



New ~~สรุป~~ เพิ่ม

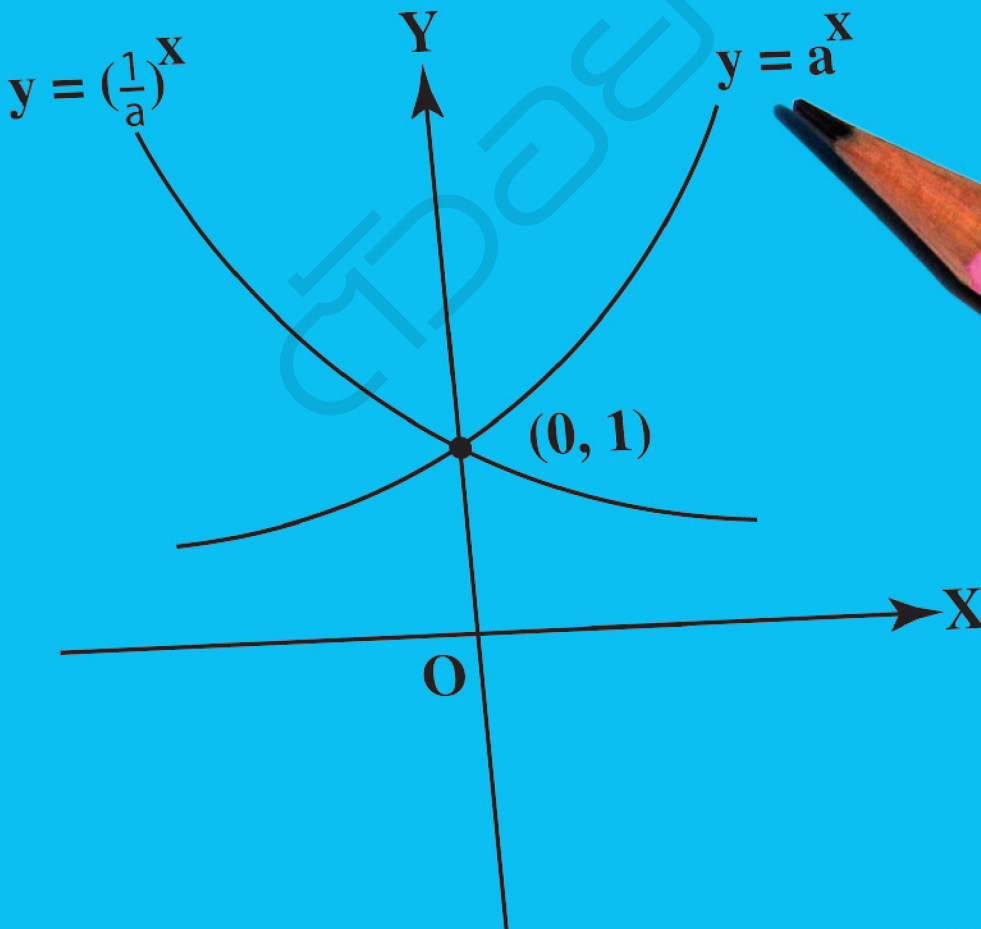


คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม

ใหม่

ตรงตามหลักสูตรแกนกลาง พ.ศ. 2551

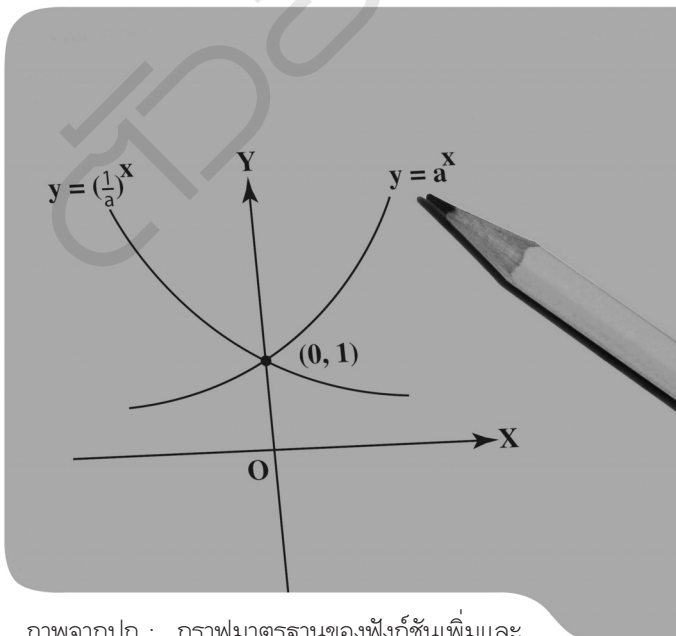
ม.5



New สรุปใหม่

คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

- สรุปเนื้อหาสำคัญ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ม.5
- ฝึกฝนและพัฒนาวิธีคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดสร้างสรรค์ คิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ
- แบบฝึกหัดและแบบทดสอบ พร้อมเฉลยละเอียด สามารถใช้ประเมินผลได้ด้วยตนเอง
- ดัชนีท้ายเล่มช่วยในการสืบค้นข้อมูล เป็นการเพิ่มทักษะสำคัญในการค้นคว้าหาความรู้
- เหมาะสำหรับเตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่สนามสอบและเป็นพื้นฐานการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น



ภาพจากปก : กราฟมาตรฐานของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจะตัดกันที่ $(0, 1)$ เสมอ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา และคณะ

New สรุปเข้ม

คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.

New สรุปเข้มคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5--กรุงเทพฯ : แม็ค, 2552.
240 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ 2. คณิตศาสตร์--ข้อสอบและเฉลย. I. ชื่อเรื่อง.

510

ISBN 978-974-412-569-9

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย



บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด

MAC PRESS CO., LTD.

ผู้เขียน : ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา และคณะ

สงวนลิขสิทธิ์ : พฤษภาคม 2552

ราคาจำหน่าย : 95 บาท

การสั่งซื้อ : ส่งงานนัดส่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว 10310 ในนาม บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028

E-mail : macpress@MACeducation.com

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : Udomsuxsa Printing and Publishing

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร)

คำนำ

หนังสือคู่มือ New สรุปเข้มคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5 เล่มนี้ นำเสนอเนื้อหาตามกรอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย สรุปเนื้อหาที่เป็นสาระสำคัญในแต่ละเรื่อง และแบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้พร้อมเฉลยละเอียด โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจเนื้อหาในแต่ละเรื่องด้วยตนเอง ฝึกทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งสามารถใช้ประเมินผลตนเองในท้ายหน่วยการเรียนรู้ นอกจากนี้มีแบบทดสอบพร้อมเฉลยละเอียดท้ายเล่มเพื่อให้ผู้เรียนได้เพิ่มทักษะในการเรียนรู้ สร้างความเข้าใจและความมั่นใจให้มากยิ่งขึ้นก่อนเข้าสู่สนามสอบจริงและเป็นพื้นฐานการศึกษาคือในระดับที่สูงขึ้น

บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือคู่มือชุด New สรุปเข้มชุดนี้จะเป็นประโยชน์สูงสุดแก่ผู้เรียนและผู้สนใจทั่วไปเป็นอย่างดี

บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด

สารบัญ

● หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรมและ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและ ฟังก์ชันลอการิทึม (ตอนที่ 1)	1-10
ลำดับและอนุกรม	1
- การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	2
- ลำดับเลขคณิต	3
- ลำดับเรขาคณิต	4
แบบฝึกหัดที่ 1.1	5
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม (ตอนที่ 1)	6
- เลขยกกำลัง	6
- รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	7
- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	9
แบบฝึกหัดที่ 1.2	10
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็นและ ฟังก์ชันลอการิทึม	11-34
ความน่าจะเป็น	11
- กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	11
- วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)	14
- การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่เหมือนกันหรือกฎการแบ่งกลุ่ม	16
- การจัดหมู่ (Combination)	16
- ทฤษฎีบททวินาม (Binomial theorem)	18
- ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น	20
แบบฝึกหัดที่ 2.1	22

ฟังก์ชันลอการิทึม	22
- ลอการิทึมสามัญ	27
- การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	29
- สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม	30
- อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	32
- การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	32
แบบฝึกหัดที่ 2.2	34

● หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 35-58

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	35
- วงกลมหนึ่งหน่วย	35
- ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์	35
- ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์	36
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ	39
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม	41
- กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	43
- สูตรตรีโกณมิติเกี่ยวกับผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือของมุม	45
- อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	47
- สมการและเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ	52
- กฎของโคไซน์และไซน์	55
- การหาระยะทางและความสูง	57
แบบฝึกหัดที่ 3	58

● หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เวกเตอร์ในสามมิติ 59-73

เวกเตอร์ในสามมิติ	59
- การบวกและการลบเวกเตอร์	61
- ขนาดของเวกเตอร์	64
- เวกเตอร์ 1 หน่วยในสองมิติและสามมิติ	67
- โคไซน์แสดงทิศทางของเวกเตอร์	68
- การคูณเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์	69
แบบฝึกหัดที่ 4	72

• หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 สถิติ

74-91

สถิติ	74
- สถิติและข้อมูล	74
- การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	75
การวัดค่ากลางของข้อมูล	77
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	77
- มัธยฐาน	81
- ฐานนิยม	81
การวัดการกระจายของข้อมูล	82
- พิสัย	83
- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	83
ควอร์ไทล์	84
แบบฝึกหัดที่ 5	87

• หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 จำนวนเชิงซ้อนและ

สมการพหุนาม

92-107

จำนวนเชิงซ้อน	92
- ความหมายในทางเรขาคณิตของจำนวนเชิงซ้อน	98
- รูปแบบเชิงซ้อนของสมการบนระนาบ	98
- จำนวนเชิงซ้อนในพิกัดเชิงขั้ว	99
- ทฤษฎีบทของเดอมัวร์	101
- การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน	101
สมการพหุนาม (polynomial equations)	103
- ทฤษฎีบทหลักมูลทางพีชคณิต	103
- ทฤษฎีบทตัวประกอบ	103
- ทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ	104
แบบฝึกหัดที่ 6	106

● **หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น** **108-126**

ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น	108
- ปัญหาสะพานคอนิกส์เบอร์ก	123
- ปัญหาบุรุษไปรษณีย์จีน	124
แบบฝึกหัดที่ 7	125

● **หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 วิธีเรียงสับเปลี่ยน วิธีจัดหมู่ และ
ทฤษฎีบททวินาม และ
ความน่าจะเป็น** **127-140**

วิธีเรียงสับเปลี่ยน วิธีจัดหมู่ และทฤษฎีบททวินาม	127
- กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	127
- วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น	128
- วิธีจัดหมู่	130
แบบฝึกหัดที่ 8.1	132
ความน่าจะเป็น	133
- ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข	134
- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน	134
- กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น	135
แบบฝึกหัดที่ 8.2	136

แบบทดสอบชุดที่ 1	141
-------------------------	------------

แบบทดสอบชุดที่ 2	146
-------------------------	------------

เฉลย	151
-------------	------------

ดัชนี	228
--------------	------------



ลำดับและอนุกรม

ลำดับ คือฟังก์ชันจากเซตของจำนวนนับ n ตัวแรก หรือเซตของจำนวนนับไปยังเซตของจำนวนจริง โดยจะเขียน a_n แทน $f(n)$ เมื่อ f เป็นฟังก์ชัน ตัวอย่างเช่น $a_n = n^2$ จะได้ $a_3 = 3^2 = 9$

เรียก a_n ว่า พจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้ จงหาคำตอบ

1. $a_n = 2^n - 1$ จงหา $a_5 - a_2$

2. $a_1 = 3$ และ $a_{n+1} = 2a_n + 1$ จงหา a_4

วิธีทำ 1.

$$a_5 = 2^5 - 1$$

$$= 32 - 1$$

$$= 31$$

$$a_2 = 2^2 - 1$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3$$

$$\therefore a_5 - a_2 = 31 - 3$$

$$= 28$$

ตอบ

2.

$$a_2 = a_{1+1}$$

$$= 2a_1 + 1$$

$$= 2(3) + 1$$

$$= 7$$

$$a_3 = a_{2+1}$$

$$= 2a_2 + 1$$

$$= 2(7) + 1$$

$$= 15$$

$$\therefore a_4 = a_{3+1}$$

$$= 2a_3 + 1$$

$$= 2(15) + 1$$

$$= 31$$

ตอบ



ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $a_1 = 211$, $a_2 = 375$, $a_3 = 420$, $a_4 = 523$ และ $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + a_{n-3} - a_{n-4}$ เมื่อ $n \geq 5$ จงหาค่าของ $a_{2008} + 2a_{2551}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a_5 &= a_4 - a_3 + a_2 - a_1 \\ &= 523 - 420 + 375 - 211 \\ &= 267 \\ a_6 &= a_5 - a_4 + a_3 - a_2 \\ &= 267 - 523 + 420 - 375 \\ &= -211 \\ a_7 &= a_6 - a_5 + a_4 - a_3 \\ &= -211 - 267 + 523 - 420 \\ &= -375 \\ a_8 &= a_7 - a_6 + a_5 - a_4 \\ &= -375 - (-211) + 267 - 523 \\ &= -420 \\ a_9 &= a_8 - a_7 + a_6 - a_5 \\ &= -420 - (-375) - 211 - 267 \\ &= -523 \\ a_{10} &= a_9 - a_8 + a_7 - a_6 \\ &= -523 + 420 - 375 + 211 \\ &= -267 \\ a_{11} &= a_{10} - a_9 + a_8 - a_7 \\ &= -267 + 523 - 420 + 375 \\ &= 211 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} a_{10n} &= -267, a_{10n+1} = 211, \\ a_{10n+2} &= 375, a_{10n+3} = 420, \\ a_{10n+4} &= 523, a_{10n+5} = 267, \\ a_{10n+6} &= -211, a_{10n+7} = -375, \\ a_{10n+8} &= -420, a_{10n+9} = -523 \end{aligned}$$

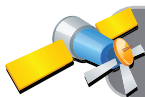
จะได้

$$\begin{aligned} a_{2008} &= a_{10(200)+8} = -420 \\ a_{2551} &= a_{10(255)+1} = 211 \end{aligned}$$

$\therefore$

$$a_{2008} + 2a_{2551} = -420 + 422 = 2$$

ตอบ



การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ หาได้โดยการเขียนให้เป็นระบบ การใช้อุปมาทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $a_1 = 1$ และ $a_{n+1} = 2a_n + 3$ จงหาพจน์ทั่วไป

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a_2 &= a_{1+1} \\ &= 2a_1 + 3 \\ &= 2(1) + 3 \end{aligned}$$



$$= 5 = 8-3 = 2^3-3$$

$$a_3 = a_{2+1}$$

$$= 2a_2+3$$

$$= 2(5)+3$$

$$= 13 = 16-3 = 2^4-3$$

$$a_4 = a_{3+1}$$

$$= 2a_3+3$$

$$= 2(13)+3$$

$$= 29 = 32-3 = 2^5-3$$

$$a_n = 2^{n+1}-3$$

จะได้

ตอบ



ลำดับเลขคณิต

ลำดับเลขคณิต คือลำดับที่มีผลต่างของสองพจน์ใดๆ ที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงที่ ค่าคงที่เรียกว่า **ผลต่างร่วม (common different)**

ให้ $a_2 - a_1 = d$, $a_3 - a_2 = d$, $a_4 - a_3 = d \dots$ และ $a_n - a_{n-1} = d$

ดังนั้น

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

$$= a_1 + d + d$$

$$= a_1 + 2d$$

$$= a_1 + (3-1)d$$

$$a_4 = a_3 + d$$

$$= a_1 + 2d + d$$

$$= a_1 + 3d$$

$$= a_1 + (4-1)d$$

ดังนั้น $a_n = a_1 + (n-1)d$ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดลำดับเลขคณิตหนึ่งมี $a_{10} = 10$ และ $a_{20} = 100$ จงหาค่าของ a_{30}

วิธีทำ จาก

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

จะได้

$$a_1 + 9d = 10 \quad \dots(1)$$

$$a_{20} = a_1 + 19d$$

จะได้

$$a_1 + 19d = 100 \quad \dots(2)$$

(2)-(1) ;

$$10d = 90$$

$$d = 9$$

$$a_{30} = a_1 + 29d$$

$$= (a_1 + 19d) + 10d$$

$$= 100 + 10(9)$$



$$= 190$$

 $\therefore$

$$a_{30} = 190$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 ลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, ..., 2008 มีทั้งหมดกี่พจน์

วิธีทำ จาก

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 \text{ และ } a_1 + d = 8$$

 $\therefore$

$$d = 5$$

$$2008 = a_1 + (n-1)d$$

$$= 3 + 5(n-1)$$

$$5(n-1) = 2005$$

$$n-1 = 401$$

$$n = 402$$

$\therefore$ มี 402 พจน์

ตอบ



ลำดับเรขาคณิต

ลำดับเรขาคณิต คือลำดับที่มีผลหารของสองพจน์ใดๆ ที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงที่ ค่าคงที่เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (common ratio) ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต และอัตราส่วนร่วมคือ r

$$\text{จะได้ } \frac{a_2}{a_1} = r, \frac{a_3}{a_2} = r, \frac{a_4}{a_3} = r, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$$

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r$$

$$= (a_1 r) r$$

$$= a_1 r^2$$

$$= a_1 r^{3-1}$$

$$a_4 = a_3 r$$

$$= (a_1 r^2) r$$

$$= a_1 r^3$$

$$= a_1 r^{4-1}$$

จะได้ $a_n = a_1 r^{n-1}$ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 6 ลำดับเรขาคณิตหนึ่งมี $a_4 = 4$ และ $a_8 = 8$ จงหา a_{20}

วิธีทำ จาก

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

จะได้

$$a_1 r^3 = 4$$

.....(1)

และ

$$a_1 r^7 = 8$$

.....(2)

$$\frac{(2)}{(1)}; \frac{a_1 r^7}{a_1 r^3} = \frac{8}{4}$$

$$r^4 = 2$$

 $\therefore$

$$a_{20} = a_1 r^{19}$$

$$= (a_1 r^7) r^{12}$$



$$\begin{aligned}
 &= 8(r^4)^3 \\
 &= 8(2)^3 \\
 &= 8 \times 8 \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 ลำดับ $\frac{1}{1024}, \frac{1}{512}, \frac{1}{256}, \dots, 2048$ มีทั้งหมดกี่พจน์

วิธีทำ จาก

จะได้

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_1 = \frac{1}{1024}$$

$$a_1 r = \frac{1}{512}$$

$$r = \frac{\frac{1}{512}}{\frac{1}{1024}}$$

$$= \frac{1}{512} \times 1024$$

$$r = 2$$

จะได้

$$2048 = a_1 r^{n-1}$$

$$= \left(\frac{1}{1024} \right) 2^{n-1}$$

$$2^{11} = \frac{1}{2^{10}} \times 2^{n-1}$$

$$2^{n-1} = 2^{11} \times 2^{10}$$

$$2^{n-1} = 2^{21}$$

$\therefore$

$$n-1 = 21$$

$$n = 22$$

$\therefore$ มีทั้งหมด 22 พจน์

ตอบ



จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. กำหนด $a_n = \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$ ค่าของ

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{9}{8}$

2. $\frac{8}{9}$

3. $\frac{10}{9}$

4. $\frac{9}{10}$

2. กำหนด $a_n = \frac{(n+1)^4 + n^4 + 1}{(n+1)^2 + n^2 + 1}$ ค่าของ a_{99} เป็นเท่าไร

1. 9,900

2. 9,901

3. 9,909

4. 9,999



3. กำหนด $a_n = \frac{n}{n^4 + n^2 + 1}$ ค่าของ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100} =$

$\frac{m}{n}$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก คำน้อยที่สุดของ $m+n$ เป็นเท่าไร

1. 14,241 2. 14,541

3. 15,151 4. 15,551

4. ลำดับหนึ่งมี $a_1 = 1$ และ $a_{n+1} = 3a_n - 1$ ข้อใดคือพจน์ทั่วไปของลำดับ

1. $\frac{3^{n-1} - 1}{2}$ 2. $\frac{3^{n-1} + 1}{2}$

3. $\frac{3^{n+1} - 1}{2}$ 4. $\frac{3^{n+1} + 1}{2}$

5. กำหนดลำดับเลขคณิต $-2551, -2534, -2517, \dots, a_n$ ถ้า $a_n > 0$ แล้ว n มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 150 2. 151

3. 152 4. 153

6. กำหนดลำดับเลขคณิตหนึ่งมี $a_m = 6$ และ $a_{2m} = 18$ ค่าของ a_{3m} เป็นเท่าไร

1. 30 2. 36

3. 42 4. 48

7. ลำดับเลขคณิตหนึ่งมี 7 พจน์ ถ้าผลบวก 4 พจน์แรกมีค่าเป็น 44 และผลบวก 4 พจน์สุดท้ายมีค่าเป็น 68 แล้วผลบวกของลำดับเลขคณิตนี้ทั้ง 7 พจน์ เป็นเท่าไร

1. 90 2. 92

3. 94 4. 98

8. ค่าของ a ซึ่งทำให้ $36+a, 300+a, 596+a$ เป็นกำลังสองของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 915 2. 920

3. 925 4. 930

9. ลำดับเรขาคณิตหนึ่งมี $a_9 = 9$ และ $a_{12} = 27$ แล้ว a_{18} มีค่าเป็นเท่าไร

1. 81 2. $81\sqrt{3}$

3. 243 4. $243\sqrt{3}$

10. กำหนด a_n เป็นพจน์แรกที่เป็นจำนวนเต็มของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{4096}, \frac{1}{2048}, \frac{1}{1024}, \dots$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 12 2. 13

3. 14 4. 15

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม (ตอนที่ 1)



เลขยกกำลัง

กำหนด a เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$ (มี a ทั้งหมด n ตัว)

เรียก a ว่า เลขฐาน และเรียก n ว่า เลขชี้กำลัง เช่น $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

สมบัติของเลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม



1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ เมื่อ $a \neq 0$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$



4. $a^0 = 1$ และ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$

5. $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

6. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $(2^2 \times 4^3 \times 8^4)^5 = 2^n$ แล้ว n มีค่าเป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}(2^2 \times 4^3 \times 8^4)^5 &= (2^2 \times (2^2)^3 \times (2^3)^4)^5 \\&= (2^2 \times 2^6 \times 2^{12})^5 \\&= (2^{20})^5 \\&= 2^{100}\end{aligned}$$

$\therefore$

$$n = 100$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $4^5 \times 8^6 \times (125)^9 = A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มแล้ว ค่าของ $A^2 + 2n$ เป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}4^5 \times 8^6 \times (125)^9 &= (2^2)^5 \times (2^3)^6 \times (5^3)^9 \\&= 2^{10} \times 2^{18} \times 5^{27} \\&= 2^{28} \times 5^{27} \\&= 2 \times 2^{27} \times 5^{27} \\&= 2 \times (2 \times 5)^{27} \\&= 2 \times 10^{27}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 2, n = 27$$

จะได้

$$\begin{aligned}A^2 + 2n &= 2^2 + 2(27) \\&= 58\end{aligned}$$

ตอบ



รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

กำหนด a เป็นจำนวนใดๆ รากที่ n ของจำนวนจริง คือ จำนวนที่ยกกำลัง n แล้วได้ a ในที่นี้ถ้า n เป็นจำนวนคู่แล้ว $a \geq 0$

จะเขียน $\sqrt[n]{a}$ แทนรากที่ n ซึ่งเป็นบวกของ a

$-\sqrt[n]{a}$ แทนรากที่ n ซึ่งเป็นลบของ a

เช่น $\sqrt[3]{8} = 2$ เนื่องจาก $2^3 = 8$

$\sqrt[5]{-243} = -3$ เนื่องจาก $(-3)^5 = -243$

การเขียน $\sqrt[n]{5}$ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “กรณฑ์ที่ 4 ของ 5”

สมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริง



1. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

2. $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ เมื่อ $b \neq 0$

3. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$



ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $P(n) = \frac{4n + \sqrt{(2n+1)(2n-1)}}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}$ ค่าของ $P(1)+P(2)+P(3)+\dots+P(60)$ เป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$P(n) = \frac{2n+1 + \sqrt{(2n+1)(2n-1)} + 2n-1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}} \times \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}$$

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{(\sqrt{2n+1})^3 - (\sqrt{2n-1})^3}{(2n+1) - (2n-1)} \\ &= \frac{(\sqrt{2n+1})^3 - (\sqrt{2n-1})^3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(1)+P(2)+P(3)+\dots+P(60) &= \frac{(\sqrt{3})^3 - (\sqrt{1})^3}{2} + \frac{(\sqrt{5})^3 - (\sqrt{3})^3}{2} + \frac{(\sqrt{7})^3 - (\sqrt{5})^3}{2} + \dots + \frac{(\sqrt{121})^3 - (\sqrt{119})^3}{2} \\ &= \frac{11^3 - 1^3}{2} \\ &= \frac{1331 - 1}{2} \\ &= 665 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ $\sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1$

วิธีทำ ให้ $x-3 = a$ จะได้ $x+34 = a+37$

จะได้สมการ

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x+37} &= 1 + \sqrt[3]{a} \\ a+37 &= (1 + \sqrt[3]{a})^3 \\ &= 1 + 3\sqrt[3]{a} + \left(\sqrt[3]{a}\right)^2 + a \end{aligned}$$

$$0 = 3a^{\frac{2}{3}} + 3a^{\frac{1}{3}} - 36$$

$$0 = a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} - 12$$

$$0 = (a^{\frac{1}{3}} - 3)(a^{\frac{1}{3}} + 4)$$

$$\therefore a^{\frac{1}{3}} = 3, -4$$

$$a = 3^3, (-4)^3$$

$$= 27, -64$$

$$\therefore x-3 = 27$$

$$x = 30$$

$$x-3 = -64$$

$$x = -61$$

$$\therefore x = 30, -61$$

ตอบ

หรือ



ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือฟังก์ชัน $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ | y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$

ซึ่งจะมี

$$D_f = \mathbb{R} \text{ และ } R_f = \mathbb{R}^+$$

ในที่นี้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลคือฟังก์ชันของเลขยกกำลัง โดยที่เลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริง และมีสมบัติดังนี้

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$4. (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$6. a^0 = 1 \text{ และ } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$7. \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

$$8. a^m = a^n \text{ ก็ต่อเมื่อ } m = n$$

$$9. a^m = b^m \text{ ก็ต่อเมื่อ } a = b \text{ หรือ } m = 0$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $4^{2^n} = 2^{4^8}$ แล้ว n มีค่าเป็นเท่าไร

วิธีทำ

จะได้

$$(2^2)^{2^n} = 2^{(2^2)^8}$$

$$2^{2 \times 2^n} = 2^{2^{2 \times 8}}$$

$$2 \times 2^n = 2^{2 \times 8}$$

$$2^{1+n} = 2^{16}$$

$$1+n = 16$$

$$n = 15$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $2^x = 3^y = 4^z = \sqrt[9]{24}$ แล้วค่าของ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ เท่ากับข้อใด

วิธีทำ

$$2^x = 24^{\frac{1}{9}} \quad \text{จะได้ } 2 = 24^{\frac{1}{9x}}$$

$$3^y = 24^{\frac{1}{9}} \quad \text{จะได้ } 3 = 24^{\frac{1}{9y}}$$

$$4^z = 24^{\frac{1}{9}} \quad \text{จะได้ } 4 = 24^{\frac{1}{9z}}$$

$\therefore$

$$2 \times 3 \times 4 = 24^{\frac{1}{9x} + \frac{1}{9y} + \frac{1}{9z}}$$

$$24^1 = 24^{\frac{1}{9} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)}$$

$$1 = \frac{1}{9} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$\therefore$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 9$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 กำหนด $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{1+n} = \left(1 + \frac{1}{2008}\right)^{2008}$ แล้ว n มีค่าเป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$\left(1 + \frac{1}{2008}\right)^{2008} = \left(\frac{2008+1}{2008}\right)^{2008}$$



$$\begin{aligned} &= \left(\frac{2009}{2008}\right)^{2008} \\ &= \left(\frac{2008}{2009}\right)^{-2008} \\ &= \left(\frac{2009-1}{2009}\right)^{1-2009} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2009}\right)^{1+(-2009)} \\ &= \left(1 + \frac{1}{(-2009)}\right)^{1+(-2009)} \\ &= -2009 \end{aligned}$$

∴ จะได้ n

ตอบ



จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. กำหนด $\sqrt{104\sqrt{6} + 468\sqrt{10} + 144\sqrt{15} + 2008}$

= $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{5}$ ค่าของ abc เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 827 2. 872
3. 936 4. 963

2. กำหนด $x = \frac{4}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt[4]{5}+1)(\sqrt[8]{5}+1)(\sqrt[16]{5}+1)}$ ค่าของ

$(x+1)^{48}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 625 2. 125
3. 25 4. 5

3. กำหนดสมการ $2^{333x-2} + 2^{111x+2} = 2^{222x+1} + 1$ มี 3

คำตอบ ซึ่งมีผลบวกอยู่ในรูป $\frac{m}{n}$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวน
เต็มบวก คำน้อยที่สุดของ $m+n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 113 2. 115
3. 116 4. 118

4. กำหนด $a^x = \frac{b}{c}$, $b^y = \frac{c}{a}$ และ $c^z = \frac{a}{b}$ ค่าของ xyz

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1 2. 0
3. 1 4. $-x-y-z$

5. ข้อใดคือคำตอบของสมการ $((\sqrt[4]{27})^{\frac{x}{4}} - \sqrt[3]{\frac{x}{4}} + \sqrt[3]{\frac{x}{3}}) = \sqrt[4]{3^7}$

1. 5 2. 10
3. 15 4. 20

6. กำหนด a, b, c, d เป็นคำตอบของสมการ

$$25^{2x-x^2+1} + 9^{2x-x^2+1} = 34 \times 15^{2x-x^2} \quad \text{ค่าของ}$$

$a^2+b^2+c^2+d^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6 2. 8
3. 10 4. 12

7. ค่าของ $\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 2. 6
3. $3\sqrt{3}$ 4. $6\sqrt{5}$

8. ผลบวกของคำตอบของสมการ

$$\sqrt{2x^2+3x+5} + \sqrt{2x^2-3x+5} = 3x$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 2. 4
3. 8 4. 12

9. สมการ $2^x = x^2$ มีทั้งหมดกี่คำตอบ

1. 1 คำตอบ 2. 2 คำตอบ
3. 3 คำตอบ 4. 4 คำตอบ

10. กำหนด x เป็นจำนวนเต็ม สมการ $(4-x)^{4-x} + (5-x)^{5-x} + 10$
 $= 4^x + 5^x$ มีทั้งหมดกี่คำตอบ

1. 1 คำตอบ
2. 2 คำตอบ
3. 3 คำตอบ
4. 4 คำตอบ

แนะนำหนังสือดี



NEW สรุปเข้ม
คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5



สัญลักษณ์แห่งคุณภาพทางวิชาการ



ราคา 95 บาท