



ดร. สิงห์ทอง บิวขุน
CPA บ.ร.ด. บ.บ.ค. บ.บ.จ.บ.บ.บ.



สถาบัน THE BEST CENTER

2145/7 ซ.รามคำแหง 43/1 ถ.รามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทร.0-2318-6868, 0-2314-1492 โทรสาร 0-2718-6274

www.thebestcenter.com facebook.com/bestcentergroup

คุณภาพทางวิชาการต้องมาที่ 1

คู่มือเตรียมสอบ

นิติการ

นายทหารสัญญาบัตร (รหัสตำแหน่ง 106)

สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

ความรู้ความสามารถทั่วไปและความสามารถที่ใช้เฉพาะตำแหน่ง



ขอบเขตวิชา

1. ความรู้คณิตศาสตร์ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ และสังคม ระดับปริญญาตรี
2. พระราชบัญญัติว่าด้วยวินัยทหาร พ.ศ.2476
3. กฎอัยการศึก พ.ศ.2457
4. รัฐธรรมนูญแห่งราชอาณาจักรไทย มาตรา 25 – 49 และ มาตรา 77
5. พระราชบัญญัติหลักเกณฑ์การจัดทำร่างกฎหมายและการประเมินผลสัมฤทธิ์ของกฎหมาย พ.ศ.2562
6. พระราชบัญญัติวิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ.2539 และที่แก้ไขเพิ่มเติม

สนใจสั่งซื้อ หรือสอบถามเพิ่มเติม โทร.081-496-9907



LINE: @thebestcenter

270.-

คู่มือสอบนายทหารสัญญาบัตร (นิติการ) (รหัสตำแหน่ง 106)
สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

รวบรวมและเรียบเรียงโดย.....

ฝ่ายวิชาการ สถาบัน THE BEST CENTER

ห้ามตัดต่อหรือคัดลอกส่วนใดส่วนหนึ่งของเนื้อหา

สงวนลิขสิทธิ์ตาม พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

ราคา 270 บาท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



The Best Center InterGroup Co., Ltd.

บริษัท เดอะเบสท์ เซ็นเตอร์ อินเตอร์กรุป จำกัด

บริหารงานโดย ดร.สิงห์ทอง บัวชุมและอาจารย์จันทน์ บัวชุม (ติวเตอร์กึ่ง ย่าน ม. ราม)

เลขที่ 2145/7 ซอยรามคำแหง 43/1 ถนนรามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทรศัพท์.081-496-9907,0-2314-1492, 0-2318-6868 โทรสาร. 0-2718-6274 line id: @thebestcenter

www.thebestcenter.com หรือ www.facebook.com/bestcentergroup

คู่มือสอบ

นายทหารสัญญาบัตร (นิติการ)

(รหัสตำแหน่ง 106)

สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

ราคา 270 -.

คำนำ

สำหรับชุดคู่มือสอบตำแหน่งนายทหารสัญญาบัตร (นิติการ) (รหัสตำแหน่ง 106) สำนักงาน ปลัดกระทรวงกลาโหม เล่มนี้ ทางสถาบัน THE BEST CENTER และฝ่ายวิชาการของสถาบันได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อให้ผู้สมัครสอบใช้สำหรับเตรียมสอบในการสอบแข่งขันฯ ในครั้งนี้

ทางสถาบัน THE BEST CENTER ได้เล็งเห็นความสำคัญจึงได้จัดทำหนังสือ เล่มนี้ขึ้นมา ภายในเล่มประกอบด้วยทุกส่วนที่กำหนดในการสอบ เจาะข้อสอบทุกส่วน พร้อมคำเฉลยอธิบาย มาจัดทำเป็นหนังสือชุดนี้ขึ้น เพื่อให้ผู้สอบได้เตรียมตัวอ่านล่วงหน้า มีความพร้อมในการทำข้อสอบ

ท้ายนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบคุณทางสถาบัน THE BEST CENTER ที่ได้ให้การสนับสนุนและมีส่วนร่วมในการจัดทำต้นฉบับ ทำให้หนังสือเล่มนี้สามารถสำเร็จขึ้นมาเป็นเล่มได้ พร้อมทั้งนี้คณะผู้จัดทำขอ น้อมรับข้อบกพร่องใดๆ อันเกิดขึ้นและยินดีรับฟังความคิดเห็นจากทุกๆ ท่าน เพื่อที่จะนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

ขอให้โชคดีในการสอบทุกท่าน
ฝ่ายวิชาการ
สถาบัน The Best Center

สารบัญ

➤ ความรู้เกี่ยวกับสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม	1
✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์	5
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย	39
✦ แนวข้อสอบภาษาอังกฤษ	54
✦ แนวข้อสอบสังคมศึกษา	66
➤ พระราชบัญญัติวิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ.2539	74
✦ แนวข้อสอบพ.ร.บ.วิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ. 2539	
และแก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 3 พ.ศ.2562	103
➤ พระราชบัญญัติกฏอัยการศึก พ.ศ.2457	143
➤ สรุปสาระสำคัญของพระราชบัญญัติกฏอัยการศึก พ.ศ.2457	152
✦ แนวข้อสอบรัฐธรรมนูญแห่งราชอาณาจักรไทย พ.ศ.2560 ชุดที่ 1.	155
✦ แนวข้อสอบรัฐธรรมนูญแห่งราชอาณาจักรไทย พ.ศ. 2560 ชุดที่ 2.	178
➤ พระราชบัญญัติว่าด้วยวินัยทหาร พ.ศ.2476	200
➤ สรุปสาระสำคัญของพระราชบัญญัติว่าด้วยวินัยทหาร พ.ศ.2476	209
✦ แนวข้อสอบพ.ร.บ.ว่าด้วยวินัยทหาร พ.ศ.2476	211
➤ พระราชบัญญัติหลักเกณฑ์การจัดทำร่างกฎหมายและการประเมินผลสัมฤทธิ์ของกฎหมาย พ.ศ.2562	215
➤ บทสรุปการประเมินผลสัมฤทธิ์ของกฎหมาย	232
➤ ความรู้เกี่ยวกับงานนิติกรรมและสัญญา	235
➤ ความรู้เกี่ยวกับงานความรับผิดทางละเมิดทางแพ่งและอาญา	238
➤ ความรู้เกี่ยวกับงานคดีปกครอง	246
➤ ความรู้เกี่ยวกับงานด้านสอบสวน	248
✦ แนวข้อสอบนิติกรรมและสัญญา	258

ความรู้เกี่ยวกับสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

➤ความเป็นมา

กระทรวงกลาโหมกำหนดให้มีสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมเป็นครั้งแรกในพระราชบัญญัติจัดระเบียบป้องกันราชอาณาจักร พ.ศ.๒๔๗๖

พระราชบัญญัติจัดระเบียบราชการกระทรวงกลาโหม พ.ศ.๒๕๕๑ ได้บัญญัติบทบาทและหน้าที่ของสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมไว้ดังนี้

“ มาตรา ๑๓ สำนักงานปลัดกระทรวงมีหน้าที่เกี่ยวกับงานนโยบายและยุทธศาสตร์งานราชการประจำทั่วไปของกระทรวง และราชการส่วนหนึ่งส่วนใดของกระทรวงซึ่งมิได้กำหนดให้เป็นหน้าที่ของส่วนราชการอื่นใด มีปลัดกระทรวงกลาโหม เป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ ” ทำให้สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมเปรียบเสมือนเป็นหน่วยงานที่เป็นมันสมองของกระทรวงกลาโหมอย่างแท้จริง โดยทำหน้าที่กำหนดเป้าหมาย ยุทธศาสตร์ และแผนการดำเนินการ ที่เชื่อมโยงจากรัฐบาลไปยังหน่วยปฏิบัติ รวมถึงการกำกับดูแลและตรวจสอบการปฏิบัติราชการของหน่วยงานในสังกัดกระทรวงกลาโหมให้เป็นไปด้วยความถูกต้อง เกิดประสิทธิภาพ มีประสิทธิผล และเป็นไปตามนโยบายรัฐบาล เพื่อตอบสนองเจตนารมณ์ของประเทศ ประชาชน และสังคมไทย

➤สีประจำหน่วยคือ สีลูกหว่า

สีลูกหว่ากำเนิดจากการเข้าฝ้ายของข้าราชการฝ่ายกลาโหมที่แต่งกายด้วยฝ้ายนุ่งสีลูกหว่า เพื่อบอกฝ้ายเช่นเดียวกับข้าราชการฝ่ายอื่น ๆ ที่นุ่งผ้าตามสีที่กำหนดไว้

➤เครื่องหมายราชการ



➤วิสัยทัศน์

มีความพร้อมในการสนับสนุนการพัฒนาศักยภาพทางทหารให้ทัดเทียมกับประเทศในภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ในปี พ.ศ. ๒๕๗๐

➤พันธกิจ

๑. พิทักษ์รักษาและเทิดทูนสถาบันพระมหากษัตริย์
๒. พัฒนาศักยภาพของกองทัพในการปฏิบัติการทางทหารเพื่อรักษาอธิปไตยและผลประโยชน์แห่งชาติ
๓. สนับสนุนการรักษาความสงบเรียบร้อยและความมั่นคงภายในราชอาณาจักร
๔. ส่งเสริมความร่วมมือด้านความมั่นคงในกลุ่มประเทศสมาชิกอาเซียน มิตรประเทศ และนานาชาติ รวมทั้งองค์การระหว่างประเทศ
๕. สนับสนุนการพัฒนาประเทศเพื่อความมั่นคง รวมทั้งการช่วยเหลือประชาชน และแก้ไขปัญหาสำคัญของชาติ
๖. ดำเนินงานการสงเคราะห์ทหารผ่านศึกเพื่อความมั่นคง

➤ คำนิยามองค์กร

ยึดมั่นในสถาบันชาติ ศาสนา พระมหากษัตริย์ และเสียดสละประโยชน์ส่วนตัว เพื่อความมั่นคงของประเทศและความสงบสุขของประชาชน

➤ โครงสร้าง / หน้าที่ความรับผิดชอบ สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

มีหน้าที่เกี่ยวกับงานนโยบายและยุทธศาสตร์งานราชการประจำทั่วไปของกระทรวงและราชการส่วนหนึ่งส่วนใด ของกระทรวงซึ่งมิได้กำหนดให้เป็นหน้าที่ของส่วนราชการอื่นใด มีปลัดกระทรวงกลาโหม เป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ โดยแบ่งส่วนราชการเป็น ๑๒ ส่วน ดังนี้

๑. สำนักปลัดกระทรวงกลาโหม มีหน้าที่เกี่ยวกับการเลขานุการ การรับรองและการประสาน การปฏิบัติงานด้านพิธีการให้กับปลัดกระทรวงกลาโหม รองปลัดกระทรวงกลาโหม และผู้ดำรงตำแหน่งอื่น ตามที่ได้รับมอบหมาย การประชาสัมพันธ์ให้กับสำนักงานปลัดกระทรวงและกระทรวงกลาโหมในภาพรวม และ ปฏิบัติราชการอื่นๆ ซึ่งมิได้อยู่ในอำนาจหน้าที่ของส่วนราชการในสำนักงานปลัดกระทรวง โดยเฉพาะ มีปลัดกระทรวงกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๒. สำนักนโยบายและแผนกลาโหม มีหน้าที่พิจารณาเสนอแนะนโยบาย อำนาจการ ประสานงาน และดำเนินการเกี่ยวกับนโยบายและยุทธศาสตร์ด้านการป้องกันประเทศ นโยบายและยุทธศาสตร์ด้านเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารของกระทรวงกลาโหม ทั้งระบบการควบคุมบังคับบัญชาและระบบการบริหารราชการทั่วไป นโยบายและแผนด้านการทหาร การข่าว การส่งกำลังบำรุง การระดมสรรพกำลัง การต่างประเทศ การพัฒนาประเทศ และการช่วยเหลือประชาชน และมีหน้าที่ควบคุม กำกับดูแลการปฏิบัติของส่วนราชการ ในกระทรวงกลาโหมให้เป็นไปตามนโยบายและยุทธศาสตร์ที่กระทรวงกลาโหมกำหนด การจัดทำและปรับปรุงแก้ไขอัตราของส่วนราชการในกระทรวงกลาโหม การฝึก การศึกษาอบรมในต่างประเทศ การวิเทศสัมพันธ์กิจการของสภากลาโหม การรักษาความปลอดภัย และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีผู้อำนวยการสำนักนโยบายและแผนกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๓. กรมเสมียนตรา มีหน้าที่พิจารณาเสนอแนะนโยบาย อำนาจการ ประสานงาน และดำเนินการเกี่ยวกับนโยบายและแผนงานการกำลังพล ตลอดจนการดำเนินการกำลังพลที่อยู่ในอำนาจของปลัดกระทรวงกลาโหมและรัฐมนตรีว่าการกระทรวงกลาโหม การควบคุมกำกับดูแลการปฏิบัติของส่วนราชการในกระทรวงกลาโหมให้เป็นไปตามนโยบายด้านการกำลังพลที่กระทรวงกลาโหมกำหนด การศึกษาอบรมในประเทศ การสวัสดิการของข้าราชการ สำนักงานปลัดกระทรวง การสารบรรณราชการประจำทั่วไปของกระทรวงกลาโหม และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมเสมียนตราเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๔. สำนักงบประมาณกลาโหม มีหน้าที่พิจารณาเสนอแนะนโยบาย อำนาจการ ประสานงาน และดำเนินการเกี่ยวกับการงบประมาณ การบริหารทรัพยากรและงานในสายงานงบประมาณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งควบคุมกำกับดูแลการปฏิบัติของส่วนราชการในกระทรวงกลาโหมให้เป็นไปตามนโยบายด้านงบประมาณที่กระทรวงกลาโหมกำหนด และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีผู้อำนวยการสำนักงบประมาณกลาโหม เป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๕. กรมพระธรรมนูญ มีหน้าที่เกี่ยวกับศาลทหาร อัยการทหาร นายทหาร นายทหารพระธรรมนูญ การคุ้มครองพยานในคดีอาญา ราชการในส่วนธุรการและวิชาการที่เกี่ยวกับกฎหมายและสังคมศาสตร์ และ ปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมพระธรรมนูญเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๖. ศูนย์การอุตสาหกรรมป้องกันประเทศและพลังงานทหาร มีหน้าที่ส่งเสริม และดำเนินการเกี่ยวกับงานด้านอุตสาหกรรมป้องกันประเทศและพลังงานทหาร วางแผนอำนวยความสะดวก ประสานงาน พิจารณา เสนอความเห็นให้ เป็นไปตามนโยบายของกระทรวงกลาโหมและปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีผู้อำนวยการศูนย์การ อุตสาหกรรมป้องกันประเทศและพลังงานทหารเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๗. กรมการเงินกลาโหม มีหน้าที่เกี่ยวกับการเงิน การบัญชี เบี้ยหวัด บำเหน็จ บำนาญ และควบคุมการใช้ จ่ายเงินให้เป็นไปตามระเบียบแบบแผนของทางราชการ ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะการดำเนินงานด้านการเงิน และการบัญชี และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมการเงินกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

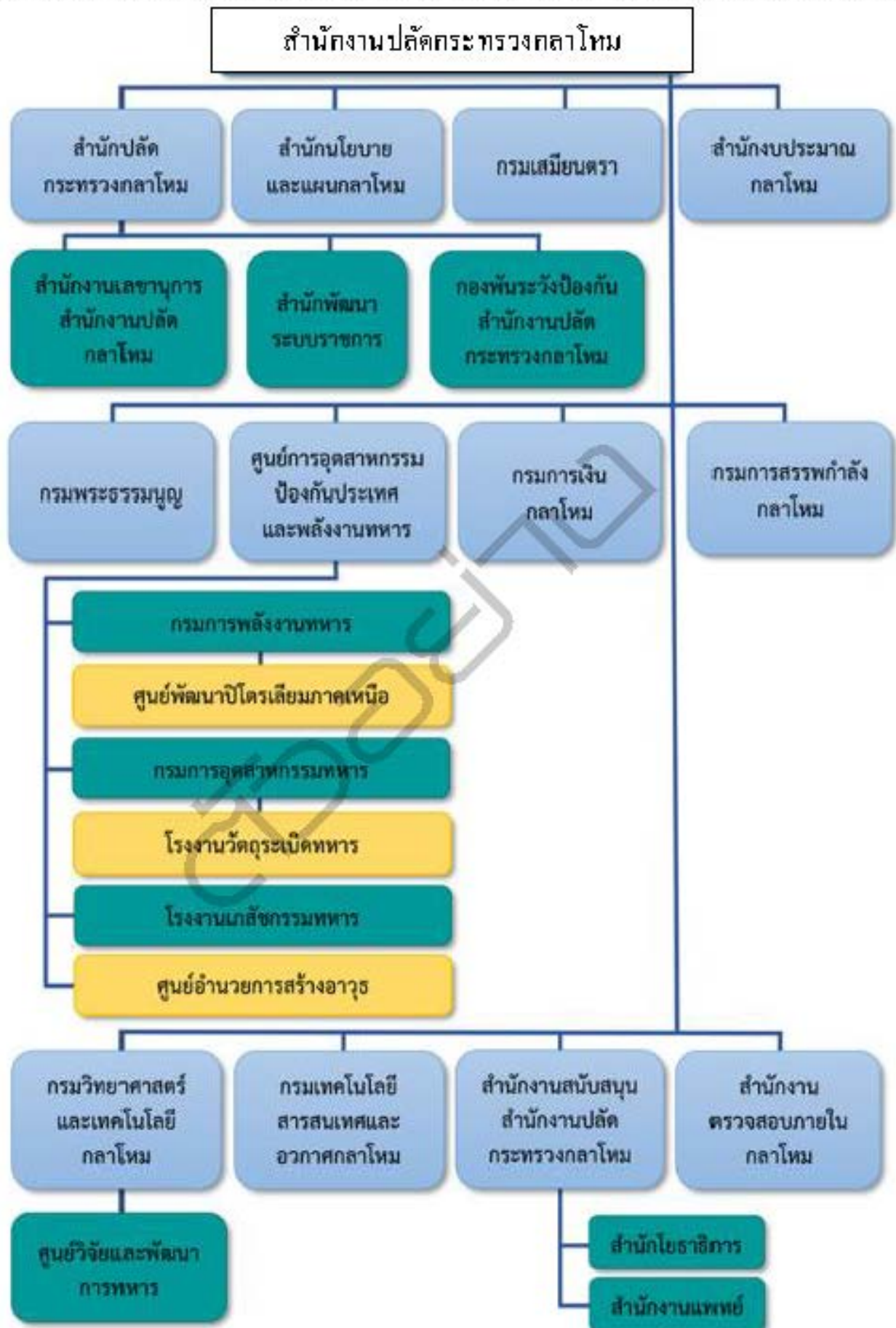
๘. กรมการสรรพกำลังกลาโหม มีหน้าที่พิจารณาเสนอความเห็น วางแผน อำนาจการ ประสานงาน กำกับ ดูแล และดำเนินการเกี่ยวกับการระดมสรรพกำลังเพื่อการทหาร การกำลังสำรอง การสัสดีของกระทรวงกลาโหม ตลอดจนประสานความร่วมมือกับต่างประเทศ และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมการสรรพกำลัง กลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๙. กรมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกลาโหม มีหน้าที่พิจารณาเสนอความเห็น วางแผน อำนาจการ ประสานงาน กำกับดูแล และดำเนินการเกี่ยวกับกิจการด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีป้องกันประเทศ ตลอดจน บริหารจัดการเกี่ยวกับนโยบาย แผนงาน โครงการ และงบประมาณให้เป็นไปตามนโยบายด้านวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยีป้องกันประเทศของกระทรวงกลาโหม และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๑๐. กรมเทคโนโลยีสารสนเทศและอวกาศกลาโหม มีหน้าที่พิจารณาเสนอความเห็น วางแผน อำนาจการ ประสานงาน กำกับดูแล และดำเนินการเกี่ยวกับเทคโนโลยีสารสนเทศ การสื่อสารเพื่อการบริหารราชการ ทั่วไป คลื่นความถี่ กิจการอวกาศและภาพถ่ายดาวเทียมเพื่อความมั่นคงของกระทรวงกลาโหม และปฏิบัติงานอื่น ตามที่ ได้รับมอบหมาย มีเจ้ากรมเทคโนโลยีสารสนเทศและอวกาศกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๑๑. สำนักงานสนับสนุน สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม มีหน้าที่สนับสนุนทางการส่งกำลังและซ่อม บำรุง การขนส่ง การบริการทางการแพทย์ การบริการ การโยธาธิการ การควบคุมดูแลสิ่งหาหมิทรัพย์ กิจการ ครุภัณฑ์ กิจการ โรงพิมพ์ของสำนักงานปลัดกระทรวง ตลอดจนดำเนินการเกี่ยวกับการที่ดินของกระทรวงกลาโหม และ ปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีผู้อำนวยการสำนักงานสนับสนุน สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมเป็น ผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ

๑๒. สำนักงานตรวจสอบภายในกลาโหม มีหน้าที่ดำเนินการเกี่ยวกับการตรวจสอบภายในให้แก่ ส่วน ราชการในสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมและสำนักงานรัฐมนตรี ตามคำสั่งรัฐมนตรีว่าการกระทรวงกลาโหม ให้เป็นไปตามระเบียบแบบแผนของทางราชการ ตรวจสอบการปฏิบัติราชการของส่วนราชการในสำนักงาน ปลัดกระทรวงกลาโหม พิจารณาความรับผิดชอบทางแพ่ง และปฏิบัติงานอื่นตามที่ได้รับมอบหมาย มีผู้อำนวยการ สำนักงานตรวจสอบภายในกลาโหมเป็นผู้บังคับบัญชารับผิดชอบ



แนวข้อสอบคณิตศาสตร์

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้ากำหนดให้ A, B, C เป็นเซต และมีจำนวนสมาชิกดังต่อไปนี้
 $n(A \cup B) = 92$, $n(A \cup C) = 79$, $n(B \cup C) = 75$,
 $n(A \cap B \cap C) = 32$, $n[(A \cap C) - B] = 6$, $n[(A \cap B) - C] = 18$, $n[(B \cap C) - A] = 2$
 ดังนั้น $n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 93
 2. 94
 3. 95
 4. 96

2. ในชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่ามี 150 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมี มี 122 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มี 75 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ มี 80 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมีและคณิตศาสตร์ มี 70 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษและเคมี มี 32 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ มี 30 คนที่ไม่ชอบเรียนทั้ง 3 วิชา ไม่มีนักเรียนคนใดชอบเรียนทั้ง 3 วิชา อยากรทราบว่านักเรียน ม.6 มีทั้งหมดกี่คน
 1. 205 คน
 2. 185 คน
 3. 195 คน
 4. 175 คน

3. ถ้า $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$, $n(B) = 7$, $n(C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 15$ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 512
 2. 128
 3. 256
 4. 64

4. ถ้าพหุนาม $P(x)$ หารด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหารด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4 แล้ว $P(x)$ หารด้วย $x^2 - 4x + 3$ จะเหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. $x + 1$
 2. $2x + 3$
 3. $-3x + 2$
 4. $3x - 4$

5. เซตคำตอบของสมการ $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้
 1. (3, 6)
 2. [-1, 4)
 3. (-2, 3)
 4. [-4, -1) \cup (3, 5)

6. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$ ถ้า A และ B เป็นค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $x^2 - x + \frac{5}{4}$ ตามลำดับ แล้ว $4A + B$ มีค่าเท่ากับข้อใด
1. 29
 2. 30
 3. 31
 4. 32
7. กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง
1. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow s$
 2. $(p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q)$
 3. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s)$
 4. $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow (r \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow s])$
8. ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$
 - ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ
- จากข้อความข้างต้นข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. ก. ผิด และ ข. ผิด
 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก
 4. ก. ถูก และ ข. ถูก
9. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$ แล้วค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. 2
 3. 3
 4. 9
10. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$ มีค่าเท่าใด
1. $\frac{(n^2 - 1)n}{3}$
 2. $\frac{n^3 - n^2 + 4}{3}$
 3. $\frac{(n-1)(n)(n+1)}{3}$
 4. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

11. โรงงานผลิตสินค้า OTOP แห่งหนึ่งในจังหวัดเชียงใหม่จ่ายค่าแรงให้คนงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้คนงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท คนงานชายทำสินค้าชนิด A ได้ 24 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 6 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำสินค้าชนิด A ได้ 12 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 10 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าโรงงานต้องการผลิตสินค้าชนิด A จำนวน 504 ชิ้น และชนิด B จำนวน 154 ชิ้น โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมงจึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด
1. 20, 5
 2. 19, 4
 3. 18, 6
 4. 17, 9
12. กำหนดสมการจุดประสงค์ $P = 15x + 30y$
และอสมการข้อจำกัด $3x + 2y \geq 80$
 $2x + 3y \geq 70$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$
- ค่าต่ำสุดของ P เป็นเท่าใด
1. 600
 2. 525
 3. 700
 4. 625
13. ให้ $A = \{x \mid x \in [0, \pi] \text{ และ } 4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x - 1 = 0\}$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{\pi}{12}$
 2. $\frac{\pi}{4}$
 3. $\frac{17\pi}{12}$
 4. $\frac{17\pi}{4}$
14. กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$ ผลบวกของคำตอบของสมการ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$ คือข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{7\pi}{12}$
 2. $\frac{2\pi}{3}$
 3. $\frac{\pi}{2}$
 4. $\frac{5\pi}{12}$
15. ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20 มีค่า $\bar{X}_1 = 40$ และ $S_1^2 = 4$
ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 30 มีค่า $\bar{X}_2 = 30$ และ $S_2^2 = 9$
ถ้านำข้อมูล 2 ชุดนี้มารวมเป็นชุดเดียวกัน ข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าความแปรปรวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 29
 2. 30
 3. 31
 4. 32

16. จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียน 4 คน ปรากฏว่าได้ค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าพิสัยเท่ากับ 6 กิโลกรัม จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้ มีค่าเท่ากับเท่าใด
1. 41.75 กิโลกรัม
 2. 41.0 กิโลกรัม
 3. 42.25 กิโลกรัม
 4. 42.0 กิโลกรัม
17. ถ้าข้อมูล a, b, c และ d มีตัวกลางเลขคณิตเท่ากับ p และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ q แล้วผลคูณของตัวกลางเลขคณิตกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล $3 - 4a, 3 - 4b, 3 - 4c, 3 - 4d$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $16p - 12pq$
 2. $12p - 5pq$
 3. $12q - 16pq$
 4. $9p - 12pq$
18. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง มีความเร็วขณะเวลา t วินาทีใดๆ เป็น $a = 2t - 3$ เมตร/วินาที² ถ้าอนุภาคเริ่มต้นเคลื่อนที่จากสภาพนิ่ง ณ เวลา $t = 3$ วินาที อนุภาคมีความเร็ว 6 เมตร/วินาที จงหาว่าขณะที่อนุภาคมีความเร็ว 1 เมตร/วินาที² อนุภาคอยู่ห่างจากจุดเริ่มเป็นระยะทางกี่เมตร
1. $\frac{26}{3}$ เมตร
 2. $\frac{25}{3}$ เมตร
 3. $\frac{24}{3}$ เมตร
 4. $\frac{23}{3}$ เมตร
19. ในปี พ.ศ. 2554 สมชายมีรายได้เดือนละ 30,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 45,000 บาท มีลูกชายคนหนึ่งยังเรียนอยู่ในมหาวิทยาลัยยังไม่มีรายได้ ต่อมาในปี พ.ศ. 2557 สมชายมีรายได้เดือนละ 35,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 48,000 บาท ลูกชายมีรายได้เดือนละ 13,000 บาท ถ้าดัชนีราคาผู้บริโภคของปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ 120 (พ.ศ. 2554 เท่ากับ 100) แล้วรายได้ต่อเดือนที่แท้จริงของครอบครัวนี้ในปี พ.ศ. 2557 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 91,000 บาท
 2. 84,000 บาท
 3. 90,000 บาท
 4. 80,000 บาท
20. เอกคิดจะซื้อสัตว์เลี้ยง 2 ชนิดจากสัตว์เลี้ยง 3 ชนิด คือ สุนัข กระต่าย และแพะ โดยถ้าเขาจะซื้อสุนัขเขาจะซื้อ 2 ตัว ถ้าจะซื้อกระต่ายจะซื้อ 3 ตัว ถ้าจะซื้อแพะจะซื้อ 4 ตัว ถ้านายเกริกมีสุนัข 5 ตัว กระต่าย 7 ตัว แพะ 6 ตัว เอกจะมีวิธีซื้อสัตว์เลี้ยงจากนายเกริกได้ทั้งหมดกี่วิธี
1. 1,400 วิธี
 2. 1,250 วิธี
 3. 1,200 วิธี
 4. 1,025 วิธี

21. มีลูกปิงปอง 6 ลูก ทาสีต่างกันทั้งหมดมีสีเขียว สีแดง สีเหลือง สีชมพู สีน้ำเงิน และสีขาว จำนวนวิธีที่จะนำลูกปิงปองทั้งหมดมาวางเรียงกันเป็นวงกลม โดยให้ลูกปิงปองสีเขียวและสีชมพูอยู่ติดกัน แต่สีเขียวไม่ติดกับสีเหลือง จะมีค่าเท่ากับข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| 1. 84 | 2. 72 |
| 3. 64 | 4. 54 |

22. ในการสุ่มใส่จดหมาย 4 ฉบับที่เขียนถึงคน 4 คน คนละ 1 ฉบับ ลงในซองที่กำหนดไว้แล้ว 4 ซอง ซองละ 1 ฉบับ ความน่าจะเป็นที่จะใส่จดหมายได้ตรงกับชื่อหน้าซองไม่เกิน 3 ซอง และไม่ต่ำกว่า 1 ซอง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. $\frac{8}{12}$ | 2. $\frac{6}{12}$ |
| 3. $\frac{7}{12}$ | 4. $\frac{5}{12}$ |

23. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ของวันชัย ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.5 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านวิชาฟิสิกส์เท่ากับ 0.8 และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิชาฟิสิกส์เท่ากับ 0.6 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิชาฟิสิกส์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|--------|
| 1. 0.4 | 2. 0.5 |
| 3. 0.7 | 4. 0.9 |

24. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ x^2 - bx + 2a & \text{เมื่อ } 1 < x \leq 3 \\ bx^3 + a & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$$

จงหาค่าของ $a + b$ ที่ทำให้ $f(x)$ ต่อเนื่องทุกค่าของ x

- | | |
|-------------------|------------------|
| 1. $-\frac{1}{7}$ | 2. $\frac{1}{7}$ |
| 3. $-\frac{2}{7}$ | 4. $\frac{2}{7}$ |

25. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนตรรกยะ} \\ -x & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอตรรกยะ} \end{cases}$$

จากข้อกำหนดข้างต้น จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

1. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนตรรกยะ
2. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนอตรรกยะ
3. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ เท่านั้น
4. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ $x \in \mathbb{R}$

26. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง

1. เส้นตรง $3x - 4y + 5 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $4x - 3y + 7 = 0$
2. กราฟของสมการ $x^2 - y^2 = x - y$ คือ ไฮเพอร์โบลา
3. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $ab > 0$ และ c มีเครื่องหมายเหมือน a แล้ว $ax^2 - by^2 = c$ จะมีกราฟเป็นรูปไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางทาบไปกับแกน X
4. ข้อ 1. และ 2. ถูกต้อง

27. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของด้านทั้งสามเป็น 18, 24 และ 30 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุในสามเหลี่ยมรูปนี้ โดยมีด้านหนึ่งอยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก จะมีพื้นที่มากที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร

1. 124 ตารางเซนติเมตร
2. 112 ตารางเซนติเมตร
3. 108 ตารางเซนติเมตร
4. 106 ตารางเซนติเมตร

28. ถ้า a_1, a_2, a_3 เป็นรากของสมการ $x^3 - 4x^2 + 8x - 8 = 0$ จงหาค่าของ $|a_1| + |a_2| + |a_3|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2
2. 4
3. 6
4. 8

29. ถ้า $1 - i$ เป็นรากหนึ่งของสมการ $z^3 - 5z^2 + az + b = 0$ จงหาผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของรากทั้ง 3 ของสมการนี้

1. 6
2. 5
3. 4
4. 3

30. เซตคำตอบของสมการ $(4^x - 1)\log(1 - x^2) > 0$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $(0, 10)$
2. $(-\frac{1}{2}, 2)$
3. $(-2, \frac{1}{2})$
4. $(-2, \frac{1}{4})$

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์

1. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ ถ้ากำหนดให้ A, B, C เป็นเซต และมีจำนวนสมาชิกดังต่อไปนี้

$$n(A \cup B) = 92, \quad n(A \cup C) = 79, \quad n(B \cup C) = 75, \quad n(A \cap B \cap C) = 32$$

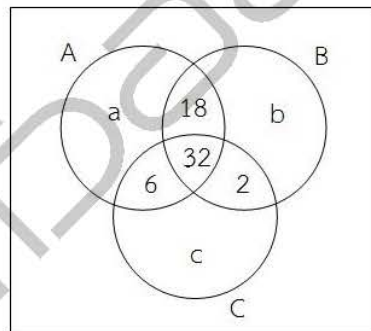
$$n[(A \cap C) - B] = 6, \quad n[(A \cap B) - C] = 18, \quad n[(B \cap C) - A] = 2$$

ต้องการหา ค่าของ $n(A \cup B \cup C)$

จากโจทย์ $n[(A \cap C) - B] = 6, \quad n[(A \cap B) - C] = 18, \quad n[(B \cap C) - A] = 2$

$$n(A \cap B \cap C) = 32$$

นำข้อมูลมาเขียนแผนภาพเวเนน - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



เนื่องจาก $n(A \cup B) = 92$ จากรูปจะได้

$$a + b + (18 + 32 + 6 + 2) = 92$$

$$a + b + 58 = 92$$

$$a + b = 34 \quad \text{-----(1)}$$

เนื่องจาก $n(A \cup C) = 79$ จากรูปจะได้

$$a + c + (6 + 32 + 18 + 2) = 79$$

$$a + c + 58 = 79$$

$$a + c = 21 \quad \text{-----(2)}$$

เนื่องจาก $n(B \cup C) = 75$ จากรูปจะได้

$$b + c + (2 + 32 + 18 + 6) = 75$$

$$b + c + 58 = 75$$

$$b + c = 17 \quad \text{-----}(3)$$

นำสมการ (1) + (2) + (3) จะได้

$$2a + 2b + 2c = 72$$

$$a + b + c = \frac{72}{2}$$

$$a + b + c = 36$$

$$\begin{aligned} \text{จากแผนภาพจะได้ } n(A \cup B \cup C) &= (a + b + c) + (18 + 32 + 6 + 2) \\ &= 36 + 58 \\ &= 94 \end{aligned}$$

$\therefore n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับ 94

2. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ในชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่า

- มี 150 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมี
- มี 122 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- มี 75 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
- มี 80 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมีและคณิตศาสตร์
- มี 70 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษและเคมี
- มี 32 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ
- มี 30 คนที่ไม่ชอบเรียนทั้ง 3 วิชา
- ไม่มีนักเรียนคนใดชอบเรียนทั้ง 3 วิชา

ต้องการหา จำนวนนักเรียน ม.6 ทั้งหมด

ถ้า A, B และ C เป็นเซตจำกัด

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

จากโจทย์ ให้ A = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาเคมี

B = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์

C = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ

จะได้ $n(A) = 150$, $n(B) = 122$, $n(C) = 75$

$$n(A \cap B) = 80, n(A \cap C) = 70, n(B \cap C) = 32$$

$$n(A \cap B \cap C) = 30, n(A \cup B \cup C) = ?$$

จากสูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่าจะได้ $n(A \cup B \cup C) = 150 + 122 + 75 - 80 - 70 - 32 + 30$
 $= 195$

∴ นักเรียน ม.6 มีทั้งหมด 195 คน

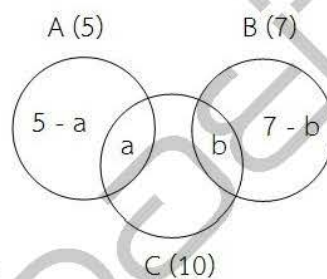
3. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ ถ้า $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$, $n(B) = 7$, $n(C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 15$

ต้องการ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ เขียนแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



สมมติให้ $n(A \cap C) = a$ และ $n(B \cap C) = b$

จากรูปจะได้ว่า $n(A \cup B \cup C) = (5 - a) + (7 - b) + 10$

$$15 = 22 - a - b$$

$$a + b = 7$$

พิจารณา $n[(A \cup B) \cap C] = n[(A \cap C) \cup (B \cap C)]$

$$= n(A \cap C) + n(B \cap C)$$

$$= a + b$$

$$= 7$$

ดังนั้น $n(P[(A \cup B) \cap C]) = 2^7$

$$= 128$$

∴ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$ เท่ากับ 128

4. ตอบ 1.

แนวคิด

โจทย์ ถ้าพหุนาม $P(x)$ หารด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหารด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4

ต้องการหา เศษจากการหารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x^2 - 4x + 3$

ทฤษฎีบทเศษเหลือ (remainder theorem)

ให้ $p(x)$ แทนพหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วย $x - c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริงแล้วเศษของการหารจะเท่ากับ $p(c)$

จากโจทย์ หารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหารด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4

นั่นคือ $P(1) = 2$ และ $P(3) = 4$

พิจารณา $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

ให้ พหุนาม $P(x)$ หาร $(x - 1)(x - 3)$ ได้ผลลัพธ์เป็น $Q(x)$ และเหลือเศษ $Ax + B$

นั่นคือ
$$\frac{P(x)}{(x - 1)(x - 3)} = Q(x) + \frac{Ax + B}{(x - 1)(x - 3)}$$

เอา $(x - 1)(x - 3)$ คูณตลอด จะได้

$$P(x) = (x - 1)(x - 3)Q(x) + Ax + B$$

จาก $P(1) = 2$ แทนค่า $x = 1$ จะได้

$$P(1) = (1 - 1)(1 - 3)Q(1) + A(1) + B$$

$$2 = 0 + A + B$$

$$A + B = 2 \quad \text{-----(1)}$$

จาก $P(3) = 4$ แทนค่า $x = 3$ จะได้

$$P(3) = (3 - 1)(3 - 3)Q(3) + A(3) + B$$

$$4 = 0 + 3A + B$$

$$3A + B = 4 \quad \text{-----(2)}$$

นำ (2) - (1)

$$2A = 2$$

$$A = 1$$

แทน $A = 1$ ในสมการ (1) จะได้ $B = 1$

นั่นคือ เศษจากการหาร $= Ax + B = (1)x + 1 = x + 1$

$\therefore P(x)$ หารด้วย $x^2 - 4x + 3$ จะเหลือเศษเท่ากับ $x + 1$

5. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$

ต้องการหา เซตคำตอบของสมการนี้เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

พิจารณา $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$

จัดใหม่ $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} = 13 - \sqrt{3x^2 - 2x - 4}$

ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง $(\sqrt{3x^2 - 2x + 9})^2 = (13 - \sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2$

$$3x^2 - 2x + 9 = 13^2 - 2(13)(\sqrt{3x^2 - 2x - 4}) + (\sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2$$

$$3x^2 - 2x + 9 = 169 - 26\sqrt{3x^2 - 2x - 4} + (3x^2 - 2x - 4)$$

$$26\sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 156$$

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 4} = \frac{156}{26}$$

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 6$$

ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง $(\sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2 = 6^2$

$$3x^2 - 2x - 4 = 36$$

$$3x^2 - 2x - 40 = 0$$

$$(3x + 10)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{10}{3}, 4$$

∴ เซตคำตอบของสมการนี้เป็นสับเซตของเซต $[-4, -1) \cup (3, 5)$

6. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$

ถ้า A และ B เป็นค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $x^2 - x + \frac{5}{4}$ ตามลำดับ

ต้องการหา ค่าของ $4A + B$

พิจารณา $x^2 - x + \frac{5}{4} = (x^2 - x + (\frac{1}{2})^2) + \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$
 $= (x - \frac{1}{2})^2 + 1$

พิจารณา $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$

เนื่องจาก $|x| \leq a$ ก็ต่อเมื่อ $-a \leq x \leq a$

จะได้ว่า

$$-\frac{5}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2}$$

$$0 \leq (x - \frac{1}{2})^2 \leq (\frac{5}{2})^2$$

$$0 \leq (x - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{25}{4}$$

ดังนั้น

$$A = \text{ค่าสูงสุดของ } (x - \frac{1}{2})^2 + 1$$

$$= \frac{25}{4} + 1$$

$$= \frac{29}{4}$$

$$B = \text{ค่าต่ำสุดของ } (x - \frac{1}{2})^2 + 1$$

$$= 0 + 1$$

$$= 1$$

$$\therefore \text{ค่าของ } 4A + B = 4(\frac{29}{4}) + 1 = 29 + 1 = 30$$

7. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จะได้ว่า $(p \wedge q \wedge \sim r)$ เป็นจริง และ $(r \leftrightarrow \sim s)$ เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(p \wedge q \wedge \sim r)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นจริง q เป็นจริง $\sim r$ เป็นจริง นั่นคือ r เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(r \leftrightarrow \sim s)$ เป็นเท็จ และ r เป็นเท็จ ดังนั้น $\sim s$ เป็นจริง นั่นคือ s เป็นเท็จ

จะได้ว่า $p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F$ และ $s \equiv F$

พิจารณาตัวเลือก ดังนี้

ตัวเลือกที่ 1. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow s \equiv (T \leftrightarrow T) \leftrightarrow F$

$$\equiv T \leftrightarrow F$$

$$\equiv F$$

ตัวเลือกที่ 2. $(p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q) \equiv (T \vee F) \rightarrow (F \rightarrow T)$

$$\equiv T \rightarrow T$$

$$\equiv T$$

ตัวเลือกที่ 3. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \equiv (T \rightarrow F) \vee (T \rightarrow F)$

$$\equiv F \vee F$$

$$\equiv F$$

ตัวเลือกที่ 4. $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow (r \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow s])$

$$\equiv [(T \rightarrow T) \rightarrow F] \leftrightarrow (F \rightarrow [(T \rightarrow T) \rightarrow F])$$

$$\equiv [T \rightarrow F] \leftrightarrow (F \rightarrow [T \rightarrow F])$$

$$\equiv F \leftrightarrow (F \rightarrow F)$$

$$\equiv F \leftrightarrow T$$

$$\equiv F$$

\therefore ประพจน์ $(p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

8. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ให้ p , q และ r เป็นประพจน์ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

ข้อ ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

ประพจน์สมมูลกันที่ควรทราบ

1. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

2. $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

3. $\sim(\sim p) \equiv p$

4. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

5. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

6. $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

พิจารณา $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv \sim(\sim r) \rightarrow \sim(p \wedge q)$

$$\equiv r \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

$$\equiv r \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$$

$\therefore (p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$ (ผิด)

ข้อ ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

จะได้ว่า $(p \wedge q)$ เป็นจริง และ $(q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(p \wedge q)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นจริง , q เป็นจริง

เนื่องจาก $(q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ ดังนั้น q เป็นจริง , r เป็นเท็จ

นั่นคือ $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv T \rightarrow (T \rightarrow F)$

$$\equiv T \rightarrow F$$

$$\equiv F$$

∴ ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ (ถูก)

9. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$

ต้องการหา ค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

ให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ $n \times n$

$\det(cA) = c^n \cdot \det A$, c เป็นจำนวนจริง

$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

เมทริกซ์ผกผัน $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{adj}(A)$

เนื่องจาก B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$ แสดงว่า $B^{-1} = A$

จะได้ว่า $\text{adj } B^{-1} = \text{adj } A = \det A \cdot A^{-1}$

พิจารณา $\det A$

$$\begin{array}{ccc}
 & & \begin{array}{ccc} -2 & -9 & 4 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{array} & \begin{array}{ccc} \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ \searrow & \searrow & \searrow \\ \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ \searrow & \searrow & \searrow \end{array} & \\
 & & \begin{array}{ccc} -2 & 6 & 6 \end{array}
 \end{array} = -2 - 9 + 4 - 2 + 6 + 6 = 3$$

จะได้ $\text{adj } B^{-1} = 3A^{-1}$

ดังนั้น $\det(\text{adj } B^{-1}) = \det(3A^{-1})$

$$\det(\text{adj } B^{-1}) = 3^3 \cdot \det(A^{-1})$$

$$= 27 \cdot \frac{1}{\det A}$$

$$= 27 \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$= 9$$

∴ ค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$ เท่ากับ 9

10. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$

ต้องการ ผลบวก n พจน์ของอนุกรมนี้

$$\begin{aligned} \text{อนุกรมเลขคณิต } S_n &= \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \\ \text{ผลบวก } n \text{ พจน์แรกของ } \sum_{i=1}^n i^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

ให้พจน์ที่ i : $a_i = 1 + 3 + 5 + \dots$

จะพบว่า a_i มีผลบวกเป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $d = 2$

จากสูตร $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

จะได้ $a_i = \frac{i}{2} [2(1) + (i-1)(2)]$

$$= \frac{i}{2} [2 + 2i - 2]$$

$$= i^2$$

ดังนั้น ผลบวก n พจน์แรก

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{i=1}^n a_i \\ &= \sum_{i=1}^n i^2 \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

\therefore ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$ เท่ากับ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

11. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ โรงงานผลิตสินค้า OTOP แห่งหนึ่งในจังหวัดเชียงใหม่จ่ายค่าแรงให้คนงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้คนงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท คนงานชายทำสินค้าชนิด A ได้ 24 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 6 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำสินค้าชนิด A ได้ 12 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 10 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าโรงงานต้องการผลิตสินค้าชนิด A จำนวน 504 ชิ้น และชนิด B จำนวน 154 ชิ้น โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมงจึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนชั่วโมงของพนักงานชาย

y แทนจำนวนชั่วโมงของพนักงานหญิง

จ่ายค่าแรงให้พนักงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้พนักงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท

จะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ $C = 15x + 10y$

	ชาย (ชิ้น/ชั่วโมง)	หญิง (ชิ้น/ชั่วโมง)	ความต้องการในการผลิต (ชิ้น)
สินค้า A	24	12	504
สินค้า B	6	10	154

$$\text{ข้อจำกัด } 24x + 12y \geq 504$$

$$6x + 10y \geq 154$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$\text{หาจุดตัดของสมการ } 24x + 12y = 504 \quad \text{----(1)}$$

$$6x + 10y = 154 \quad \text{----(2)}$$

$$\text{เอา (2) } \times 4 \quad 24x + 40y = 616 \quad \text{----(3)}$$

$$\text{เอา (3) - (1) } \quad 28y = 112$$

$$y = 4$$

แทน $y = 4$ ในสมการ (2)

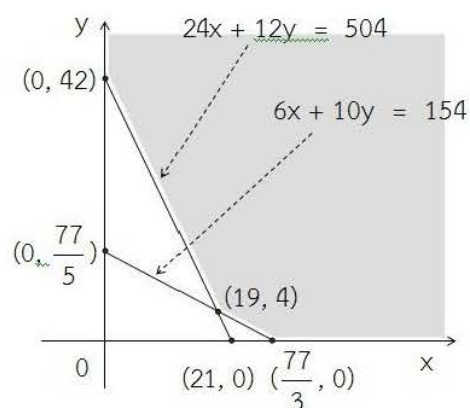
$$6x + 10(4) = 154$$

$$6x = 114$$

$$x = 19$$

จะได้ จุดตัดของสมการ คือ $x = 19$, $y = 4$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้



นำจุดมุมแต่ละจุดไปแทนในฟังก์ชันจุดประสงค์ ได้ผลลัพธ์ดังตาราง

จุดมุม	$C = 15x + 10y$
(0, 42)	420
(19, 4)	325
$(\frac{77}{3}, 0)$	385

จากตาราง ค่าน้อยที่สุดของ C คือ 325 ที่จุดมุม (19, 4)

∴ โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละ 19 ชั่วโมง และ 4 ชั่วโมง ตามลำดับ
จึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด

12. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดสมการจุดประสงค์ $P = 15x + 30y$
และสมการข้อจำกัด $3x + 2y \geq 80$
 $2x + 3y \geq 70$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

ต้องการหา ค่าต่ำสุดของ P

หาจุดตัดของสมการ $3x + 2y = 80$ -----(1)

$2x + 3y = 70$ -----(2)

นำ (1) \times 2 $6x + 4y = 160$ -----(3)

นำ (2) \times 3 $6x + 9y = 210$ -----(4)

นำ (4) - (3) $5y = 50$

$y = 10$

แทน $y = 10$ ในสมการ (2)

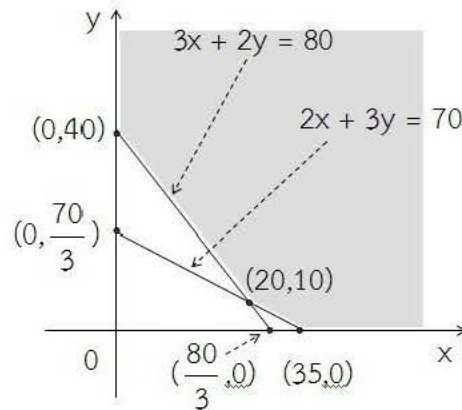
$2x + 3(10) = 70$

$2x = 40$

$x = 20$

จะได้ จุดตัดของสมการ คือ $x = 20$, $y = 10$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้



นำจุดมุมแต่ละจุดไปแทนในสมการจุดประสงค์ ได้ผลลัพธ์ดังตาราง

จุดมุม	$P = 15x + 30y$
(0, 40)	1200
(20, 10)	600
(35, 0)	525

จากตาราง ค่าต่ำสุดของ P คือ 525 ที่จุดมุม (35, 0)

∴ ค่าต่ำสุดของ P เท่ากับ 525

13. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ให้ $A = \{x \mid x \in [0, \pi] \text{ และ } 4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x - 1 = 0\}$

ต้องการ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A

$$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

พิจารณา $4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$

$$4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x = 1$$

เอา $\sqrt{2}$ ทหารตลอด จะได้

$$4\cos^3 x - 3\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 3x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

โจทย์กำหนดให้ $x \in [0, \pi]$ ดังนั้น $3x \in [0, 3\pi]$

จะได้ว่า $3x = \frac{\pi}{4}, 2\pi - \frac{\pi}{4}, 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$$3x = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{9\pi}{12}$$

จะได้ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A = $\frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{9\pi}{12}$

$$= \frac{17\pi}{12}$$

∴ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A เท่ากับ $\frac{17\pi}{12}$

14. **ตอบ 2.**

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$ และ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$

ต้องการหา ผลบวกของคำตอบของสมการนี้

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

พิจารณา

$$\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$$

$$\cos x = \sqrt{3} - \sqrt{3} \sin x$$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$$

เอา 2 ทหารตลอดจะได้

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

โจทย์กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$

จะได้ว่า $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \pi - \frac{\pi}{3}$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$$

จะได้ ผลบวกของคำตอบของสมการ = $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}$

$$= \frac{2\pi}{3}$$

∴ ผลบวกของคำตอบของสมการ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$ คือ $\frac{2\pi}{3}$

15. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20 มีค่า $\bar{X}_1 = 40$ และ $S_1^2 = 4$

ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 30 มีค่า $\bar{X}_2 = 30$ และ $S_2^2 = 9$

ต้องการ ความแปรปรวนรวมของข้อมูลชุดใหม่นี้

กรณีข้อมูล 2 กลุ่ม

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\bar{X}_{รวม} = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

ความแปรปรวนรวม

กรณี $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$:

$$S_{รวม}^2 = \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2}{N_1 + N_2}$$

กรณี $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$:

$$S_{รวม}^2 = \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2 + N_1(\bar{X} - \bar{X}_1)^2 + N_2(\bar{X} - \bar{X}_2)^2}{N_1 + N_2}$$

จากโจทย์ จะได้

$$N_1 = 20, \bar{X}_1 = 40, S_1^2 = 4$$

$$N_2 = 30, \bar{X}_2 = 30, S_2^2 = 9$$

พิจารณา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\begin{aligned} \bar{X}_{รวม} &= \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2} \\ &= \frac{(20)(40) + (30)(30)}{20 + 30} \\ &= \frac{800 + 900}{50} \\ &= \frac{1,700}{50} \\ &= 34 \end{aligned}$$

พิจารณา ค่าความแปรปรวนรวม (เนื่องจาก $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$)

$$\begin{aligned} S_{รวม}^2 &= \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2 + N_1(\bar{X} - \bar{X}_1)^2 + N_2(\bar{X} - \bar{X}_2)^2}{N_1 + N_2} \\ &= \frac{(20)(4) + (30)(9) + (20)(34 - 40)^2 + (30)(34 - 30)^2}{20 + 30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{80 + 270 + (20)(36) + (30)(16)}{50} \\
 &= \frac{80 + 270 + 720 + 480}{50} \\
 &= \frac{1,550}{50} \\
 &= 31
 \end{aligned}$$

∴ ถ้านำข้อมูล 2 ชุดนี้มารวมเป็นชุดเดียวกัน ข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 31

16. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียน 4 คน ปรากฏว่าได้ค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม
ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าพิสัยเท่ากับ 6 กิโลกรัม

ต้องการหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้

ให้ นักเรียน 4 คน มีน้ำหนักเรียงจากน้อยไปมาก คือ a, b, c, d

เนื่องจาก ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม

แสดงว่า $a = b = 40$ จะได้น้ำหนักของเด็กนักเรียน 4 คน คือ 40, 40, c, d

จากค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 จะได้ $\frac{40 + c}{2} = 41$

$$40 + c = 82$$

$$c = 42$$

จากค่าพิสัยเท่ากับ 6 จะได้ $d - 40 = 6$

$$d = 46$$

ดังนั้น น้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คน คือ 40, 40, 42, 46

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนัก : $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$

$$\bar{X} = \frac{40 + 40 + 42 + 46}{4}$$

$$= \frac{168}{4}$$

$$= 42$$

∴ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้เท่ากับ 42 กิโลกรัม