



ชื่อหนังสือ  
บาร์โค้ด  
ISBN

กลศาสตร์วิศวกรรม  
9786165960243  
978-616-596-024-3



# กลศาสตร์ วิศวกรรม

## Engineering Mechanics

โดย ผศ. ดร.อุดมวิทย์ กาญจนวงศ์

# กลศาสตร์ วิศวกรรม

## Engineering Mechanics

โดย ผศ. ดร.อุดมวิทย์ กาญจนนรنگค์





เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่าขณะนี้หนังสือเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์วิศวกรรมออกมาให้ค้นคว้าศึกษากันมากมายหลายเล่ม ซึ่งผู้เขียนแต่ละท่านล้วนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถสูงทั้งสิ้น รวมถึงมีประสบการณ์ในการสอนมาพอสมควร แต่ก็ยังไม่เพียงพอต่อความต้องการในเนื้อหาวิชานี้ เพราะในปัจจุบันสถาบันการศึกษาได้ขยายสู่สังคมมากขึ้น ดังจะพบว่ามีหลายสถาบันที่เปิดสอนในสายวิศวกรรมศาสตร์ ทั้งที่เป็นของรัฐ เอกชน หรือมหาวิทยาลัยเปิด การสอนโดยการบรรยายแต่เพียงในห้องเรียนจึงไม่เป็นการเพียงพอ จำเป็นจะต้องมีการศึกษานอกเวลาเรียน เพื่อสร้างประสบการณ์ในการเรียน หากนักศึกษาต้องการให้เกิดความแตกฉานในวิชาจะต้องมีความทุ่มเทค้นคว้าด้วยตัวเองอย่างเต็มความสามารถ

หนังสือเล่มนี้ผู้เรียบเรียงได้อาศัยจากการเรียน และหนังสือตำราหลายเล่มมารวบรวมเป็นหนังสือวิชาใหม่ เพื่อให้เกิดความเข้าใจง่ายขึ้น ใช้คำอธิบายทั่ว ๆ ไป เนื้อหาในเล่มจะครบตามลักษณะรายวิชากลศาสตร์วิศวกรรม ระดับปริญญาตรี สาขาช่างอุตสาหกรรมและสามารถใช้เป็นเบื้องต้นสำหรับการเรียนในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) สาขาช่างอุตสาหกรรมได้อีกด้วย แต่ละเนื้อหาจะมีตัวอย่าง มีแบบฝึกหัด และท้ายเล่มจะมีเฉลยคำนวณแบบฝึกหัดแต่ละหน่วยเรียนไว้ให้อีกด้วย

ท้ายนี้ ผู้เรียบเรียงได้พยายามตรวจสอบความถูกต้องอย่างดีแล้ว หากมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้น หรือต้องการเสนอแนะเพื่อให้หนังสือเล่มนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษาของชาติ กรุณาติดต่อหรือแจ้งผู้เรียบเรียง จักเป็นพระคุณอย่างสูง

อุดมวิทย์ กาญจนวรรณ



|         |                                  |    |
|---------|----------------------------------|----|
| บทที่ 1 | หลักการเบื้องต้นทางกลศาสตร์      | 1  |
| 1.1     | คำจำกัดความ                      | 1  |
| 1.2     | ประเภทของกลศาสตร์                | 1  |
| 1.3     | วิวัฒนาการของกลศาสตร์            | 2  |
| 1.4     | ปริมาณทางกลศาสตร์                | 2  |
| 1.5     | มิติและระบบหน่วย                 | 3  |
|         | แบบฝึกหัดบทที่ 1                 | 7  |
| บทที่ 2 | หลักการของแรงและโมเมนต์ของแรง    | 9  |
| 2.1     | ความหมายและชนิดของแรง            | 9  |
| 2.2     | ระบบแรง                          | 10 |
| 2.3     | โมเมนต์ของแรง                    | 11 |
| 2.4     | เงื่อนไขของการสมดุล              | 12 |
| 2.5     | ผลลัพธ์ของระบบแรง                | 13 |
|         | แบบฝึกหัดบทที่ 2                 | 25 |
| บทที่ 3 | แผนภาพส่วนอิสระและการสมดุลของแรง | 28 |
| 3.1     | แผนภาพส่วนอิสระ                  | 28 |
| 3.2     | การสมดุลของแรง                   | 28 |
| 3.3     | ทฤษฎีการสมดุลของแรง              | 29 |
|         | แบบฝึกหัดบทที่ 3                 | 46 |
| บทที่ 4 | การวิเคราะห์ระบบแรงสองมิติ       | 50 |
| 4.1     | บทนำ                             | 50 |
| 4.2     | การวิเคราะห์แรงสองมิติที่พบกัน   | 50 |
| 4.3     | การวิเคราะห์แรงสองมิติที่ขนานกัน | 57 |
| 4.4     | โมเมนต์ของแรงคู่ควบ              | 64 |

|                |                                                                              |            |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.4            | โมเมนต์ของแรงคู่ควบ                                                          | 64         |
| 4.5            | การวิเคราะห์แรงสองมิติที่ไม่พบกัน หรือการวิเคราะห์แรง<br>ในชิ้นส่วนโครงสร้าง | 69         |
|                | แบบฝึกหัดบทที่ 4                                                             | 79         |
| <b>บทที่ 5</b> | <b>การวิเคราะห์ระบบแรงสามมิติ</b>                                            | <b>83</b>  |
| 5.1            | บทนำ                                                                         | 83         |
| 5.2            | การวิเคราะห์แรงสามมิติที่พบกัน                                               | 84         |
| 5.3            | การวิเคราะห์แรงสามมิติที่ไม่พบกัน                                            | 95         |
|                | แบบฝึกหัดบทที่ 5                                                             | 105        |
| <b>บทที่ 6</b> | <b>แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด</b>                                           | <b>110</b> |
| 6.1            | บทนำ                                                                         | 110        |
| 6.2            | คำจำกัดความ                                                                  | 111        |
| 6.3            | แผนภาพแรงเฉือน                                                               | 112        |
| 6.4            | แผนภาพของโมเมนต์ดัด                                                          | 120        |
| 6.5            | แผนภาพมาตรฐาน                                                                | 129        |
|                | แบบฝึกหัดบทที่ 6                                                             | 135        |
| <b>บทที่ 7</b> | <b>แรงเสียดทาน</b>                                                           | <b>138</b> |
| 7.1            | นิยามและประเภทของแรงเสียดทาน                                                 | 138        |
| 7.2            | คุณสมบัติของแรงเสียดทาน                                                      | 138        |
| 7.3            | สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน                                                     | 139        |
|                | แบบฝึกหัดบทที่ 7                                                             | 151        |
| <b>บทที่ 8</b> | <b>จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย</b>                                      | <b>154</b> |
| 8.1            | ทฤษฎีจุดศูนย์ถ่วง                                                            | 154        |
| 8.2            | การหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรง                                                   | 157        |
| 8.3            | โมเมนต์ความเฉื่อย                                                            | 170        |
|                | แบบฝึกหัดบทที่ 8                                                             | 181        |
| <b>บทที่ 9</b> | <b>การเคลื่อนที่</b>                                                         | <b>184</b> |
| 9.1            | กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน                                                     | 184        |
| 9.2            | การเคลื่อนที่ในแนวราบ                                                        | 187        |

|                                                   |            |
|---------------------------------------------------|------------|
| 9.3 การเคลื่อนที่ในแนวตั้ง                        | 191        |
| 9.4 การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง                        | 194        |
| 9.5 การเคลื่อนที่เชิงมุม                          | 198        |
| แบบฝึกหัดบทที่ 9                                  | 203        |
| <b>บทที่ 10 งานและพลังงาน</b>                     | <b>205</b> |
| 10.1 งาน                                          | 205        |
| 10.2 พลังงาน                                      | 207        |
| 10.3 ความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงาน             | 211        |
| 10.4 งานเสมือน                                    | 213        |
| แบบฝึกหัดบทที่ 10                                 | 216        |
| <b>บทที่ 11 แรงกระแทกและแรงเคลื่อนไหว</b>         | <b>218</b> |
| 11.1 นิยามของแรงกระแทกและแรงเคลื่อนไหว            | 218        |
| 11.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระแทกและแรงเคลื่อนไหว | 218        |
| 11.3 กฎของแรงเคลื่อนไหว                           | 222        |
| แบบฝึกหัดบทที่ 11                                 | 226        |
| <b>บทที่ 12 หน่วยแรง</b>                          | <b>228</b> |
| 12.1 บทนำ                                         | 228        |
| 12.2 ความเค้น                                     | 228        |
| 12.3 ความเครียด                                   | 231        |
| 12.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด     | 234        |
| แบบฝึกหัดบทที่ 12                                 | 237        |
| <b>บรรณานุกรม</b>                                 | <b>239</b> |
| <b>ภาคผนวก</b>                                    | <b>240</b> |
| ภาคผนวก ก ตารางการเปลี่ยนหน่วย                    | 241        |
| ภาคผนวก ข ความหนาแน่นของวัสดุ                     | 244        |
| ภาคผนวก ค สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัสดุ        | 245        |
| ภาคผนวก ง คุณสมบัติของพื้นที่หน้าตัดต่าง ๆ        | 246        |
| ภาคผนวก จ สูตรตรีโกณมิติ                          | 251        |
| <b>เฉลยแบบฝึกหัด</b>                              | <b>253</b> |

# 1

## หลักการเบื้องต้นทางกลศาสตร์

### 1.1 คำจำกัดความ (Definition)

กลศาสตร์ (Mechanics) เป็นวิทยาศาสตร์สาขาหนึ่งซึ่งเน้นไปทางฟิสิกส์ อันกล่าวถึงการเคลื่อนที่ (Movement) หรือหยุดนิ่ง (Motionless) ภายใต้แรงที่มากระทำ นับเป็นวิชาพื้นฐานทางวิศวกรรมศาสตร์ที่สำคัญ

กลศาสตร์ หมายถึง ความรู้ทางวิทยาศาสตร์แขนงหนึ่ง ที่ว่าด้วยการกระทำของแรงต่อเทหวัตถุ รวมไปถึงผลที่เกิดขึ้นจากแรงต่อเทหวัตถุนั้น

สำหรับคำว่าวัตถุ (Material) อาจมีสถานะ 3 ลักษณะ ได้แก่

1. ของแข็ง (Solid)
2. ของเหลว (Liquid)
3. ก๊าซ (Gas)

อนึ่ง กรณีที่วัตถุมีสถานะทั้งของเหลวและก๊าซ จะเรียกวัตถุนั้นว่ามีสถานะเป็นของไหล (Fluid)

### 1.2 ประเภทของกลศาสตร์ (Type of Mechanics)

โดยทั่วไปแล้ว กลศาสตร์สามารถจำแนกได้ตามลักษณะการกระทำของแรงที่มีต่อวัตถุ เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

#### 1.2.1 สถิตศาสตร์ (Statics)

สถิตศาสตร์ คือกลศาสตร์ที่ว่าด้วยแรงที่กระทำต่อวัตถุที่มีสถานะเป็นของแข็ง โดยที่วัตถุหยุดนิ่ง

#### 1.2.2 พลศาสตร์ (Dynamics)

พลศาสตร์ คือกลศาสตร์ที่ว่าด้วยการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีสถานะเป็นของแข็ง สามารถแบ่งเป็น 2 ลักษณะดังนี้

1. จลนพลศาสตร์ (Kinetic) เป็นสาขาหนึ่งของพลศาสตร์ ว่าด้วยการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งคำนึงถึงแรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่นั้น

2. จลนศาสตร์ (Kinematics) เป็นสาขาหนึ่งของพลศาสตร์ว่าด้วยการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งไม่คำนึงถึงแรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่นั้น

### 1.2.3 สถิตศาสตร์ของไหล (Hydrostatics)

สถิตศาสตร์ของไหล หรือกลศาสตร์ที่ว่าด้วยแรงที่กระทำต่อวัตถุ ซึ่งเป็นของเหลวหรือก๊าซ

## 1.3 วิวัฒนาการของกลศาสตร์ (Evolution of Mechanics)

วิวัฒนาการของวิชากลศาสตร์นับตั้งแต่โบราณจนถึงปัจจุบัน มีการพัฒนามาตามลำดับ โดยนักคิดและนักวิทยาศาสตร์ของโลก ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- อาร์คิมิดีส (Archimedis) พิสูจน์ให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำบนคานภายใต้สภาวะสมดุล
- สตีวินัส (Stevinus) ตั้งกฎของระนาบเอียงและกฎสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง
- กาลิเลโอ (Galileo) พัฒนาหลักการของวิชาพลศาสตร์ โดยทำการทดลองเพื่อพิสูจน์ให้เห็นถึงทฤษฎีที่ผิด ๆ ของนักปราชญ์ชาวกรีก โดยเฉพาะกฎแรงโน้มถ่วงของโลก
- คริสเตียน ฮอยเกนส์ (Christian Huygens) ประดิษฐ์นาฬิกาลูกตุ้ม หาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก รวมไปถึงแรงเข้าสู่จุดศูนย์กลาง
- เซอร์ไอแซค นิวตัน (Sir Isaac Newton) ตั้งกฎเกณฑ์เบื้องต้นของวิชากลศาสตร์ แรงโน้มถ่วงของจักรวาล และกฎการเคลื่อนที่

## 1.4 ปริมาณทางกลศาสตร์ (Quantity in Mechanics)

ปริมาณทางกลศาสตร์ก็เหมือนปริมาณทางฟิสิกส์ ซึ่งแบ่งเป็น 2 ชนิดดังต่อไปนี้

**1.4.1 ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantity)** คือปริมาณที่มีแต่ขนาดเท่านั้น ได้แก่

- เวลา เช่น 06.00 น. 18.00 น.
- พื้นที่ เช่น 1 ไร่, 4 งาน, 1,600 ตารางเมตร
- ปริมาตร เช่น 1 ลูกบาศก์เมตร, 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ความหนาแน่น เช่น 1,000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
- หน่วยน้ำหนัก เช่น 9,810 นิวตันต่อลูกบาศก์เมตร

- มวล เช่น 1 ตัน, 100 กิโลกรัม
- แรง เช่น 9,810 นิวตัน
- ระยะทาง เช่น 1 กิโลเมตร, 1,000 เมตร

#### 1.4.2 ปริมาณเวกเตอร์ (Vector Quantity)

ปริมาณเวกเตอร์ คือปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง รวมไปถึงปริมาณใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับทั้งขนาดและทิศทาง เช่น รถยนต์แล่นไปทางทิศใต้ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หรือแรง 15 นิวตันกระทำต่อวัตถุในทิศทางพุ่งลง เป็นต้น

### 1.5 มิติและระบบหน่วย (Dimensions & Unit System)

#### 1.5.1 มิติ (Dimensions)

มิติ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้เป็นตัวแทนของหน่วยการวัดต่าง ๆ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด ดังนี้

1. **ปฐมภูมิมิติ (Primary Dimensions)** คือมิติของหน่วยที่ไม่เกี่ยวข้องกับมิติอื่น ๆ เช่น เวลาที่มีมิติคือ T หรือความยาวที่มีมิติคือ L เป็นต้น

2. **ทุติยภูมิมิติ (Secondary Dimensions)** คือมิติของหน่วยที่มีเทอมของปฐมภูมิมิติ ตั้งแต่ 2 เทอมขึ้นไป โดยแสดงออกตามนิยาม กฎ หรือสมการ เช่น ความหนาแน่น หมายถึง มวลต่อปริมาตร มีมิติคือ  $M/V$  หรือเขียนเป็น  $MV^{-1}$  เป็นต้น

#### 1.5.2 ระบบหน่วย (Unit System)

ในปัจจุบันระบบหน่วยที่ใช้เป็นสากล คือระบบ SI ซึ่งย่อมาจาก International System of Unit สำหรับระบบหน่วยที่ใช้ในทางกลศาสตร์เป็นพื้นฐานมีอยู่ 4 ปริมาณ ประกอบไปด้วย

1. มวล (Mass) มีมิติ M ใช้หน่วย กิโลกรัม (Kilogram : kg)
2. แรง (Force) มีมิติ F ใช้หน่วย นิวตัน (Newton : N)
3. ความยาว (Length) มีมิติ L ใช้หน่วย เมตร (Metre : m)
4. เวลา (Time) มีมิติ T ใช้หน่วย วินาที (Second : sec)

จากระบบหน่วยและปริมาณพื้นฐานทางกลศาสตร์ดังกล่าว สามารถอธิบายนิยามของแรงตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ซึ่งกล่าวว่า

แรง 1 หน่วย คือแรงที่ทำให้วัตถุมวล 1 หน่วย เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 หน่วยความยาวต่อเวลากำลังสอง ซึ่งเขียนได้เป็นสมการดังนี้

$$\begin{aligned}
 &F = ma \quad \text{.....(1.1)} \\
 \text{เมื่อ} \quad &F = \text{แรง, (N)} \\
 &m = \text{มวล, (kg)} \\
 &a = \text{ความเร่ง, (m/sec}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

เมื่อกล่าวถึงน้ำหนัก (Weight) ซึ่งหมายถึง แรงที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงกระทำต่อมวล ซึ่งเขียนได้เป็นสมการดังนี้

$$\begin{aligned}
 &W = m \cdot g \quad \text{.....(1.2)} \\
 \text{เมื่อ} \quad &W = \text{น้ำหนัก, (N)} \\
 &g = \text{แรงโน้มถ่วง} \\
 &= 9.81 \text{ m/sec}^2 \text{ หรือ } 32.2 \text{ ft/sec}^2 \text{ เมื่ออยู่บนผิวโลก}
 \end{aligned}$$

สังเกตได้ว่าหน่วยของความเร่ง  $a$  และแรงโน้มถ่วง  $g$  เหมือนกัน เมื่อมาคูณกับหน่วยของมวล  $m$  จะทำให้แรง  $F$  และน้ำหนัก  $W$  มีหน่วยเท่ากัน หรือกล่าวได้ว่า

แรง 1 N หมายถึง แรงที่ทำให้มวล 1 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 m/sec<sup>2</sup> นั่นคือ

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

ในบางกรณีพบว่าตัวเลขที่นำมาทำการวิเคราะห์คำนวณมีจำนวนมาก ซึ่งอาจเป็นจำนวนที่มากขึ้นหรือลดลง ดังนั้นระบบ SI จึงมีการกำหนดคำนำหน้าหน่วยตามขนาดของปริมาณ ดังแสดงในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 คำนำหน้าหน่วยตามขนาดของปริมาณของระบบ SI

| คำนำหน้าหน่วย | ขนาดของปริมาณ | สัญลักษณ์ |
|---------------|---------------|-----------|
| เทระ (tera)   | $10^{12}$     | T         |
| จิกะ (giga)   | $10^9$        | G         |
| เมกะ (mega)   | $10^6$        | M         |
| กิโล (kilo)   | $10^3$        | k         |
| เซนติ (centi) | $10^{-2}$     | c         |
| มิลลิ (milli) | $10^{-3}$     | m         |
| ไมโคร (micro) | $10^{-6}$     | $\mu$     |
| นาโน (nano)   | $10^{-9}$     | n         |
| พิโค (pico)   | $10^{-12}$    | p         |

### 1.5.3 เลขนัยสำคัญ

เลขนัยสำคัญเป็นตัวเลขในปริมาณใด ๆ ซึ่งแสดงขนาดของปริมาณนั้นอย่างแน่นอน หรือคือตัวเลขที่อ่านถึงสเกลที่เล็กที่สุดในเครื่องวัดปริมาณนั้น เช่น ค่าที่อ่านได้จากการวัดไม้บรรทัด ซึ่งแบ่งสเกลได้ช่องละ  $\frac{1}{10}$  เซนติเมตร วัดของสิ่งหนึ่งได้ยาว 5.68 เซนติเมตร เป็นต้น

ตัวเลขนัยสำคัญคือ 5 กับ 6 เท่านั้น ตัวเลข 8 เป็นการประมาณจากช่องของสเกล ซึ่งไม่เป็นเลขนัยสำคัญ ดังนั้นจึงควรบันทึกความคลาดเคลื่อนไว้ด้วย เช่น  $5.68 \pm 0.01$  หมายความว่า ยอมให้ผิดพลาดได้ไม่เกิน 0.01 เซนติเมตร กรณีนี้เลขนัยสำคัญมี 3 ตัว คือ 5, 6 และ 8

หลักการหาเลขนัยสำคัญ มีดังนี้คือ

1. เลขทุกตัวที่ไม่ใช่ 0 ถือเป็นเลขนัยสำคัญหมด เช่น 123, 1.23, 1234, 123.4 มีเลขนัยสำคัญ 3, 3, 4, 4 ตัว ตามลำดับ
2. เลข 0 ที่อยู่ระหว่างเลขนัยสำคัญ ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญด้วย เช่น 103, 11011, 100.001 มีเลขนัยสำคัญ 3, 5, 6 ตัว ตามลำดับ
3. เลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายมือ ไม่ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 000101, 0.0001, 0.203 มีเลขนัยสำคัญ 3, 1, 3 ตัว ตามลำดับ
4. เลข 0 ที่อยู่ทางขวามือและอยู่หลังจุดทศนิยม ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญ เช่น 101.0, 11.10, 0.1100 ทุกจำนวนมีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว
5. เลข 0 ทางปลายขวามือเป็นเลขจำนวนเต็มถือว่าไม่ใช่เลขนัยสำคัญ เช่น 30, 600, 3500 มีเลขนัยสำคัญ 1, 1, 2 ตัว ตามลำดับ

**ตัวอย่างที่ 1.1** มนุษย์อวกาศมีน้ำหนักบนโลก 600 N เมื่อขึ้นไปอยู่บนดวงจันทร์ ซึ่งมีอัตราแรงโน้มถ่วงเป็น 1 ใน 6 ของแรงโน้มถ่วงของโลก จงคำนวณหามวลของมนุษย์อวกาศผู้นี้ที่ผิวโลกและบนดวงจันทร์ และหาน้ำหนักของมนุษย์อวกาศบนผิวดวงจันทร์

**วิธีทำ** มวลของวัตถุจะไม่มีการสูญหายไปไหน ดังนั้นมวลของมนุษย์อวกาศที่ผิวโลกของผิวดวงจันทร์จึงต้องเท่ากัน นั่นคือ

$$\begin{aligned}
 \text{เนื่องจาก } W &= m \cdot g \\
 \therefore m &= \frac{W}{g} \\
 &= \frac{600 \text{ N}}{9.81 \text{ m/sec}^2} \\
 &= 61.16 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

ตอบ

น้ำหนักของมนุษย์อวกาศบนผิวดวงจันทร์

$$\begin{aligned} W &= (61.16 \text{ kg}) \frac{(9.81 \text{ m/sec}^2)}{6} \\ &= 100 \text{ N} \end{aligned}$$

ตอบ

ข้อสังเกต มวลในทางกลศาสตร์ คือน้ำหนักที่นิยมใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ข้าวสารหนักถุงละ 5 kg ปูนซีเมนต์หนักถุงละ 50 kg เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.2 รถยนต์มวล 900 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงที่  $1.5 \text{ m/sec}^2$  จงคำนวณหาแรงที่ทำให้รถยนต์เคลื่อนที่ (ตอบให้มีเลขนัยสำคัญ 5 ตัว)

วิธีทำ เนื่องจาก  $F = m \cdot a$

$$\begin{aligned} &= (900 \text{ kg})(1.5 \text{ m/sec}^2) \\ &= 1350.0 \text{ N} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.3 คอนกรีต  $1 \text{ m}^3$  มีความหนาแน่น  $2400 \text{ kg/m}^3$  เมื่อวางอยู่บนผิวดวงโลก จะมีน้ำหนักเท่าใด (ตอบให้มีเลขนัยสำคัญ 5 ตัว)

วิธีทำ เนื่องจาก  $W = m \cdot g$

$$\begin{aligned} &= (1 \text{ m}^3)(2400 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/sec}^2) \\ &= 23544 \text{ N} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.4 ก้อนหินถูกขว้างด้วยแรง  $10 \text{ N}$  มีอัตราเร่งคงที่  $25 \text{ ft/sec}^2$  จงคำนวณหามวลของก้อนหินนี้ (ตอบให้มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว)

วิธีทำ เนื่องจาก  $F = m \cdot a$

$$\begin{aligned} \therefore m &= \frac{F}{a} \\ &= \frac{10 \text{ N}}{25 \text{ ft/sec}^2} \cdot \left[ \frac{3.281 \text{ ft}}{\text{m}} \right] \\ &= 1.31 \text{ kg} \end{aligned}$$

ตอบ

## แบบฝึกหัดบทที่ 1

1. ดินมีความหนาแน่น  $1.8 \text{ T/m}^3$  ทำการขุดบ่อน้ำขนาด  $10 \times 20 \text{ m}^2$  ลึก  $3 \text{ m}$  จงคำนวณหามวลของดินที่ขุดออกมา  
(ตอบ  $m = 108 \times 10^4 \text{ kg}$ )
2. เสาคอนกรีตหนัก  $3000 \text{ N}$  วางอยู่บนตอม่อในระดับพื้นผิวโลก จะมีมวลเท่าไร  
(ตอบ  $m = 305.81 \text{ kg}$ )
3. วัตถุมวล  $10 \text{ lb}$  เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่ง  $10 \text{ ft/sec}^2$  จงคำนวณหาแรงที่ทำให้วัตถุนี้เคลื่อนที่  
(ตอบ  $F = 13.822 \text{ N}$ )
4. ก้อนหินหนัก  $5 \text{ kg}$  ถูกขว้างด้วยแรง  $10 \text{ N}$  จะมีอัตราเร่งประมาณเท่าไร  
(ตอบ  $a = 2 \text{ m/sec}^2$ )
5. รถยนต์แล่นด้วยอัตราเร็ว  $80 \text{ km/hr}$  จากจังหวัดขอนแก่นถึงกรุงเทพฯ ซึ่งมีระยะทางประมาณ  $444 \text{ km}$  ถ้าถือว่าอัตราเร็วนี้คงที่ตลอดเส้นทาง จะใช้เวลาในการแล่นรถเป็นเวลาเท่าใด  
(ตอบ  $7.4 \text{ hr}$ )
6. คานคอนกรีตขนาดหน้าตัด  $0.20 \times 0.40 \text{ m}^2$  ช่วงเดี่ยวยาว  $3 \text{ m}$  ถ้าความหนาแน่นของคอนกรีตมีค่า  $2400 \text{ kg/m}^3$  คานคอนกรีตนี้มีน้ำหนักเท่าใด  
(ตอบ  $W = 5650.56 \text{ N}$ )
7. ท่อนเหล็กหนัก  $500 \text{ N}$  ท่อนหนึ่ง วางอยู่บนผิวโลก จะมีมวลเท่าไร  
(ตอบ  $m = 50.968 \text{ kg}$ )
8. น้ำถูกบรรจุในถังน้ำขนาด  $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$  เมื่อน้ำมีความหนาแน่น  $1 \text{ T/m}^3$  ถ้ามาน้ำนี้จะมีน้ำหนักเท่าไร ถ้าไม่รวมน้ำหนักถังน้ำ  
(ตอบ  $W = 9.81 \text{ kN}$ )

9. ชายคนหนึ่งมีมวล 70 kg เดินด้วยอัตราเร่งคงที่  $1.5 \text{ m/sec}^2$  เขาจะออกแรงในการเดินมีค่าเท่าใด

(ตอบ  $F = 105 \text{ N}$ )

10. ลูกธนูถูกยิงออกมาด้วยแรง 15 N ในอัตราเร่งคงที่  $100 \text{ m/sec}^2$  ลูกธนูนี้มีมวลเท่าใด

(ตอบ  $m = 0.15 \text{ kg}$ )



## 2.1 ความหมายและชนิดของแรง (Definition & Type of Force)

### 2.1.1 แรง (Force)

แรงคือปริมาณเวกเตอร์ที่แสดงความสามารถที่จะทำให้วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ กล่าวคือ เดิมทีวัตถุหยุดนิ่งแต่เมื่อมีแรงมากระทำมากพอ วัตถุก็จะเกิดการเคลื่อนที่ หรือถ้าวัตถุเคลื่อนที่อยู่แล้วเมื่อมีแรงมากระทำ การเคลื่อนที่อาจเร็วขึ้นหรือลดลง หรือหยุดเคลื่อนที่ก็เป็นได้

ในบางกรณีวัตถุอาจได้รับแรงกระทำมากกว่าหนึ่งแรง การพิจารณาผลของแรงที่มากระทำต่อวัตถุหลายแรงนั้น ย่อมมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ จำเป็นต้องมีการรวมแรงทั้งหมดที่มากระทำต่อวัตถุ เราเรียกผลรวมของแรงที่กระทำต่อวัตถุนี้ว่า แรงลัพธ์หรือแรงรวม (Resultant Force) ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

### 2.1.2 ชนิดของแรง

ชนิดของแรงแบ่งตามลักษณะของแรงได้ดังต่อไปนี้

1. แรงดึง (Tension Force) คือแรงภายนอกที่กระทำให้อวัตถุแยกออกจากกัน โดยมีทิศทางออกจากจุดที่กระทำ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



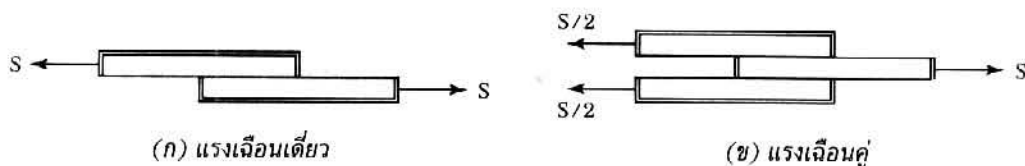
รูปที่ 2.1 ลักษณะของแรงดึง

2. แรงอัด (Compression Force) คือแรงภายนอกที่กระทำให้อวัตถุกดตัวเข้าหากัน โดยมีทิศทางอัดเข้าหาจุดที่กระทำ ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ลักษณะของแรงอัด

3. แรงเฉือน (Shearing Force) คือแรงภายนอกที่พยายามตัดหรือเฉือนวัตถุที่ต่อยึดกัน โดยมีทิศทางกระทำตรงกันข้ามกัน ซึ่งจะมีทั้งแบบแรงเฉือนเดี่ยว (Single Shear) และแรงเฉือนคู่ (Double Shear) ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ลักษณะของแรงเฉือน

## 2.2 ระบบแรง (Force System)

การจำแนกระบบแรงที่ใช้ในการวิเคราะห์หาแรงในชิ้นส่วนของวัตถุ โดยทั่วไปแล้วจะจำแนกออกเป็น 2 ระบบดังต่อไปนี้

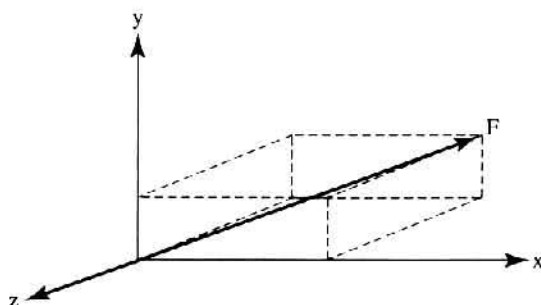
### 2.2.1 แรงสองมิติ (Two-Dimensions Force)

แรงสองมิติ ได้แก่แรงที่กระทำต่อวัตถุในแนวระดับ หรือแนวแกน  $x$  และแรงที่กระทำในแนวตั้งหรือแนวแกน  $y$  โดยแยกย่อยได้อีก 3 ชนิด คือ

1. แรงสองมิติที่พบกัน (Concurrent Force)
2. แรงสองมิติที่ขนานกัน (Parallel Force)
3. แรงสองมิติที่ไม่พบกัน (Nonconcurrent Force)

### 2.2.2 แรงสามมิติ (Tri-Dimensions Force)

แรงสามมิติ ได้แก่แรงที่กระทำต่อวัตถุโดยไม่ได้อยู่ในระนาบของแนวแกน  $xy$ ,  $yz$  และ  $zx$  แต่กลับมีทิศทางเบี่ยงเบนออกไปจากระนาบทั้งสาม บางตำราเรียกแรงนี้ว่า Force in Space มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ลักษณะของแรงสามมิติ

แรงสามมิติยังสามารถแยกย่อยได้อีกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แรงสามมิติที่พบกัน (Concurrent Force in Space)
2. แรงสามมิติที่ไม่พบกัน (Nonconcurrent Force in Space)

## 2.3 โมเมนต์ของแรง (Moment of Force)

โมเมนต์ของแรง หมายถึง ค่าของผลคูณระหว่างแรงกับระยะทางจากจุดหมุนจนถึงแนวแรงในแนวตั้งฉาก โดยที่ระยะทางจากจุดหมุนถึงแนวแรง เรียกว่า แขนของโมเมนต์ (Moment Arm) ดังแสดงในรูปที่ 2.5 และเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 M &= F \cdot Ar && \dots\dots\dots(2.1) \\
 \text{เมื่อ } M &= \text{โมเมนต์ของแรง, (N} \cdot \text{m)} \\
 F &= \text{แรง, (N)} \\
 Ar &= \text{แขนของโมเมนต์, (m)}
 \end{aligned}$$



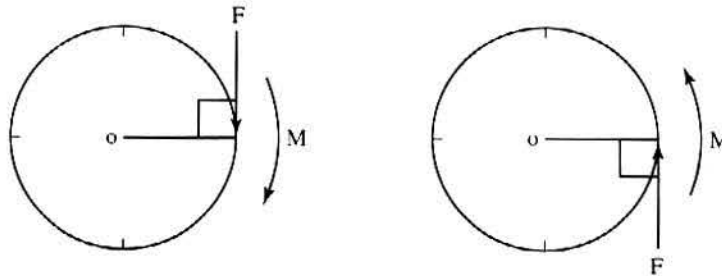
รูปที่ 2.5 โมเมนต์ของแรง

โมเมนต์ของแรงสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิด ตามลักษณะการเดินทางรอบจุดหมุนดังต่อไปนี้

1. โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา (Clock Wise Moment) คือโมเมนต์ที่เกิดจากแรงซึ่งเดินทางรอบจุดหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา คูณกับระยะทางจากจุดหมุนถึงแนวแรง โดยสามารถสมมติเครื่องหมายบวก (+) หรือลบ (-) ได้ตามความเหมาะสม และต้องสอดคล้องกับโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาด้วย

2. โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา (Anti - Clock Wise Moment) คือโมเมนต์ที่เกิดจากแรง ซึ่งเดินทางรอบจุดหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา คูณกับระยะทางจากจุดหมุนถึงแนวแรง โดยสามารถสมมติเครื่องหมายบวก (+) หรือลบ (-) ได้ตามความเหมาะสม และต้องสอดคล้องกับโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกาด้วยเช่นกัน

ลักษณะของโมเมนต์ทั้งสองชนิดดังแสดงในรูปที่ 2.6



(ก) โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

(ข) โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

รูปที่ 2.6 ชนิดของโมเมนต์ของแรง

ตัวอย่างที่ 2.1 จงคำนวณหาโมเมนต์ของแรง 10 N ที่กระทำ ณ จุด ซึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะทาง 6 ft

วิธีทำ            เนื่องจาก             $M = F \cdot Ar$

$$= (10 \text{ N})(6 \text{ ft}) \cdot \frac{1 \text{ m}}{3.281 \text{ ft}}$$

$$= 18.287 \text{ N} \cdot \text{m}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.2 โมเมนต์ขนาด 50 N · m ณ ระยะ 5400 mm จะเกิดจากแรงขนาดเท่าใด

วิธีทำ            เนื่องจาก             $M = F \cdot Ar$

$$\therefore F = \frac{M}{Ar}$$

$$= \frac{50 \text{ N} \cdot \text{m}}{5400 \text{ mm}} \cdot \left[ \frac{1000 \text{ mm}}{\text{m}} \right]$$

$$F = 9.259 \text{ N}$$

ตอบ

## 2.4 เงื่อนไขของการสมดุล (Condition of Equilibrium)

ขณะที่วัตถุหยุดอยู่นิ่ง รวมถึงยังคงอยู่นิ่ง (Still) หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เมื่อมีแรงมากระทำต่อวัตถุนั้น เราจะเรียกสภาวะเช่นนี้ว่า สภาวะสมดุล โดยที่ภายใต้สภาวะเช่นนี้ตามกฎของ Statics ได้กำหนดว่า ค่าผลรวมทางพีชคณิตของแรงรวมไปถึงโมเมนต์ของแรงในทุกทิศทางต้องเท่ากับศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนเป็นเงื่อนไขของการสมดุลได้ดังต่อไปนี้

**2.4.1  $\Sigma F_x = 0$** 

$\Sigma F_x = 0$  คือผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวระดับหรือแนวแกน  $x$  ต้องเท่ากับศูนย์ หรือกล่าวง่าย ๆ ได้ว่าแรงทางซ้ายมือต้องเท่ากับแรงทางขวามือ

**2.4.2  $\Sigma F_y = 0$** 

$\Sigma F_y = 0$  คือผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวตั้ง หรือแนวแกน  $y$  ต้องเท่ากับศูนย์ หรือกล่าวง่าย ๆ ได้ว่าแรงขึ้นต้องเท่ากับแรงลง

**2.4.3  $\Sigma F_z = 0$** 

$\Sigma F_z = 0$  คือผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวแกน  $z$  ต้องเท่ากับศูนย์

**2.4.5  $\Sigma M = 0$** 

$\Sigma M = 0$  คือผลรวมทางพีชคณิตของโมเมนต์ของแรง ต้องเท่ากับศูนย์

**2.5 ผลลัพธ์ของระบบแรง**

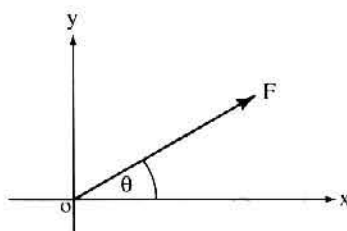
โดยทั่วไปแล้วการหาแรงในชิ้นส่วนของวัตถุต่าง ๆ มีวิธีการหาได้ 2 วิธีคือ

1. วิธีพีชคณิตหรือวิธีแตกแรง ซึ่งมีจุดเด่นคือ ได้ค่าซึ่งได้จากการคำนวณค่อนข้างละเอียด แต่ก็มีกระบวนการในการคำนวณค่อนข้างยุ่งยาก
2. วิธีกราฟิก ซึ่งมีกระบวนการค่อนข้างสั้น แต่ค่าที่ได้จะมีค่าไม่ละเอียดและไม่ถูกต้องเท่ากับวิธีพีชคณิต

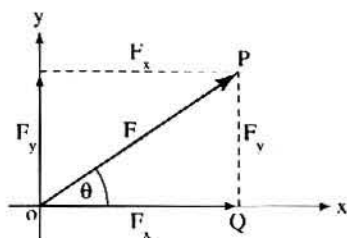
**2.5.1 หลักการหาแรงโดยวิธีพีชคณิต**

1. การแตกแรง หมายถึง การแยกแรงที่มากกระทำต่อวัตถุ ณ จุดใด ๆ ให้มาอยู่ในแนวเดียวกัน อาจเป็นแนวแกน  $x$  หรือแนวแกน  $y$  ก็ได้ โดยมีหลักการดังต่อไปนี้

กำหนดให้แรง  $F$  กระทำเป็นมุม  $\theta$  กับแนวแกน  $x$  โดยที่จุด  $o$  เป็นจุดศูนย์กลางของแนวแกน  $x$  และแนวแกน  $y$  ดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แรง  $F$  กระทำเป็นมุม  $\theta$  กับแนวแกน  $x$



รูปที่ 2.8 สามเหลี่ยมมุมฉากของแรง

จากรูปที่ 2.8  $OQ =$  แรง  $F$  ที่แตกไปอยู่ในแนวแกน  $x$

$$= F_x$$

$PQ =$  แรง  $F$  ที่แตกไปอยู่ในแนวแกน  $y$

$$= F_y$$

$OP =$  แรง  $F$

จากสามเหลี่ยมมุมฉาก  $OPQ$  ทฤษฎีหลักการของตรีโกณมิติ จะได้ว่า

$$\frac{OQ}{OP} = \frac{F_x}{F} = \cos \theta$$

$$\therefore F_x = F \cos \theta \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

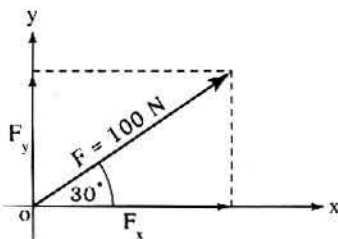
$$\frac{PQ}{OP} = \frac{F_y}{F} = \sin \theta$$

$$\therefore F_y = F \sin \theta \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

**ข้อสังเกต** ค่า  $F_x$  และค่า  $F_y$  ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ  $F \cos \theta$  และ  $F \sin \theta$  ตามลำดับเสมอไป เนื่องมาจากค่ามุม  $\theta$  ที่เกิดขึ้นอาจเกิดขึ้นในแนวอื่น ๆ แต่ก็สามารถใช้หลักการเช่นเดียวกันนี้หาได้เช่นเดียวกัน

**ตัวอย่างที่ 2.3** จงคำนวณหาแรงในแนวแกน  $x$  และแนวแกน  $y$  ของแรง  $100 \text{ N}$  ซึ่งทำมุมกับแนวแกน  $x$   $30^\circ$

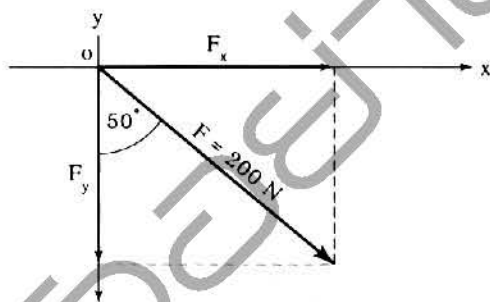
**วิธีทำ**



แรงในแนวแกน x  $\frac{F_x}{F} = \cos 30^\circ$   
 $F_x = F \cos 30^\circ$   
 $= 100 \cos 30^\circ$   
 $= 86.60 \text{ N } (\rightarrow)$  ตอบ

แรงในแนวแกน y  $\frac{F_y}{F} = \sin 30^\circ$   
 $F_y = F \sin 30^\circ$   
 $= 100 \text{ หรือ } 30^\circ$   
 $= 50.00 \text{ N } (\uparrow)$  ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.4 จงคำนวณหาแรงในแนวแกน x และแนวแกน y จากแรงดังแสดงในรูป



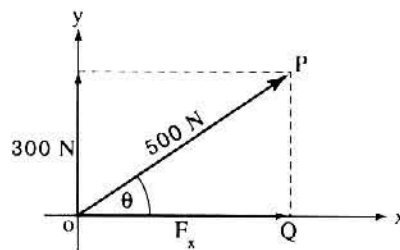
วิธีทำ

แรงในแนวแกน x  $\frac{F_x}{F} = \sin 50^\circ$   
 $F_x = 200 \sin 50^\circ$   
 $= 153.21 \text{ N } (\rightarrow)$  ตอบ

แรงในแนวแกน y  $\frac{F_y}{F} = \cos 50^\circ$   
 $F_y = 200 \cos 50^\circ$   
 $= 128.56 \text{ N } (\downarrow)$  ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.5 จงคำนวณหาแรงในแนวแกน x โดยอาศัยข้อมูลดังแสดงในรูป

วิธีทำ



จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} OQ &= F_x \\ &= \sqrt{OP^2 - PQ^2} \\ &= \sqrt{500^2 - 300^2} \\ &= 400 \text{ N } (\rightarrow) \end{aligned}$$

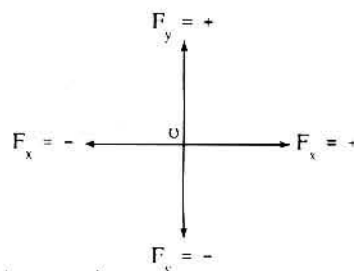
ตอบ

2. การรวมแรง หมายถึง การรวมแรงในแนวแกน x และแนวแกน y ซึ่งเกิดจากหลาย ๆ แรง ซึ่งทำการแตกแรงมาแล้วมารวมกัน โดยอาศัยหลักการทางพีชคณิต

เครื่องหมายของแรงตามหลักพีชคณิตเพื่อนำมาทำการรวมแรงนั้น จะมีค่า + หรือ - ขึ้นอยู่กับทิศทางของแรง โดยทั่วไปแล้วแรงในแนวแกน x หรือแนวระดับนั้นจะถือว่า แรงซึ่งออกจากจุดเริ่มต้นมีทิศทางไปทางขวามือ ( $\rightarrow$ ) ถือว่ามีเครื่องหมายเป็น + ในทางตรงกันข้าม แรงซึ่งออกจากจุดเริ่มต้นมีทิศทางไปทางซ้ายมือ ถือว่ามีเครื่องหมายเป็น -

สำหรับแรงในแนวแกน y หรือแนวตั้งนั้น จะถือว่าแรงซึ่งออกจากจุดเริ่มต้นมีทิศทางขึ้นไปด้านบน ( $\uparrow$ ) ถือว่ามีเครื่องหมายเป็น + ในทางตรงกันข้าม แรงซึ่งออกจากจุดเริ่มต้นมีทิศทางลงด้านล่าง ( $\downarrow$ ) ถือว่ามีเครื่องหมายเป็น -

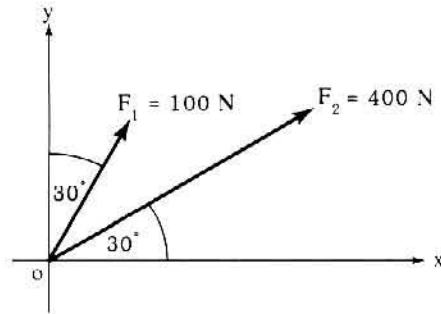
เครื่องหมายของแรงตามหลักพีชคณิต สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 เครื่องหมายของแรงตามหลักพีชคณิต

ตัวอย่างที่ 2.6 จงคำนวณหาแรงในแนวแกน x และ y จากแรงดังแสดงในรูป

วิธีทำ



แรงในแนวแกน y

$$\begin{aligned} F_{y1} &= F_1 \cos 30^\circ \\ F_{y2} &= F_2 \sin 30^\circ \\ F_y &= F_{y1} + F_{y2} \\ &= 100 \cos 30^\circ + 400 \sin 30^\circ \\ &= 286.60\text{ N } (\uparrow) \end{aligned}$$

ตอบ

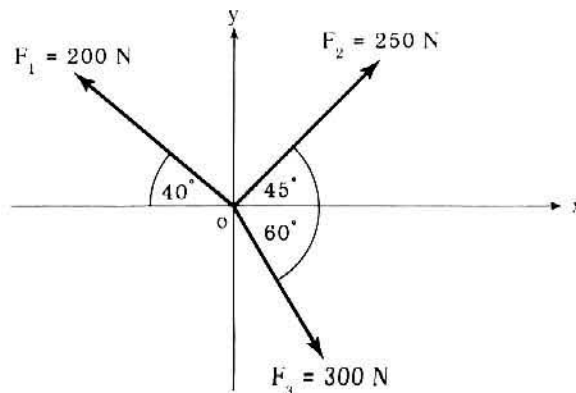
แรงในแนวแกน x

$$\begin{aligned} F_{x1} &= F_1 \sin 30^\circ \\ F_{x2} &= F_2 \cos 30^\circ \\ F_x &= F_{x1} + F_{x2} \\ &= 100 \sin 30^\circ + 400 \cos 30^\circ \\ &= 396.41\text{ N } (\rightarrow) \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.7 จงรวมแรงในแนวแกน x และแนวแกน y ของแรงดังแสดงในรูป

วิธีทำ



แรงในแนวแกน y

$$\begin{aligned}
 F_{y1} &= F_1 \sin 40^\circ \\
 F_{y2} &= F_2 \sin 45^\circ \\
 F_{y3} &= F_3 \sin 60^\circ \\
 F_y &= F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} \\
 &= 200 \sin 40^\circ + 250 \sin 45^\circ - 300 \sin 60^\circ \\
 F_y &= 45.53 \text{ N } (\uparrow)
 \end{aligned}$$

ตอบ

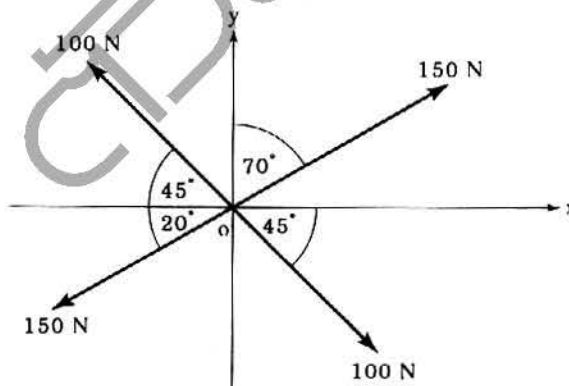
แรงในแนวแกน x

$$\begin{aligned}
 F_{x1} &= F_1 \cos 40^\circ \\
 F_{x2} &= F_2 \cos 45^\circ \\
 F_{x3} &= F_3 \cos 60^\circ \\
 F_x &= F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} \\
 &= 250 \cos 45^\circ + 300 \cos 60^\circ - 200 \cos 40^\circ \\
 &= 173.57 \text{ N } (\rightarrow)
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.8 จงพิสูจน์ว่าแรงดังแสดงในรูป อยู่ในสภาวะสมดุล

วิธีทำ



แรงในแนวแกน y

$$\begin{aligned}
 \Sigma F_y &= 100 \sin 45^\circ + 150 \cos 70^\circ - 100 \sin 45^\circ - 150 \sin 20^\circ \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

แรงในแนวแกน x

$$\begin{aligned}
 \Sigma F_x &= -100 \cos 45^\circ + 150 \sin 70^\circ + 100 \cos 45^\circ - 150 \cos 20^\circ \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

จากเงื่อนไขของการสมดุล

$$\sum F_x = 0$$

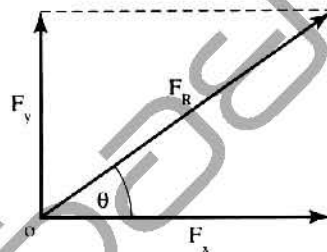
$$\sum F_y = 0$$

∴ แรงในรูปนี้มีสภาวะสมดุลจริง

ตอบ

3. การหาแรงลัพธ์ หมายถึง การหาค่าของแรงอันเกิดจากการรวมแรงจากแนวแกน x และแนวแกน y และด้วยเหตุที่ว่าแรงที่แนวแกน x และแรงในแนวแกน y ต่างกระทำมุมฉากต่อกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.10 เราจึงสามารถหาแรงลัพธ์ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} && \dots\dots\dots(2.4) \\ \text{เมื่อ } F_R &= \text{แรงลัพธ์, (N)} \\ F_x &= \text{ผลรวมทางพีชคณิตของแรงทางแนวแกน x, (N)} \\ F_y &= \text{ผลรวมทางพีชคณิตของแรงทางแนวแกน y, (N)} \end{aligned}$$



รูปที่ 2.10 การหาแรงลัพธ์  $F_R$

สำหรับค่ามุม  $\theta$  สามารถใช้หลักการของตรีโกณมิติหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{F_y}{F_x} &= \tan \theta \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} && \dots\dots\dots(2.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } \frac{F_y}{F_R} &= \sin \theta \\ \theta &= \sin^{-1} \frac{F_y}{F_R} && \dots\dots\dots(2.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } \frac{F_x}{F_R} &= \cos \theta \\ \theta &= \cos^{-1} \frac{F_x}{F_R} && \dots\dots\dots(2.7) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.9 จากตัวอย่างที่ 2.6 จงคำนวณหาแรงลัพธ์ และมุมที่กระทำกับแนวแกน x

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } F_R &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{396.41^2 + 286.60^2} \\ &= 489.16 \text{ N}\end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \theta &= \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} \\ &= \tan^{-1} \frac{286.60}{396.41} \\ &= 35.867^\circ\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.10 จากตัวอย่างที่ 2.7 จงคำนวณหาแรงลัพธ์ และมุมที่กระทำกับแนวแกน y

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } F_R &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{173.57^2 + 45.53^2} \\ &= 179.44 \text{ N}\end{aligned}$$

ตอบ

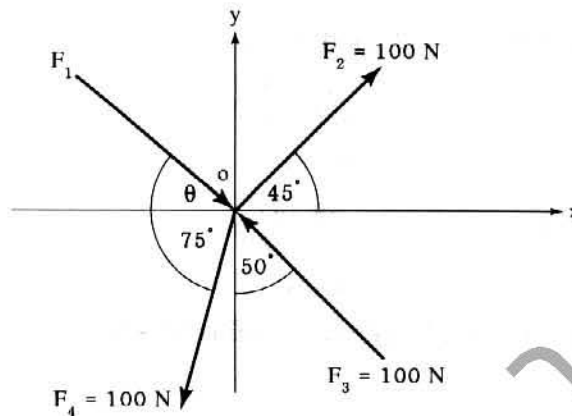
$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \theta &= \tan^{-1} \frac{F_x}{F_y} \\ &= \tan^{-1} \frac{173.57}{45.53} \\ &= 75.302^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{หรือ } \theta &= 90^\circ - \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} \\ &= 90^\circ - \tan^{-1} \frac{45.53}{173.57} \\ \theta &= 75.302^\circ\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.11 จงคำนวณหาค่าแรง  $F_1$  เพื่อเกิดสภาวะสมดุลที่จุด o ดังรูป

วิธีทำ



แรงในแนวแกน x

$$\begin{aligned} F_x &= F_1 \cos \theta + F_2 \cos 45^\circ - F_3 \sin 50^\circ - F_4 \cos 75^\circ \\ &= F_1 \cos \theta + 100 \cos 45^\circ - 100 \sin 50^\circ - 100 \cos 75^\circ \end{aligned}$$

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล

$$\begin{aligned} F_x &= 0 \\ F_1 \cos \theta &= 100 \sin 50^\circ + 100 \cos 75^\circ - 100 \cos 45^\circ \\ &= 31.776 \\ F_1 \cos \theta &= 31.776 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1)$$

แรงในแนวแกน y

$$\begin{aligned} F_y &= -F_1 \sin \theta + F_2 \sin 45^\circ + F_3 \cos 50^\circ - F_4 \sin 75^\circ \\ &= -F_1 \sin \theta + 100 \sin 45^\circ + 100 \cos 50^\circ - 100 \sin 75^\circ \end{aligned}$$

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล

$$\begin{aligned} F_y &= 0 \\ \therefore F_1 \sin \theta &= 100 \sin 45^\circ + 100 \cos 50^\circ - 100 \sin 75^\circ \\ &= 38.397 \\ F_1 \sin \theta &= 38.397 \quad \dots\dots\dots(2) \\ \frac{F_1 \sin \theta}{F_1 \cos \theta} &= \frac{38.397}{31.776} \\ \tan \theta &= 1.208 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1} 1.208 \\ &= 50.382^\circ\end{aligned}$$

แทนค่า  $\theta = 50.382^\circ$  ในสมการ (1)

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{31.776}{\cos 50.382^\circ} \\ &= 49.8 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Checking } F_1 &= \frac{38.397}{\sin 50.382^\circ} \\ &= 49.8 \text{ N}\end{aligned}$$

$\therefore$  แรง  $F_1$  ที่ทำให้เกิดสภาวะสมดุลมีค่า 49.8 N

ตอบ

### 2.5.2 หลักการหาแรงโดยวิธีกราฟิก

มีหลักการง่าย ๆ แต่ก็ต้องอาศัยอุปกรณ์ในการเขียนเวกเตอร์แทนแรง ได้แก่

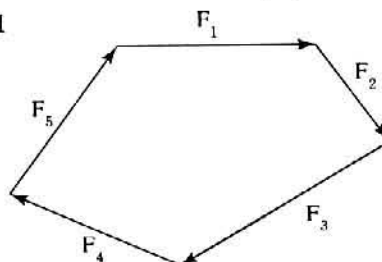
- ดินสอหรือปากกา
- ไม้บรรทัดและมาตราส่วน (Scale) รวมไปถึงอุปกรณ์วัดมุม
- ยางลบ
- กระดาษกราฟ ในกรณีที่ต้องการความละเอียดสูง

#### กฎของหลักการหาแรงโดยวิธีกราฟิก

1. เขียนเวกเตอร์แทนแรงโดยแทนด้วยเส้นตรง ความยาวของเส้นต้องสอดคล้องกับมาตราส่วนที่กำหนดไว้ เช่น ต้องการเขียนเวกเตอร์ของแรง 400 N โดยใช้มาตราส่วน 1 cm : 100 N ดังนั้นต้องเขียนเส้นตรงความยาว 4 cm เป็นต้น

2. เขียนเวกเตอร์โดยอะแกรมของแรงโดยการเขียนเวกเตอร์ของแรงต่อกัน โดยหัวลูกศรของเวกเตอร์ต้องต่อปลายของเวกเตอร์ของแรง ขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ของแรงต้องเป็นไปตามกำหนด

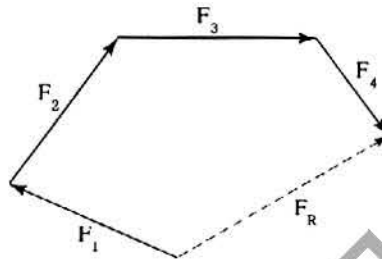
3. เวกเตอร์โดยอะแกรมของแรงที่ทำให้วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล จะมีลักษณะปิดสนิทดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 เวกเตอร์โดยอะแกรมของแรงที่ทำให้วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล

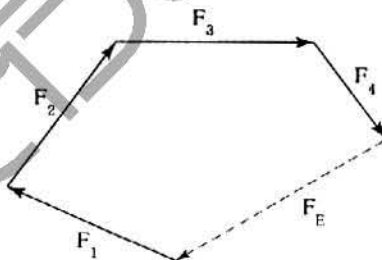
4. เวกเตอร์ไดอะแกรมของแรงที่ทำให้วัตถุไม่อยู่ในสภาวะสมดุล จะมีลักษณะปิดไม่สนิท ดังนั้นเวกเตอร์ของแรงในส่วนที่ปิดไม่สนิทคือ แรงลัพธ์ หรือแรงที่ทำให้วัตถุสมดุล ซึ่งมีข้อแตกต่างดังนี้

4.1 แรงลัพธ์ หมายถึง เวกเตอร์ของแรงที่มีทิศทางของแรงไม่เป็นไปตามกลุ่มของเวกเตอร์ไดอะแกรมของแรง ดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 2.12



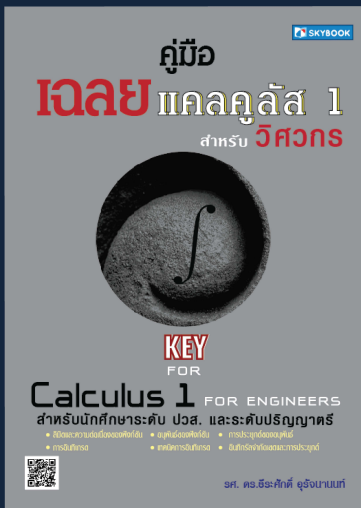
รูปที่ 2.12 เวกเตอร์ของแรงลัพธ์

4.2 แรงที่ทำให้วัตถุสมดุล หมายถึง เวกเตอร์ของแรงที่มีทิศทางเป็นไปตามกลุ่มของเวกเตอร์ไดอะแกรมของแรง ดังแสดงในรูปที่ 2.13

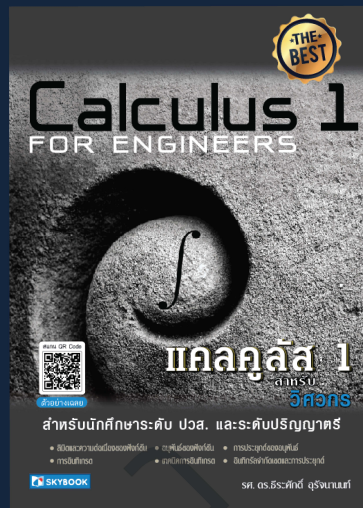


รูปที่ 2.13 เวกเตอร์ของแรงที่ทำให้วัตถุสมดุล

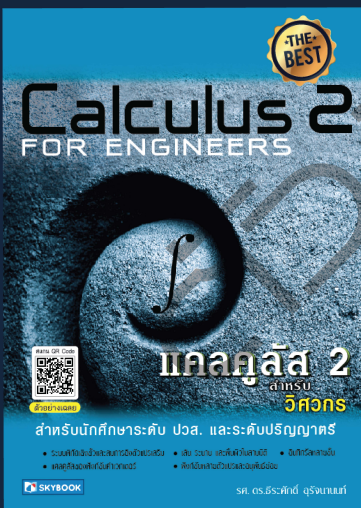
ในส่วนของการหาค่าของแรงลัพธ์และแรงที่ทำให้วัตถุสมดุล ทำได้โดยวัดความยาวของเวกเตอร์ในส่วนที่ปิดไม่สนิทของไดอะแกรม แล้วทำการเปรียบเทียบกับมาตราส่วนที่กำหนดไว้



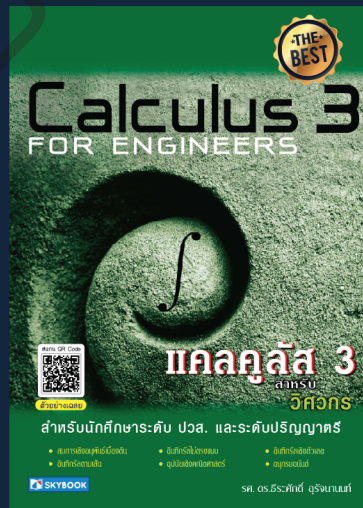
คู่มือเฉลย แคลคูลัส 1 สำหรับวิศวกร



แคลคูลัส 1 สำหรับวิศวกร



แคลคูลัส 2 สำหรับวิศวกร



แคลคูลัส 3 สำหรับวิศวกร

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



**บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด**  
**SKYBOOK COMPANY LIMITED**  
 28, 30, 32 ซอยรัชฎีนา-ปากมอญ 16 ซอย 7  
 ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130  
 โทรศัพท์ 0-2988-1125-7, 0-2567-5119 โทรสาร 0-2567-5105  
 www.skybook.co.th e-mail: sales@skybook.co.th

e-book

หมวดช่างอุตสาหกรรม  
 วิทยาศาสตร์วิศวกรรม

ISBN : 978-616-596-024-3



ราคา 240 บาท