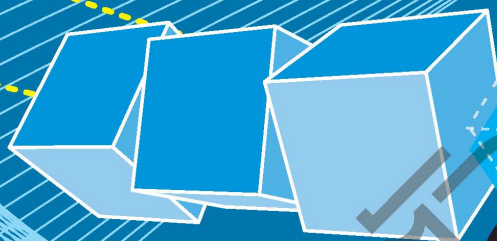




CORE

คณิตศาสตร์ ม.ปลาย



O-NET

เหมาะสำหรับ

- เตรียมสอบ O-NET เพื่อยื่นเอดมิชชั่นส์
- ทบทวนเนื้อหาและโจทย์ ชุดข้อสอบเวอร์ชันที่ตัวบรู๊กลอง



ปรากฏการณ์ใหม่ เมื่อตัวบรู๊กลองในรูปแบบฉบับพกพา



หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วย กระดาษรีไซเคิล เอ
กระดาษจากไม้ปลูก ไม่รบกวนไม้ธรรมชาติ



บัณฑิต ฝอยทอง
วุฒิพล สิ้นฐานาวรัตน์
โกรบ มุทาพร

 IMAC EDUCATION

Core O-NET

คณิตศาสตร์ ม.ปลาย



บัณฑิต ฝอยทอง
วุฒิพล สินธุนาวรัตน์
โกรบ มุทาพร

Core O-NET คณิตศาสตร์ ม.ปลาย

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

บัณฑิต ฝอยทอง.

Core O-NET คณิตศาสตร์ ม.ปลาย.--กรุงเทพฯ : แม็ค, 2554.
208 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา). 2. คณิตศาสตร์--
ข้อสอบและเฉลย I. วุฒิพล สีนฐานาวรัตน์, ผู้แต่งร่วม. II. ไกรบ มุทาพร,
ผู้แต่งร่วม. III. ชื่อเรื่อง.

372.73

ISBN 978-974-412-953-6

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย



บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด

MAC PRESS CO., LTD.

- ผู้เขียน : บัณฑิต ฝอยทอง วุฒิพล สีนฐานาวรัตน์ และ ไกรบ มุทาพร
สงวนลิขสิทธิ์ : กันยายน 2554
ราคาจำหน่าย : 100 บาท
การสั่งซื้อ : ส่งธนาคัตติสั่งจ่าย **โปรเซสย์ลาดพร้าว 10310** ในนาม บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028
E-mail : macpress@MACeducation.com
www.MACeducation.com
พิมพ์ที่ : บริษัท แพลนพรินท์ติ้ง จำกัด

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาต)



หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วย กระดาษรีไซเคิล เอ
กระดาษจากไม้ปลูก ไม่รบกวนไม้ธรรมชาติ



คำนำ

หนังสือคู่มือ Core O-NET คณิตศาสตร์ ม.ปลาย เล่มนี้ มีเนื้อหาสาระครอบคลุมตามหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 พร้อมทั้งมีตัวอย่างประกอบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้เพื่อความเข้าใจของผู้อ่าน อีกทั้งยังมีแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้เพื่อให้ผู้อ่านได้ลองฝึกฝนและทบทวนความรู้เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมสำหรับการสอบแข่งขัน

ผู้เขียนขอขอบคุณ บริษัท สำนักพิมพ์แม็ก จำกัด ที่ให้โอกาสในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ คุณงามความดีทั้งหลายในหนังสือเล่มนี้ผู้เขียนขอมอบให้แก่บุคลากรผู้คอยให้กำลังใจ และคณาจารย์ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆ ให้แก่ผู้เขียน หากมีข้อผิดพลาดประการใดผู้เขียนต้องขออภัยมา ณ ที่นี้ด้วย และหากผู้อ่านมีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับหนังสือเล่มนี้ กรุณาติดต่อได้ที่ บริษัท สำนักพิมพ์แม็ก จำกัด หรือ E-mail : poom_teun@hotmail.com ได้ เพื่อเป็นประโยชน์ในการพัฒนาความรู้สู่สังคมต่อไป

บัณฑิต ฝอยทอง
วุฒิพล สันฐานวรัตน์
โกรบ มุทาพร

สาระที่ 1
จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3
มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจสิ่งที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการต่าง ๆ ของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา - ตัวชี้วัดข้อ 1
มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา - ตัวชี้วัดข้อ 1
มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ - ตัวชี้วัดข้อ 1

สาระที่ 2
การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด - ตัวชี้วัดข้อ 1
มาตรฐาน ค 2.2 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด - ตัวชี้วัดข้อ 1

สาระที่ 6
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5, 6

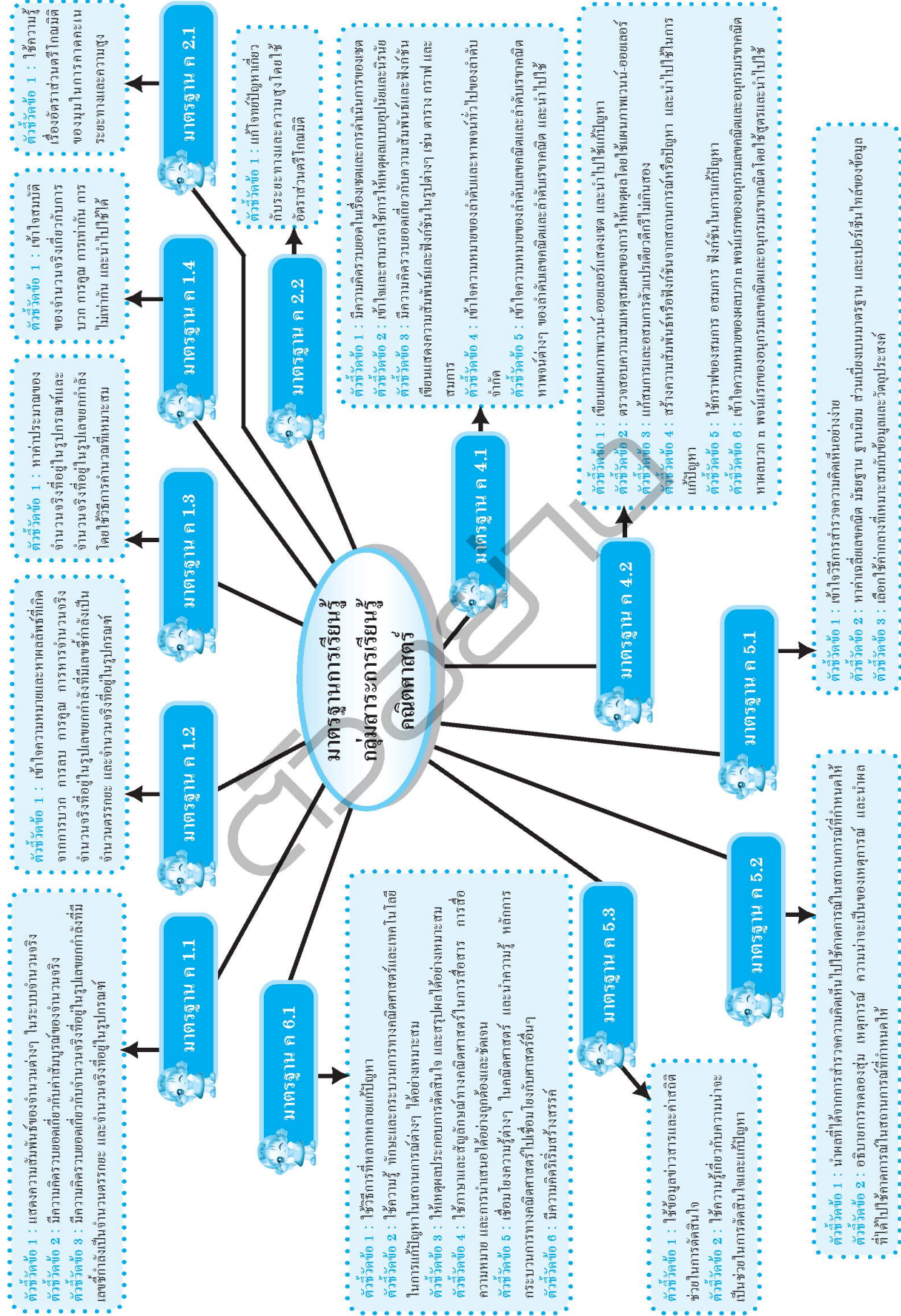
สาระที่ 5
การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3
มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2
มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2

สาระที่ 4
พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5
มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา - ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5, 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต

1

(มฐ. ค 4.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 1 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5)

- การเขียนเซต (define set notation) 1
- เซตจำกัดและเซตอนันต์ 2
- การเทียบเท่า การเท่ากันและไม่เท่ากัน 3
- เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe) 3
- สับเซต (subset) 3
- เพาเวอร์เซต (power set) 4
- การดำเนินการระหว่างเซต (operation of set) 5
- แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler diagram) 7
- จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 8
- แบบทดสอบ 9

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล

20

(มฐ. ค 4.1 ตัวชี้วัดข้อ 2, ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 2 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5, 6)

- ระบบคณิตศาสตร์ 20
- การให้เหตุผลแบบอุปนัย 20
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย 21
- ความสมเหตุสมผลและการตรวจสอบความสมเหตุสมผล 21
- แบบทดสอบ 24

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนจริง

30

(มฐ. ค 1.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, ค 1.2 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 1.4 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 3 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5)

- จำนวนจริง 30
- สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง 32
- สมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณในระบบจำนวนจริง 32
- การแยกตัวประกอบของพหุนาม 35
- การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว 40
- ช่วงและการแก้อสมการ 42
- ค่าสัมบูรณ์ (absolute value) 48
- สมบัติความบริบูรณ์ 54
- แบบทดสอบ 55

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เลขยกกำลัง

66

(มฐ. ค 1.1 ตัวชี้วัดข้อ 3, ค 1.2 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 1.3 ตัวชี้วัดข้อ 1 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5)

- รากที่ n ของจำนวนจริง 66
- การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ 68
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ 69
- สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ 70
- แบบทดสอบ 71

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

81

(มฐ. ค 4.1 ตัวชี้วัดข้อ 3, ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 4, 5 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5)

- คู่อันดับ (ordered pair) 81
- ผลคูณคาร์ทีเซียน (cartesian product) 82
- ความสัมพันธ์ (relation) 83
- โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 84
- อินเวอร์สของความสัมพันธ์ (inverse of relation) 86
- ฟังก์ชัน (function) 87
- สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน 89
- ชนิดของฟังก์ชัน 90
- แบบทดสอบ 92

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

103

(มฐ. ค 2.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 2.2 ตัวชี้วัดข้อ 1 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5, 6)

- อัตราส่วนตรีโกณมิติ 103
- อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30, 45 และ 60 องศา 104
- ความสัมพันธ์ระหว่างด้านภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 105
- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 106
- ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ 107
- การนำความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการพิสูจน์ 110
- การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ 111
- แบบทดสอบ 114

หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 ลำดับและอนุกรม

128

(มฐ. ค 4.1 ตัวชี้วัดข้อ 4, 5, ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 6 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 4, 5)

- ลำดับ (sequence) 128
- ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) 131
- ลำดับเรขาคณิต (geometric sequence) 132
- สัญลักษณ์แทนการบวก (Σ) 133

- อนุกรม (series)	134
- อนุกรมเลขคณิต (arithmetic series)	136
- อนุกรมเรขาคณิต (geometric series)	138
แบบทดสอบ	143

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 ความน่าจะเป็น 153

(มฐ. ค 5.2 ตัวชี้วัดข้อ 2, ค 5.3 ตัวชี้วัดข้อ 2 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5)

- กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	153
- แฟกทอเรียล	156
- วิธีเรียงสับเปลี่ยน	156
- การเลือก การจัดหมู่ และการแบ่งสิ่งของ	158
- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	159
แบบทดสอบ	161

หน่วยการเรียนรู้ที่ 9 สถิติ 168

(มฐ. ค 5.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, ค 5.2 ตัวชี้วัดข้อ 1, ค 5.3 ตัวชี้วัดข้อ 1 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4, 5)

- การเก็บรวบรวมข้อมูล	168
- การนำเสนอข้อมูล	170
- การวัดค่ากลางของข้อมูล	171
- การวัดการกระจาย	178
- การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล	181
แบบทดสอบ	185

หน่วยการเรียนรู้ที่ ๑



เซต

เซตเป็นคำที่ไม่มีการนิยาม แต่จะใช้คำว่าเซตแทนกลุ่มของสิ่งของต่างๆ ซึ่งสามารถบอกได้ว่า สิ่งใดอยู่และไม่อยู่ในกลุ่มนั้น เราจะไม่ใช่ “เซตของคนตัวสูง” เพราะเรายังไม่ได้ตกลงกันว่าคนตัวสูงนั้น หมายถึงคนที่มีลักษณะอย่างไร สูงเท่าไร ดังนั้นเราจะไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าคนใดบ้างที่อยู่กลุ่มนี้ เราจึงไม่ใช่คำว่าเซต

เรานิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนเซต เช่น A, B, C, ... และนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนสมาชิกในเซต เช่น a, b, c, ...

เราจะเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิก (element) และใช้สัญลักษณ์ $\in$ เพื่อบอกการ “เป็นสมาชิก” และใช้สัญลักษณ์ $\notin$ แทนการบอกว่า “ไม่เป็นสมาชิก” ในเซต

เช่น a เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $a \in A$

a ไม่เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $a \notin A$

การเขียนเซต (define set notation)

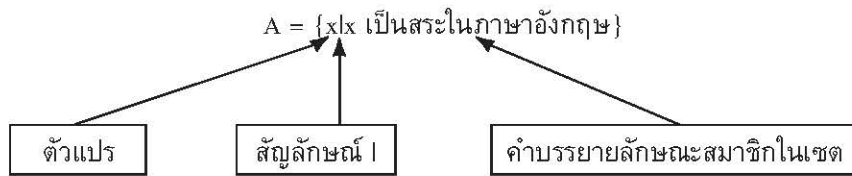


1. แบบแจกแจงสมาชิก คือ การเขียนสมาชิกทั้งหมดในเครื่องหมายวงเล็บปีกกาและใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น เซตของตัวอักษรในคำว่า math สามารถเขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้ {m, a, t, h}

ถ้าสมาชิกในเซตมีจำนวนมากๆ เราอาจใช้สัญลักษณ์ “...” เพื่อบอกว่ายังมีสมาชิกต่อไปอีก และต้องมีระบบที่รู้แน่ชัดว่าสมาชิกตัวถัดไปคืออะไร เช่น {1, 2, 3, 4, ...} เป็นต้น

2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต การเขียนเซตในลักษณะนี้จะเขียนอยู่ในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา โดยที่ภายในวงเล็บจะประกอบด้วย 3 ส่วน ดังนี้

- 1) ตัวแปร x, y, z หรือตัวแปรอื่นๆ แทนสมาชิกของเซต
- 2) สัญลักษณ์ “|” หรือ “:” อยู่หลังตัวแปร
- 3) ข้อความที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรนั้นๆ ซึ่งเป็นประโยคที่อธิบายลักษณะของสมาชิก เช่น A คือ เซตของสระในภาษาอังกฤษ เราจะเขียนเซต A แบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้



เราจะอ่านว่า เซต A เป็นเซตของ x โดยที่ x เป็นสระในภาษาอังกฤษ

ข้อควรจำ

- สมาชิกในเซตที่ซ้ำกันถือว่าเป็นตัวเดียวกัน เช่น $\{1, 2, 3\}$ และ $\{1, 2, 3, 1, 2, 3\}$ เป็นเซตเดียวกัน
- การสลับที่ของสมาชิกในเซตเดียวกันไม่ทำให้เซตเปลี่ยนแปลง เช่น $\{1, 2, 3\}$ และ $\{2, 3, 1\}$ เป็นเซตเดียวกัน

สัญลักษณ์แทนเซตที่นิยมใช้

N	แทนเซตของจำนวนนับ
I	แทนเซตของจำนวนเต็ม (บางครั้งใช้ Z)
I^+, I^-	แทนเซตของจำนวนเต็มบวกและเซตของจำนวนเต็มลบ (บางครั้งใช้ Z^+, Z^-)
Q	แทนเซตของจำนวนตรรกยะ
Q'	แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ
R	แทนเซตของจำนวนจริง
R^+, R^-	แทนเซตของจำนวนจริงบวกและเซตของจำนวนจริงลบ

เซตจำกัดและเซตอนันต์



1. เซตจำกัด (finite set) คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มใดๆ หรือ ศูนย์ ใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนสมาชิกของเซต A ด้วย $n(A)$

เซตว่าง (empty set or null set) คือ เซตจำกัดชนิดหนึ่งที่มีสมาชิก 0 ตัว หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เซตว่างคือเซตที่ไม่มีสมาชิก เขียนแทนเซตว่างด้วยสัญลักษณ์ ϕ หรือ $\{ \}$

2. เซตอนันต์ (infinite set) คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

ตัวอย่าง

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะ A มีสมาชิก 4 ตัว
- $B = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะ B มีสมาชิก 100 ตัว
- $C = \{1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์ เพราะ C มีสมาชิกมากมายซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้



การเทียบเท่า การเท่ากันและไม่เท่ากัน



บทนิยาม กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

1. A เทียบเท่า B ก็ต่อเมื่อ A และ B มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน แทนด้วย $A \leftrightarrow B$
2. A เท่ากับ B ก็ต่อเมื่อ A และ B มีจำนวนสมาชิกเท่ากันและเหมือนกัน นั่นคือสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B และสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A แทนด้วย $A = B$
3. A ไม่เท่ากับ B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B หรือ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของ B ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A แทนด้วย $A \neq B$

ตัวอย่าง ให้ $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3\}$ และ $C = \{4, 3, 2\}$

จะได้ว่า $A \neq C$, $A \neq B$ และ $B \neq C$

เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)



เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อกำหนดว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นนอกเหนือไปจากเซตที่กำหนดขึ้น ใช้สัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

ข้อตกลง ถ้าไม่มีการกำหนดเอกภพสัมพัทธ์ให้ในระดับชั้นนี้ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง

ตัวอย่าง กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $A = \{x | x > 2\}$

จะได้ว่า $A = \{3, 4, 5\}$

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ และ $A = \{x | x^2 > 200\}$

จะได้ว่า $A = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

สับเซต (subset)



บทนิยาม กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

1. A เป็นสับเซตของ B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B แทนด้วย $A \subset B$
2. A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

**สมบัติของสับเซต**

กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใดๆ และ u แทนเอกภพสัมพัทธ์

1. $\phi \subset A$, $A \subset A$ และ $A \subset u$
2. $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$
3. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
4. จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ $2^{n(A)}$
5. จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A เท่ากับ $2^{n(A)} - 1$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ และ $C = \{2, 4, 6\}$

จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะ $1 \in B$ และ $2 \in B$

$A \not\subset C$ เพราะมี $1 \in A$ แต่ $1 \notin C$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $A = \{1, 2\}$

2) $B = \{1, 2, 3\}$

วิธีทำ 1) สับเซตของ A ที่ไม่มีสมาชิก ได้แก่ ϕ

สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ $\{1\}$, $\{2\}$

สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ $\{1, 2\}$

ดังนั้น สับเซตทั้งหมดของ A ได้แก่ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$

2) สับเซตของ B ที่ไม่มีสมาชิก ได้แก่ ϕ

สับเซตของ B ที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$

สับเซตของ B ที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$

สับเซตของ B ที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ $\{1, 2, 3\}$

ดังนั้น สับเซตทั้งหมดของ B ได้แก่ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสับเซตแท้ทั้งหมดของเซต $A = \{1, 2\}$

วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 2 พบว่าสับเซตทั้งหมดของ A ได้แก่ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$

และเนื่องจากสับเซตแท้ของ A คือ สับเซตที่ไม่เท่ากับ A

ดังนั้น สับเซตแท้ทั้งหมดของ A ได้แก่ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$

เพาเวอร์เซต (power set)

บทนิยาม เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของ A

เขียนแทนเพาเวอร์เซตของ A ด้วย $P(A)$



ข้อสังเกต $B \in P(A)$ ก็ต่อเมื่อ $B \subset A$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$

จะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

สมบัติของเพาเวอร์เซต

1. $\phi \in P(A)$ เมื่อ A เป็นเซตใดๆ
2. $A \in P(A)$ เมื่อ A เป็นเซตใดๆ
3. ถ้า A เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิก k ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 2^k
4. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subset P(B)$
5. $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
6. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

การดำเนินการระหว่างเซต (operation of set)



การดำเนินการระหว่างเซต คือ การสร้างเซตใหม่จากเซตเดิมที่มีอยู่แล้วซึ่งมี 4 ประเภท ดังนี้

1. ยูเนียน (union : $\cup$)

บทนิยาม ยูเนียนของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A หรือสมาชิกของเซต B หรือสมาชิกของทั้งสองเซต เขียนแทนด้วย $A \cup B$
นั่นคือ $A \cup B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ และ $C = \{2, 4, 6\}$

จะได้ว่า

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

2. อินเตอร์เซกชัน (intersection : $\cap$)

บทนิยาม อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A และสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$
นั่นคือ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ และ } x \in B\}$



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ และ $C = \{-1, 0, 1\}$

จะได้ว่า

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cap C = \{1\}$$

$$B \cap C = \phi$$

3. ผลต่าง (difference : -)

บทนิยาม ผลต่างของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A-B$

นั่นคือ $A-B = \{x | x \in A \text{ และ } x \notin B\}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ และ $C = \{-1, 0, 1\}$

จะได้ว่า

$$A-B = \{1\}$$

$$A-C = \{2, 3\}$$

$$B-C = \{2, 3, 4, 5\}$$

4. คอมพลีเมนต์ (complement : ')

บทนิยาม คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เซตที่มีสมาชิกซึ่งอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย A'

นั่นคือ $A' = \{x | x \in U \text{ และ } x \notin A\} = U-A$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

จะได้ว่า

$$A' = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B' = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$C' = \phi$$

สูตรที่เกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการบนเซต

1. idempotent laws

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

2. commutative laws

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

3. associative laws

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$



4. distributive laws

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

5. identity laws

$$A \cup \phi = A$$

$$A \cap U = A$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap \phi = \phi$$

6. De Morgan's laws

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

7. complement laws

$$A \cup A' = U$$

$$A \cap A' = \phi$$

$$(A')' = A$$

$$\phi' = U$$

$$U' = \phi$$

$$A - B = A \cap B'$$

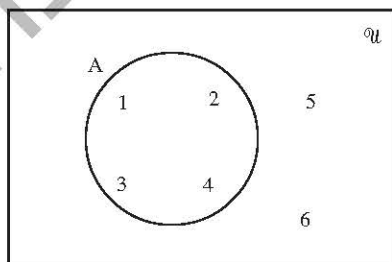
แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler diagram)



แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ คือ แผนภาพที่เขียนแทนเซตด้วยรูปปิดใดๆ เช่น รูปวงกลม รูปวงรี รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เป็นต้น (ที่นิยมมากที่สุด คือ รูปวงกลม) และล้อมรอบรูปภาพทั้งหมดด้วยรูปสี่เหลี่ยมซึ่งใช้แทนเอกภพสัมพัทธ์ บางครั้งอาจเขียนสมาชิกลงในแผนภาพด้วย

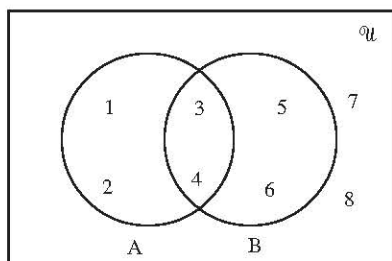
ตัวอย่างที่ 1 ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ และ $A = \{1, 2, 3, 4\}$

เมื่อนำมาเขียนแผนภาพจะได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{3, 4, 5, 6\}$

เมื่อนำมาเขียนแผนภาพจะได้ ดังนี้





จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด



โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกในเซตจำกัดสามารถหาคำตอบได้ 2 วิธี คือ

1. ใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์
2. ใช้สูตรดังนี้

$$1) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2) n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ตัวอย่าง ในการสอบถามนักเรียน 320 คน ในโรงเรียนแห่งหนึ่งพบว่า

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์ 150 คน

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาภาษาไทย 200 คน

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์หรือภาษาไทย 250 คน

จงหาว่ามีนักเรียนที่สอบตกทั้งวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทยเป็นจำนวนเท่าไร

วิธีทำ ให้ U แทนเซตของนักเรียนในโรงเรียน

A แทนเซตของนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์

B แทนเซตของนักเรียนที่สอบตกวิชาภาษาไทย

จากโจทย์

มีนักเรียนในโรงเรียน 320 คน ดังนั้น $n(U) = 320$

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์ 150 คน ดังนั้น $n(A) = 150$

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาภาษาไทย 200 คน ดังนั้น $n(B) = 200$

มีนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์หรือภาษาไทย 250 คน ดังนั้น $n(A \cup B) = 250$

จากสูตร
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

แทนค่า
$$250 = 150 + 200 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 150 + 200 - 250$$

$$= 100$$

ดังนั้น มีนักเรียนที่สอบตกทั้งวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทยจำนวน 100 คน

หรือ สามารถใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ในการช่วยหาคำตอบได้



แบบทดสอบ



จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\{x | x < 100\}$ เป็นเซตจำกัด

2. $\{x \in \mathbb{N} | x < 100\}$ เป็นเซตจำกัด

3. $\{x | -100 < x < 100\}$ เป็นเซตจำกัด

4. $\{x \in \mathbb{I} | -100 < x < 100\}$ เป็นเซตอนันต์

2. กำหนดให้ $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3x-5}{2} < 1 - \frac{5-2x}{4}\right\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. A เป็นเซตอนันต์

2. $n(A) = 15$

3. $n(P(A)) = 4$

4. $A = \phi$

3. ให้ A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตอนันต์ ข้อความใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

1. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ A

2. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ B

3. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ A

4. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ B

4. ข้อความใดต่อไปนี้ผิด

1. ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว A จะมีสับเซตที่เป็นเซตจำกัดเสมอ

2. ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว A จะมีสับเซตแท้เสมอ

3. สับเซตของเซตจำกัดต้องเป็นเซตจำกัดเท่านั้น

4. สับเซตของเซตอนันต์อาจเป็นเซตจำกัดได้

5. กำหนดให้ $A = \left\{x \mid x = 1 - \frac{2}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

$$B = \left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$$

$$C = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \dots\right\}\right\}$$

แล้ว $(A \cap C) - B$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1. เป็นเซตอนันต์

2. เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิกมากกว่า 1 ตัว

3. เป็นเซตที่มีสมาชิกตัวเดียว

4. เป็นเซตว่าง

6. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} | x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = 1 - \frac{1}{y}, y \in A\right\}$$

$$C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2m-1}{2m}, m \in \mathbb{I}^+\right\}$$

จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $B - A = C$

2. $(B \cup A) - C$ เป็นเซตอนันต์

3. $(B - A) - C$ เป็นเซตจำกัด

4. $(B \cup A) \cap C$ เป็นเซตจำกัด

แนะนำหนังสือดี



CORE O-NET
คณิตศาสตร์ ม.ปลาย



1500103100



สัญลักษณ์แห่งคุณภาพทางวิชาการ



9 789744 129536

ราคา 100 บาท