	26	XLVI	46	LXVI	66	LXXXVI	86
VII	7	XXVII	27	XLVII	47	LXVII	67	LXXXVII	87
VIII	8	XXVIII	28	XLVIII	48	LXVIII	68	LXXXVIII	88
IX	9	XXIX	29	XLIX	49	LXIX	69	LXXXIX	89
X	10	XXX	30	L	50	LXX	70	XC	90
XI	11	XXXI	31	LI	51	LXXI	71	XCI	91
XII	12	XXXII	32	LII	52	LXXII	72	XCII	92
XIII	13	XXXIII	33	LIII	53	LXXIII	73	XCIII	93
XIV	14	XXXIV	34	LIV	54	LXXIV	74	XCIV	94
XV	15	XXXV	35	LV	55	LXXV	75	XCV	95
XVI	16	XXXVI	36	LVI	56	LXXVI	76	XCVI	96
XVII	17	XXXVII	37	LVII	57	LXXVII	77	XCVII	97
XVIII	18	XXXVIII	38	LVIII	58	LXXVIII	78	XCVIII	98
XIX	19	XXXIX	39	LIX	59	LXXIX	79	XCIX	99
XX	20	XL	40	LX	60	LXXX	80	C	100
								D	500
								M	1000



รูปที่ 1.3 เลขโรมันและอียิปต์โบราณ

(ล้าน)	(แสน)	(หมื่น)	(พัน)	(ร้อย)	(สิบ)	(หน่วย)	หลัก
1,000,000	100,000	10,000	1,000	100	10	1	ค่าในแต่ละหลัก

รูปที่ 1.4 ค่าตำแหน่งในแต่ละหลักของระบบเลขฐานสิบ

และด้วยระบบเลขฐานสิบเป็นระบบเลขในเชิงตำแหน่ง ดังนั้น ค่าใดๆ ในฐานสิบจะเท่ากับการนำค่าตัวเลขแต่ละหลักมาคูณด้วยกำลังสิบและนำมาบวกกัน ด้วยหลักการดังกล่าวจึงสามารถนำมาใช้นับจำนวนตัวเลขที่มีค่ามากๆ ได้เป็นอย่างดี ครั้นเมื่อนำค่า 371 มาแทนค่าในแต่ละหลักก็จะได้ดังรูปที่ 1.5 ต่อไปนี้

3	7	1	← ชุดตัวเลข
(100)	(10)	(1)	← หลัก

รูปที่ 1.5 การนำค่า 371 ของเลขฐานสิบมาแทนค่าในแต่ละหลัก

ดังนั้น

$$371 = 300 + 70 + 1$$

หรือ

$$371 = (3 \times 10^2) + (7 \times 10^1) + (1 \times 10^0)$$

ระบบจำนวนจริง

ในการศึกษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ล้วนเกี่ยวข้องกับ “จำนวน” เสมอ โดยมีการนำจำนวนต่างๆ มาจัดเป็นกลุ่มเป็นพวกเดียวกันที่เรียกว่า “เซต” ทั้งนี้จำนวนใดๆ จะอยู่ในเซตเดียวกันหรือไม่ ขึ้นอยู่กับลักษณะหรือคุณสมบัติของจำนวนนั้นๆ ว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร สำหรับเซตของจำนวนต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซตของจำนวนจริง ประกอบไปด้วยรายละเอียดดังนี้

1. เซตของจำนวนเต็มบวก หรือเซตของจำนวนนับ

จำนวนนับ (Natural Number) จัดเป็นระบบจำนวนที่มนุษย์คิดค้นขึ้นเป็นครั้งแรก โดยเฉพาะการนำไปใช้นับวัตถุสิ่งของ ในขณะเดียวกัน **จำนวนเต็มบวก (Positive Number)** ก็คือเลขจำนวนนับนั่นเอง สำหรับเซตของจำนวนเต็มบวก จะประกอบไปด้วยสมาชิกของตัวเลขจำนวนเต็มบวกต่างๆ (เช่น 1, 2, 3, 4, 5, ...) ซึ่งมักนิยมเขียนแทนด้วย N หรือ I^+ ตัวอย่างเช่น

$$N = I^{+} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

2. เซตของจำนวนเต็มลบ

จำนวนเต็มลบ (Negative Number) หมายถึงจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ มักนิยมเขียนแทนด้วย I^{-} แทนเซตดังกล่าว ตัวอย่างเช่น

$$I^{-} = \{-1, -2, -3, -4, -5, ...\}$$

3. เซตของจำนวนเต็มศูนย์

ศูนย์ (Zero) ก็คือ เลขที่ไม่มีค่า กล่าวคือเลขศูนย์มิใช่เลขจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ แต่เลขศูนย์ก็ยังสามารถบ่งบอกปริมาณสิ่งที่นับได้เช่นกัน นั่นหมายถึงไม่มีค่า ตัวอย่างเช่น ถ้ามีวัตถุภายในกล่องเท่ากับศูนย์ชิ้น นั่นหมายความว่าไม่มีวัตถุใดๆ ภายในกล่องเลย ดังนั้น เซตของศูนย์ ก็จะมีเพียงสมาชิกเพียงตัวเดียวคือ {0} หรือเรียกว่าเซตว่าง

4. เซตของจำนวนเต็ม

เลขจำนวนเต็ม (Integer) ก็คือเหล่าเลขจำนวนเต็มชนิดต่างๆ นั่นเอง ดังนั้นเมื่อแทนค่า I เป็นเลขจำนวนเต็ม เซตของ I ก็จะประกอบไปด้วยเหล่าสมาชิกของเลขจำนวนเต็มลบ เลขจำนวนเต็มศูนย์ และเลขจำนวนเต็มบวก ดังนี้

$$I = \{ ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$$

5. เซตของเศษส่วน

เศษส่วน (Fraction) คือเลขที่มิใช่จำนวนเต็ม สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมได้ แต่มีเงื่อนไขว่า “เศษ” ต้องเป็นจำนวนเต็ม และ “ส่วน” ต้องเป็นจำนวนเต็มไม่เท่ากับศูนย์ และไม่สามารถตัดทอนให้เหลือส่วนเป็น 1 ได้ (เพราะจะกลายเป็นเลขจำนวนเต็ม) ตัวอย่างเซตของเศษส่วน เช่น

$$\frac{1}{2}, -\frac{512}{100}, \frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}$$

หรือเขียนเป็นเลขทศนิยมดังนี้

$$0.5, -5.12, 0.333..., 2.5$$

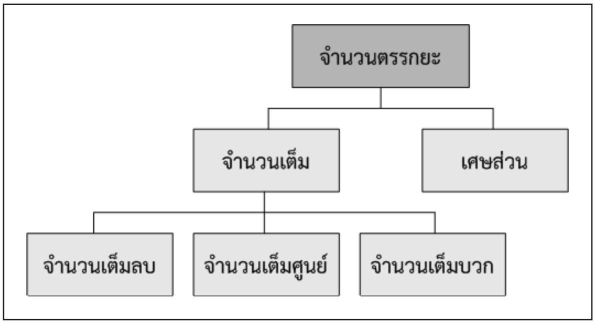
6. เซตของจำนวนตรรกยะ

จากรายละเอียดที่ผ่านมา ที่มีการกล่าวถึงเซตของจำนวนเต็ม (จำนวนเต็มลบ, จำนวนเต็มศูนย์, จำนวนเต็มบวก) กับเซตของเศษส่วน ครั้นเมื่อนำเซตทั้งสองมายูเนียน (Union) เข้าด้วยกัน ก็จะได้ **เซตของจำนวนตรรกยะ (Rational Number)** ซึ่งมักนิยมเขียนแทนด้วย Q เป็นตัวแทนของเซตดังกล่าว

นั่นหมายความว่า

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \text{ เมื่อ } a, b \in I \text{ และ } b \neq 0 \right\}$$

จึงสรุปได้ว่า จำนวนตรรกยะ หมายถึงเลขจำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนหรือเลขทศนิยมก็ได้ (ทั้งทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำกัน) ดังนั้น สมาชิกของเซตของจำนวนตรรกยะต้องเป็นเศษส่วน โดยส่วนต้องไม่ใช่ค่าศูนย์ *(ตัวหารที่มีค่าเป็นศูนย์ จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการหารเป็นค่าอนันต์ (Infinity) และหากมีการนำนิพจน์ดังกล่าวไปตั้งสูตรในคอมพิวเตอร์ ก็จะเกิดข้อผิดพลาดแสดงออกมาว่า "Divide by zero" ซึ่งหากพิจารณาตามหลักเลขจำนวนจริงแล้ว จะถือว่าค่าที่หารด้วยศูนย์นั้นไม่มีความหมายใดๆ)* ที่สำคัญ ตัวเศษและส่วนต่างก็เป็นจำนวนเต็มทั้งสิ้น และจากรูปที่ 1.6 นี้เอง เป็นผังสรุปโครงสร้างของเลขจำนวนตรรกยะ



รูปที่ 1.6 ผังสรุปโครงสร้างของเลขจำนวนตรรกยะ

คราวนี้ลองมาพิจารณาดูว่า เลขจำนวนต่อไปนี้ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

$\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะตรงตามเงื่อนไขที่ว่าด้วย $1, 2 \in I$ และ $2 \neq 0$

$\frac{x}{y}$ โดยที่ x = 10, y = 0

ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ y = 0

9.50 เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $9.50 = \frac{950}{100}$

3.3333 เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $\frac{10}{3} = 3.3333...$

0.157893... ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะเป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำ

$\sqrt{3}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะเป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำ

$\sqrt{49}$ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $\sqrt{49} = 7$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม

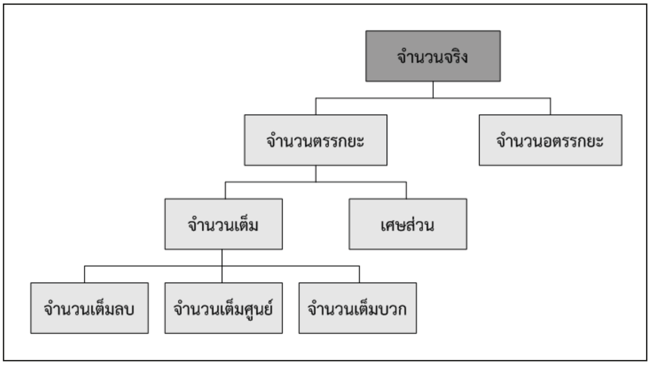
7. เซตของจำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะ (Irrational Number) จะตรงกันข้ามกันกับจำนวนตรรกยะ (มักเขียนแทนด้วย Q′) นั่นหมายความว่า จำนวนอตรรกยะก็คือจำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะนั่นเอง แต่สามารถเขียนอยู่ในรูปของทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำกัน ซึ่งทศนิยมประเภทนี้จะไม่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนได้ ตัวอย่างเช่น

$$\sqrt{2} \approx 1.41421356...$$
$$\sqrt{2} \approx 1.73205080...$$
$$\pi \approx 3.14159...$$

8. เซตของจำนวนจริง

ระบบจำนวนจริง (Real Number) เป็นระบบที่ครอบคลุมระบบจำนวนชนิดต่างๆ เป็นลำดับชั้น (มักเขียนแทนด้วย R) หรืออาจกล่าวได้ว่า ระบบจำนวนจริงก็คือยูเนียนของเซตจำนวนตรรกยะกับเซตจำนวนอตรรกยะ ซึ่งเป็นไปตามโครงสร้างดังรูปที่ 1.7



รูปที่ 1.7 โครงสร้างของระบบจำนวนจริง ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

และต่อไปนี้เป็นอักษรย่อที่มักใช้แทนเซตของระบบจำนวนจริง อันได้แก่

R = เซตของจำนวนจริง

R^+ = เซตของจำนวนจริงบวก

R^- = เซตของจำนวนจริงลบ

Q = เซตของจำนวนตรรกยะ

Q' = เซตของจำนวนอตรรกยะ

I = เซตของจำนวนเต็ม

I^+ = เซตของจำนวนเต็มบวก

I^- = เซตของจำนวนเต็มลบ

N = เซตของจำนวนนับ

I^0 = เซตของจำนวนเต็มศูนย์

สมบัติของจำนวนจริง

กฎกติกาต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบจำนวนจริง ที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อการอ้างอิง ประกอบด้วยคุณสมบัติดังต่อไปนี้ คือ สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก และสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ ซึ่งสามารถอธิบายตามรายละเอียดดังนี้

1. สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

1.1 สมบัติการสะท้อน

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า จำนวนจริงใดๆ ก็ตาม ต้องมีค่าเท่ากับจำนวนจริงนั้นๆ เสมอ กล่าวคือ ตัวมันเองย่อมเท่ากันกับตัวมันเอง ตัวอย่างเช่น

เมื่อให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว a ก็ย่อมเท่ากับ a

ดังนั้น

$a = a$ ย่อมหมายถึง $9 = 9$

1.2 สมบัติการสมมาตร

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีจำนวนจริง 2 จำนวนเท่ากัน จะเขียนจำนวนใดไว้ทางซ้ายมือของเครื่องหมายเท่ากับ หรือจะเขียนไว้ทางขวามือของเครื่องหมายเท่ากับก็ได้ ซึ่งก็ยังคงความหมายเหมือนเดิม ตัวอย่างเช่น

เมื่อให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ นั่นหมายความว่า $b = a$

ดังนั้น

ถ้า $10 = 4 + 6$ แล้ว $4 + 6 = 10$

1.3 สมบัติการถ่ายทอด

คุณสมบัติข้อนี้แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยง หรือความต่อเนื่องของการเท่ากัน ตัวอย่างเช่น

เมื่อให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = c$ นั่นหมายความว่า $a = c$

ดังนั้น

ถ้า $5^2 = 25$ และ $25 = 15 + 10$ แล้ว $5^2 = 15 + 10$

1.4 สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

คุณสมบัติข้อนี้ ได้แสดงให้เห็นว่า ถ้ามีจำนวนจริงใดๆ สองจำนวนเท่ากัน หากมีการเพิ่มเข้าไปอีกจำนวนละเท่าๆ กัน ผลลัพธ์ที่ได้ ก็ยังคงเท่ากันเสมอ ตัวอย่างเช่น

เมื่อให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

ดังนั้น

ถ้า $4^2 = 16$ แล้ว $4^2 + 4 = 16 + 4$

1.5 สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีจำนวนจริงใดๆ สองจำนวนเท่ากัน ถ้านำไปคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเท่ากัน ตัวอย่างเช่น

เมื่อให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a \cdot c = b \cdot c$

ดังนั้น

ถ้า $2^2 = 4$ แล้ว $2^2 \times 10 = 4 \times 10$

2. สมบัติการบวกในระบบจำนวนจริง

2.1 สมบัติปิดของการบวก

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้านำสมาชิกที่อยู่ใน R มาบวกกันแล้ว ผลที่ได้ก็ยังคงเป็นสมาชิกที่อยู่ใน R เสมอ กล่าวคือ จำนวนจริงบวกกับจำนวนจริง ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเป็นจำนวนจริง ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b \in R$ แล้ว $a + b \in R$

ดังนั้น

ถ้า $8, 9 \in R$ แล้ว $8 + 9 \in R$

2.2 สมบัติการสลับที่ของการบวก

คุณสมบัติข้อนี้เกี่ยวข้องกับ หากมีการนำสมาชิกใน R มาบวกกัน ก็สามารถนำสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งมาเป็นตัวตั้ง หรือเป็นตัวบวกก็ได้ ผลลัพธ์ที่ได้ย่อมเท่ากันเสมอ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b \in R$ แล้ว $a + b = b + a$

ดังนั้น

$5 + 6 = 6 + 5$

2.3 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีการนำจำนวนจริงหลายๆ จำนวนมาบวกกัน จะนำจำนวนจริงคู่ใดมาบวกกันก่อนก็ได้ ท้ายสุดเมื่อนำไปบวกเข้ากับจำนวนที่เหลือ ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเท่ากันเสมอ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b, c \in R$ แล้ว $a + (b + c) = (a + b) + c$

ดังนั้น

$1 + (2 + 3) = (1 + 2) + 3$

2.4 สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

คุณสมบัติข้อนี้ก็คือ ภายในเซตของจำนวนจริง จะมีจำนวนจริงพิเศษอยู่ตัวหนึ่งคือ 0 (ค่าศูนย์) ซึ่งเมื่อนำค่านี้ไปบวกกับจำนวนจริงใดๆ ผลที่ได้ก็ยังคงเป็นจำนวนจริงตัวนั้นเสมอ และยังมีคุณสมบัติของการสลับที่ด้วย จึงเรียก 0 ว่าเป็นเอกลักษณ์ของการบวก ตัวอย่างเช่น

ถ้าเซตของ R มี $0 \in R$ แล้ว $0 + a = a = a + 0$

ดังนั้น

$0 + 9 = 9 = 9 + 0$

2.5 สมบัติการมีอินเวิร์สของการบวก

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีการกำหนดสมาชิกใน R ขึ้นมา 1 ตัว ซึ่งจะเป็นตัวใดก็ได้ เช่น สมมติให้เป็น a ก็จะมี –a อยู่ใน R ด้วยเช่นกัน และสมาชิกทั้งสองจำนวนนี้ เมื่อนำมาบวกกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็น 0 นั่นคือ ในระบบจำนวนจริง จำนวน a จะมี –a เป็นอินเวิร์สของการบวก และการบวกกันนั้นยังสามารถสลับที่กันได้ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a \in R$ ก็จะมี $-a \in R$ แล้ว $(-a) + a = 0 = a + (-a)$

ดังนั้น

$(-1) + 1 = 0 = 1 + (-1)$

3. สมบัติการคูณในระบบจำนวนจริง

3.1 สมบัติปิดของการคูณ

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้านำสมาชิกที่อยู่ใน R มาคูณเข้าด้วยกัน ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเป็นสมาชิกอยู่ใน R เสมอ กล่าวคือ จำนวนจริงคูณกับจำนวนจริง ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเป็นจำนวนจริง ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b \in R$ แล้ว $a \cdot b \in R$

ดังนั้น

ถ้า $8, 9 \in R$ นั่นหมายความว่า $8 \times 9 \in R$

3.2 สมบัติการสลับที่ของการคูณ

คุณสมบัติข้อนี้เกี่ยวข้องกับ หากมีการนำสมาชิกใน R มาคูณกัน ก็สามารถนำสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งมาเป็นตัวตั้ง หรือเป็นตัวคูณก็ได้ ผลลัพธ์ที่ได้ย่อมเท่ากันเสมอ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b \in R$ แล้ว $a \cdot b = b \cdot a$

ดังนั้น

$5 \times 6 = 6 \times 5$

3.3 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีการนำจำนวนจริงหลายๆ จำนวนมาคูณกัน จะนำจำนวนจริงคู่ใดมาคูณกันก่อนก็ได้ ท้ายสุดเมื่อนำไปคูณเข้ากับจำนวนที่เหลือ ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเท่ากันเสมอ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a, b, c \in R$ แล้ว $a(b \cdot c) = (a \cdot b)c$

ดังนั้น

$1 \times (2 \times 3) = (1 \times 2) \times 3$

3.4 สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

คุณสมบัติข้อนี้ก็คือ ภายในเซตของจำนวนจริง จะมีจำนวนจริงพิเศษอยู่ตัวหนึ่งคือ 1 ซึ่งเมื่อนำค่านี้ไปคูณกับจำนวนจริงใดๆ ผลที่ได้ก็ยังคงเป็นจำนวนจริงตัวนั้นเสมอ และยังมีคุณสมบัติของการสลับที่ด้วย จึงเรียก 1 ว่าเป็นเอกลักษณ์ของการคูณ ตัวอย่างเช่น

ถ้าเซตของ R มี $1 \in R$ แล้ว $1 \cdot a = a = a \cdot 1$

ดังนั้น

$1 \times 9 = 9 = 9 \times 1$

3.5 สมบัติการมีอินเวิร์สของการคูณ

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ถ้ามีการกำหนดสมาชิกใน R ขึ้นมา 1 ตัว ที่มิใช่ 0 เช่น หาก กำหนดสมาชิกที่เป็นจำนวนจริงคือ a ก็จะมีจำนวนจริง a^{-1} (ซึ่งสามารถแทนด้วยค่า $\frac{1}{a}$) ครั้นเมื่อนำมาคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์ของการคูณ และการคูณกันนั้นสามารถสลับที่กันได้ ตัวอย่างเช่น

ถ้า $a \in R$ และ $a \neq 0$ ก็จะมี $a^{-1} \in R$ แล้ว $(a^{-1}) \cdot a = 1 = a \cdot (a^{-1})$

ดังนั้น

$(\frac{1}{2}) \times 2 = 1 = 2 \times (\frac{1}{2})$

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

- เรียนรู้เนื้อหาเกี่ยวกับ
  - ระบบจำนวน
  - ระบบเลขฐาน
  - การแทนค่าและหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์
  - ตรรกศาสตร์เบื้องต้น
  - พีชคณิตบูลีนและวงจรลอจิกเบื้องต้น
  - พีชคณิตเชิงเส้น เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์
  - เซต ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- อธิบายเป็นขั้นตอนพร้อมภาพประกอบด้วยภาษาที่เข้าใจง่าย
- เล็งเห็นความสำคัญในหลักคณิตศาสตร์ที่มีต่อระบบคอมพิวเตอร์
- เหมาะสำหรับเป็นคู่มือเรียนและผู้สนใจทั่วไป

หนังสือ	☑ 1 สี	จำนวน	232	หน้า
	❑ 2 สี	จำนวน		หน้า
	❑ 4 สี	จำนวน		หน้า
กระดาษ	❑ ปรู๊ฟ	☑ ปอนด์	❑ ถนอมสายตา	
ความหนา	กระดาษปก	260	แกรม	
	กระดาษเนื้อใน	80	แกรม	

ISBN 978-616-08-4293-3
9 786160 842933

85 บาท