

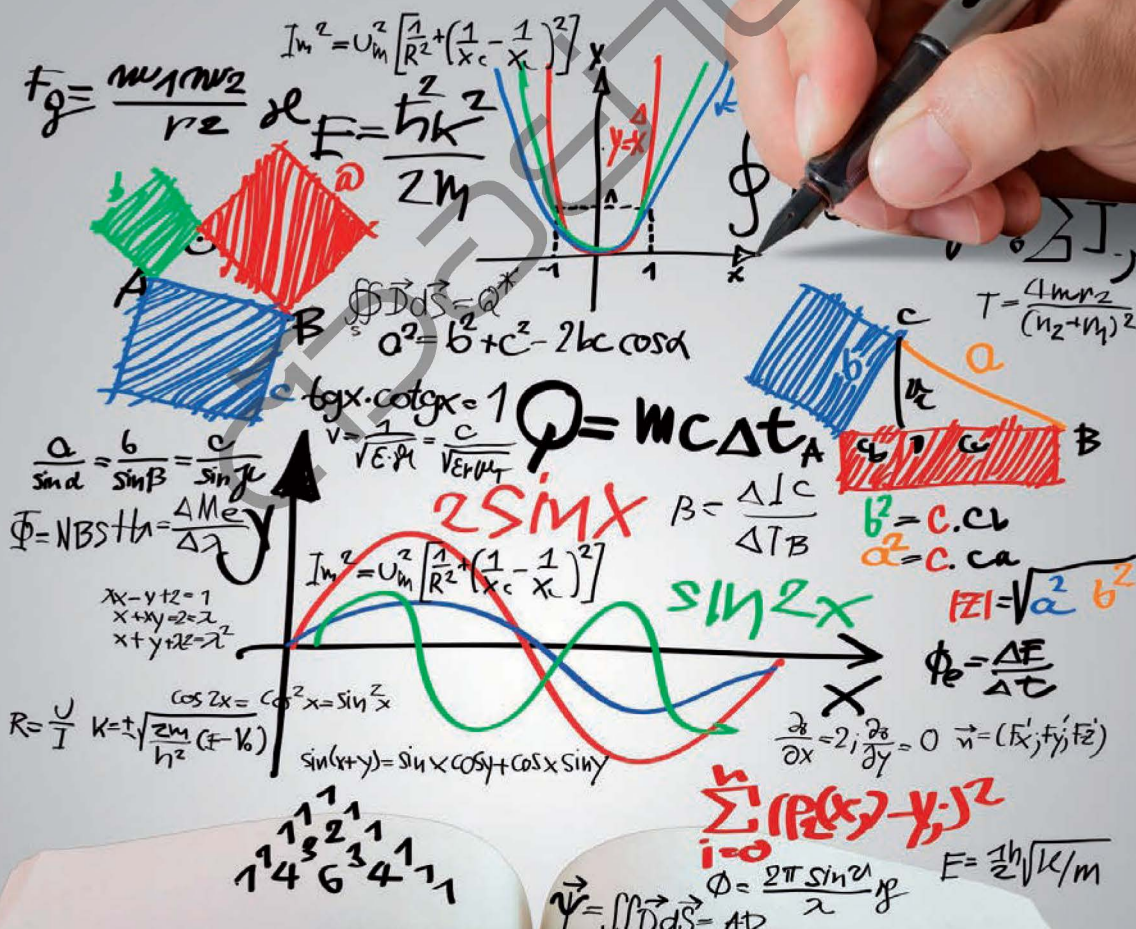


GOAL



คณิตศาสตร์ พื้นฐานและเพิ่มเติม

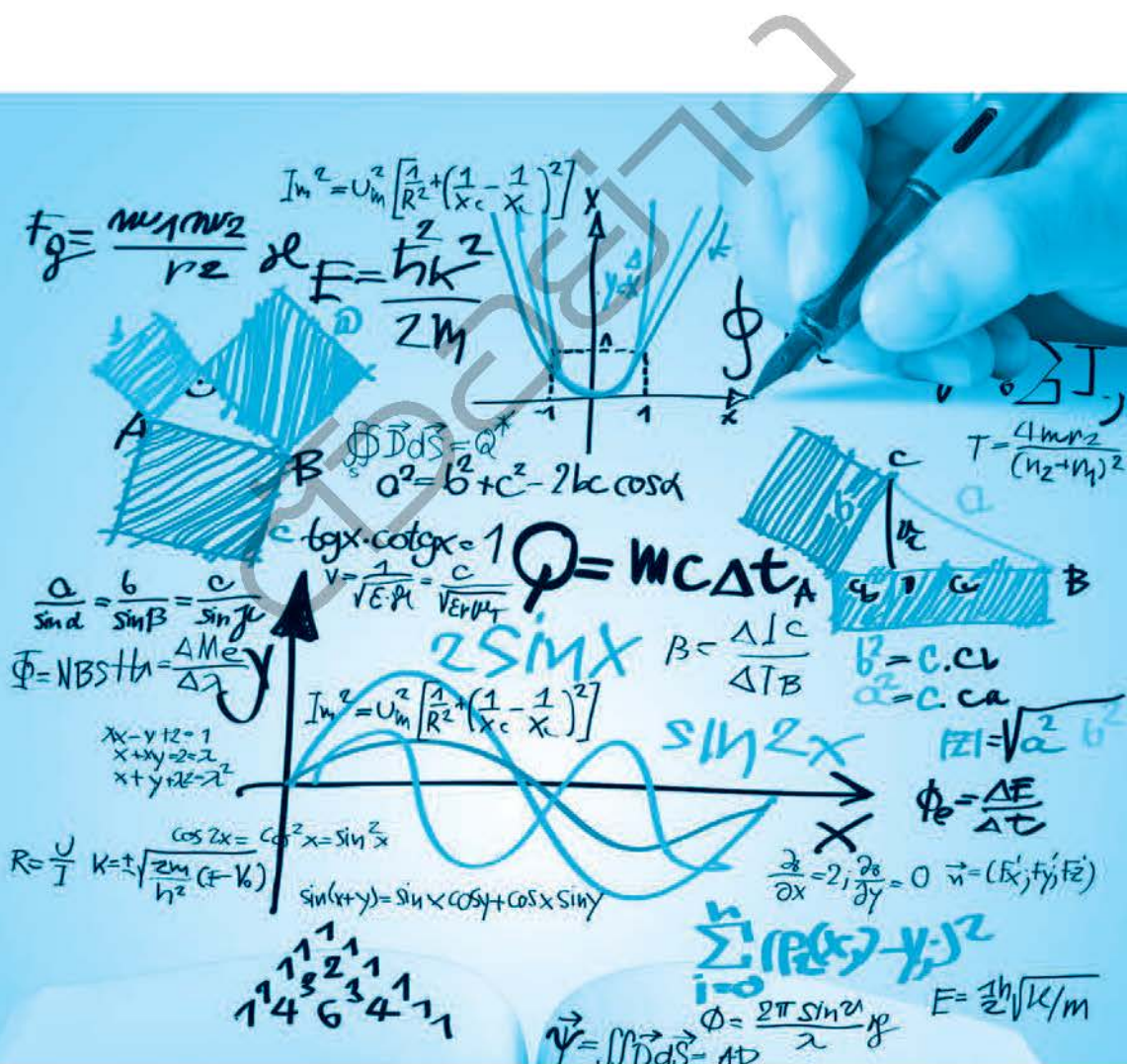
ม.5



 IMAC EDUCATION

คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

- เน้นเทคนิค เพื่อพิชิตโจทย์คำถามและสร้างความสำเร็จ พร้อมแก้ปัญหาได้
- เหมาะสำหรับผู้เริ่มตัวลอบเก็บคะแนน กลางภาค และปลายภาค
- เพิ่มทักษะการเรียนรู้รักคณิตศาสตร์ เพื่อเตรียมพร้อมในการสอบ O-NET



GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5.--กรุงเทพฯ : แม็คเอ็ดดูเคชั่น,
2558.

408 หน้า. --(GOAL).

1. คณิตศาสตร์. I. ชื่อเรื่อง.

510

ISBN 978-616-274-628-4

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

MA MACEDUCATION

ผู้เขียน : ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

สงวนลิขสิทธิ์ : กรกฎาคม 2558

ราคาจำหน่าย : 190 บาท

การสั่งซื้อ : ส่งอนาณัติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว 10310 โนนาม บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028
www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท แพลนพรินท์ติ้ง จำกัด

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร)



หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วย กระดาษรีไซเคิล เอ
กระดาษจากไม้ปลูก ไม่บดกวนไม้ธรรมชาติ



คำนำ

หนังสือคู่มือ ชุด GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.ปลาย ของบริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด มีเนื้อหาตรงตามมาตรฐานและตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ใช้เป็นคู่มือประกอบการเรียนรายวิชาฟิสิกส์นอกเวลาเรียนปกติ หนังสือคู่มือชุดนี้มีทั้งหมด 3 เล่ม ดังนี้

1. หนังสือคู่มือ GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4

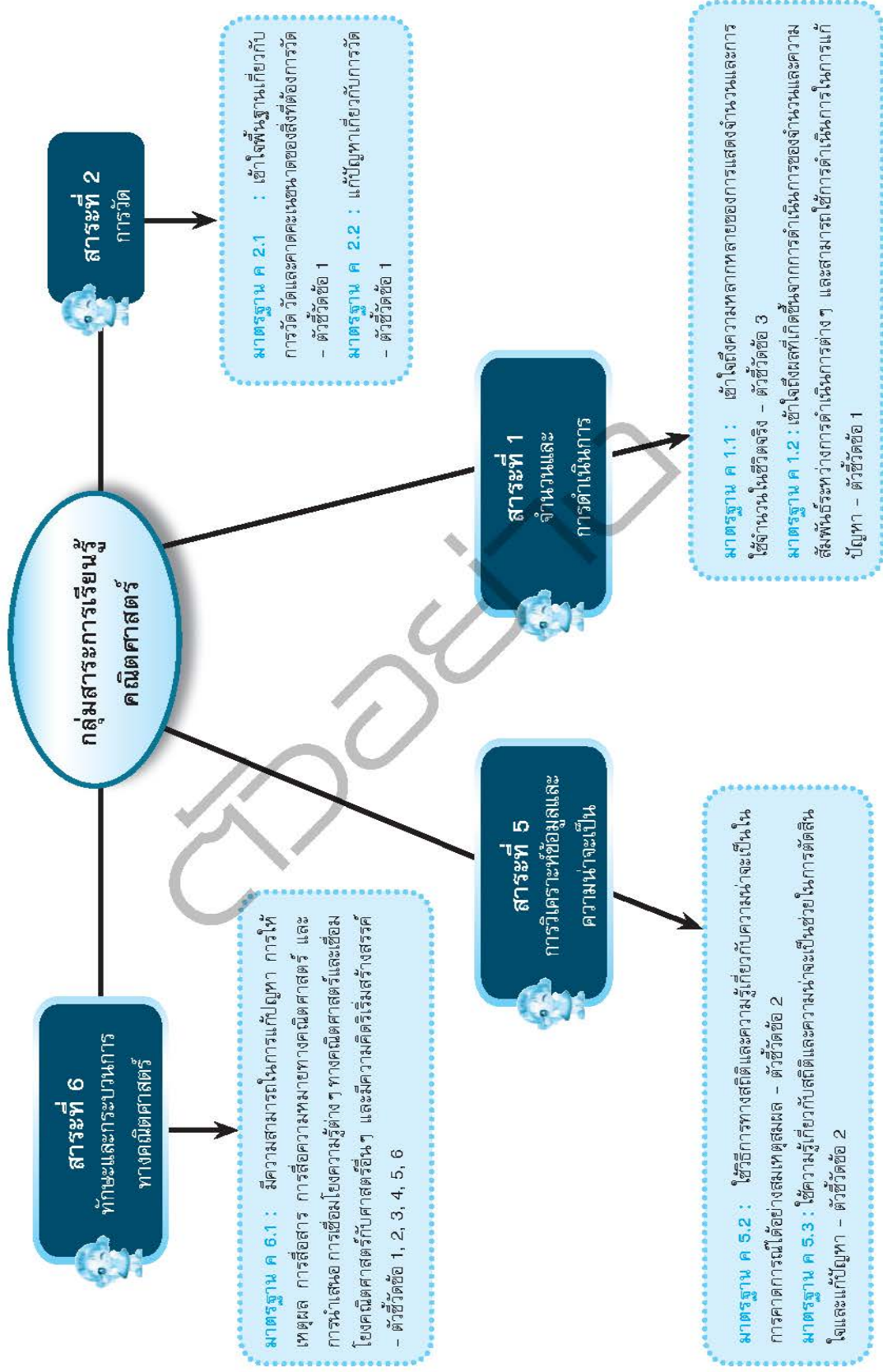
2. หนังสือคู่มือ GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

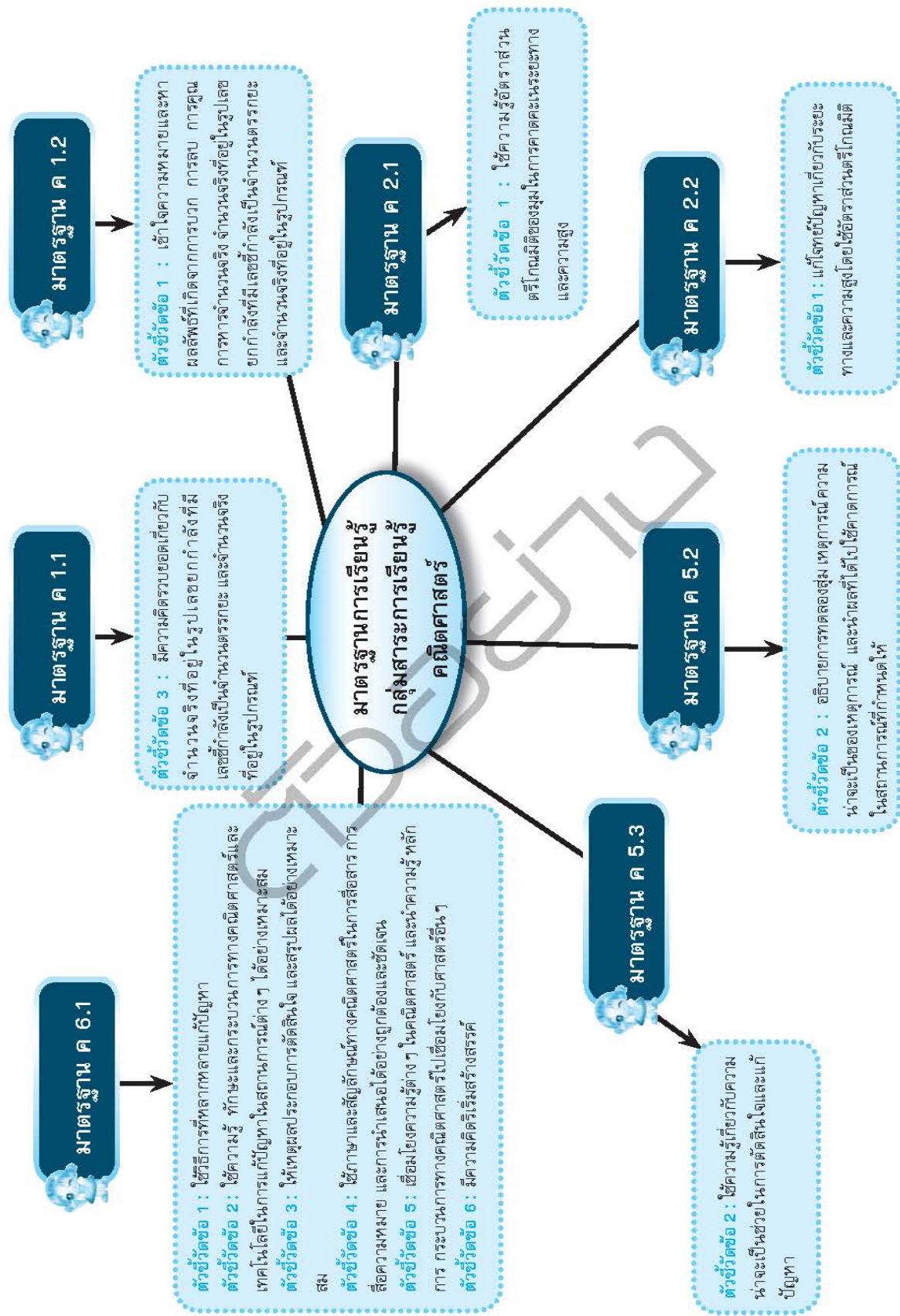
3. หนังสือคู่มือ GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.6

หนังสือคู่มือชุดนี้ แต่ละเล่มประกอบด้วย เนื้อหาโดยสรุปที่มุ่งให้นักเรียนสามารถเรียนรู้หรือทบทวนบทเรียนด้วยตนเองและฝึกทำแบบทดสอบ โดยเน้นสร้างความเข้าใจอย่างง่ายด้วยเทคนิคต่างๆ เช่น เทคนิคการจำ เทคนิคการวิเคราะห์โจทย์ เทคนิคการสังเกตสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เป็นต้น เพื่อช่วยให้นักเรียนตอบโจทย์คำถามได้อย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังเป็นการประเมินผลตนเองในแต่ละเนื้อหา อันเป็นการเพิ่มพูนความเข้าใจและประสบการณ์ สร้างความมั่นใจ และพร้อมที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการสอบได้

ทั้งนี้ บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือคู่มือ ชุด GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.ปลาย จะอำนวยประโยชน์ให้แก่ผู้อ่านได้เป็นอย่างดี และหากมีข้อสงสัยหรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับหนังสือคู่มือชุดนี้ กรุณาติดต่อได้ที่ บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด เพื่อเป็นประโยชน์ในการพัฒนาหนังสือคู่มือเล่มต่อไปในอนาคต

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด





สารบัญ

	หน้า
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง	1
(ตรงตามมาตรฐาน ค 1.1 ตัวชี้วัดข้อ 3 และ ค 1.2 ตัวชี้วัดข้อ 1)	
1. รากที่ n ของจำนวนจริง	1
2. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	4
แบบทดสอบ	6
เฉลย	9
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	15
(ตรงตามมาตรฐาน ค 2.1 ตัวชี้วัดข้อ 1 และ ค 2.2 ตัวชี้วัดข้อ 1)	
1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ	15
2. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	18
แบบทดสอบ	21
เฉลย	28
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็น (ตอนที่ 1)	41
(ตรงตามมาตรฐาน ค 5.2 ตัวชี้วัดข้อ 2 และ ค 5.3 ตัวชี้วัดข้อ 2)	
1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	41
2. ความน่าจะเป็น	51
แบบทดสอบ	55
เฉลย	60
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความน่าจะเป็น (ตอนที่ 2)	67
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	67
2. ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น	80
แบบทดสอบ	90
เฉลย	103

● หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	125
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
1. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	125
2. ฟังก์ชันลอการิทึม	136
แบบทดสอบ	142
เฉลย	152
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 แสงและทัศนอุปกรณ์	179
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
1. วงกลมหนึ่งหน่วย	179
2. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	181
3. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม	184
4. เอกลักษ์ของโคฟังก์ชัน	186
5. อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	189
6. กฎของโคไซน์และไซน์	196
7. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	198
8. การหาระยะทางและความสูง	201
แบบทดสอบ	203
เฉลย	211
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 เวกเตอร์ในสามมิติ	233
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
1. ระบบพิกัดฉาก	233
2. เวกเตอร์	234
3. การบวกและการลบเวกเตอร์	236
4. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	237
5. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยพื้นฐาน	238
6. โคไซน์แสดงทิศทาง	243
7. ผลคูณของเวกเตอร์	243
แบบทดสอบ	250
เฉลย	257
● หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 จำนวนเชิงซ้อน	282
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
1. บทนำเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน	282
2. จำนวนจินตภาพ (Imaginary Numbers)	282

3. การลบจำนวนเชิงซ้อน	284
4. การหารจำนวนเชิงซ้อน	284
5. สังยุค (Conjugate) ของจำนวนเชิงซ้อน	285
6. กราฟของจำนวนเชิงซ้อน	286
7. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	286
8. การแก้สมการ	287
9. ความสัมพันธ์ระหว่างรากและสัมประสิทธิ์ของสมการกำลังสอง	287
10. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (Polar Form for Complex Number)	287
11. ทฤษฎีของเดอมัวร์ (De Moivre's Theorem)	288
12. รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน (The n^{th} Roots of Complex Number)	288
13. สมการพหุนาม (Polynomial Equation)	290
แบบทดสอบ	292
เฉลย	297

● หน่วยการเรียนรู้ที่ 9 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น 313

(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)

1. กราฟ (Graph)	313
2. คีรีรีของจุด	317
3. แนวเดิน	322
4. กราฟออยเลอร์	326
แบบทดสอบ	329
เฉลย	336

● แบบทดสอบชุดที่ 1 340

เฉลย	347
------	-----

● แบบทดสอบชุดที่ 2 360

เฉลย	365
------	-----

● แบบทดสอบชุดที่ 3 380

เฉลย	387
------	-----

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เลขยกกำลัง

1. รากที่ n ของจำนวนจริง

บทนิยาม ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1, a และ b เป็นจำนวนจริง b เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $b^n = a$

สัญลักษณ์ $\sqrt[n]{a}$ เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a หรือกรณีที่ n ของ a ถ้า $n = 2$ รากที่สองของ a คือ $\sqrt{a}$ เขียนแทนด้วย $\sqrt{a}$

ข้อสรุปของ $\sqrt[n]{a}$

1. ถ้า $a = 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a} = 0$
 2. ถ้า $a > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนบวก
 3. ถ้า $a < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ จะเป็นจำนวนลบ
 4. ถ้า $a < 0$ และ n เป็นจำนวนคู่ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ ไม่เป็นจำนวนจริง
- $\sqrt{-1}$ ไม่ใช่จำนวนจริง เพราะไม่มีจำนวนจริง x ใดที่ทำให้ $x^2 = -1$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าหลักของรากที่ n ต่อไปนี้

1. $\sqrt[3]{8}$
2. $\sqrt[3]{-8}$
3. $\sqrt[4]{81}$
4. $\sqrt{-25}$
5. $\sqrt[4]{-16}$

วิธีทำ 1. ค่าหลักของ $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

ตอบ

2. ค่าหลักของ $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

ตอบ

3. ค่าหลักของ $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

ตอบ

4. $\sqrt{-25}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

ตอบ

5. $\sqrt[4]{-16}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

ตอบ

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

1.1 สมบัติของรากที่ n

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ $n \in \mathbb{I}^+$

1. $(\sqrt[n]{a})^n = a$ เมื่อ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริง

เช่น $(\sqrt[5]{-3})^5 = -3$, $(\sqrt[6]{64})^6 = 64$

$$2. \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ a & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$$

เช่น $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

$\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$

3. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$

เช่น $\sqrt[3]{4 \times 5} = \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{5}$

$\sqrt[4]{8 \times 9} = \sqrt[4]{8} \sqrt[4]{9}$

4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ เมื่อ $b \neq 0$

เช่น $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1. $\sqrt{50}$

2. $\sqrt{48}$

3. $\sqrt[3]{108}$

4. $\sqrt{15} \cdot \sqrt{12}$

5. $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{54}$

วิธีทำ 1. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

ตอบ

2. $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

ตอบ

3. $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{27 \cdot 4} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{4} = 3\sqrt[3]{4}$

ตอบ

4. $\sqrt{15} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{15 \cdot 12} = \sqrt{180} = \sqrt{9 \cdot 20} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{20} = 3\sqrt{20}$

ตอบ

5. $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{16 \cdot 54} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2} = 6\sqrt[3]{4}$

ตอบ

1.2 การหาผลบวก ผลต่าง และผลคูณของจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าต่อไปนี้

1. $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

2. $8\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

3. $5\sqrt{7}+6\sqrt{7}-8\sqrt{7}$

4. $4\sqrt{5}+\frac{3}{\sqrt{5}}$

5. $\sqrt{72}+5\sqrt{50}$

วิธีทำ 1. $3\sqrt{2}+5\sqrt{2} = (3+5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

ตอบ

2. $8\sqrt{3}-3\sqrt{3} = (8-3)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

ตอบ

3. $5\sqrt{7}+6\sqrt{7}-8\sqrt{7} = (5+6-8)\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

ตอบ

4. $4\sqrt{5}+\frac{3}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}+\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}$

$$= 4\sqrt{5}+\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{20\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{23\sqrt{5}}{5}$$

ตอบ

5. $\sqrt{72}+5\sqrt{50} = \sqrt{36\cdot 2}+5\sqrt{25\cdot 2}$

$$= 6\sqrt{2}+5(5\sqrt{2})$$

$$= 6\sqrt{2}+25\sqrt{2}$$

$$= 31\sqrt{2}$$

ตอบ

ข้อสังเกต

$$\sqrt{25}+\sqrt{16} = 5+4 = 9$$

$$\sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

$$\text{สรุปได้ว่า } \sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5



2. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

บทนิยาม เมื่อ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

เช่น 1. $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ และ $(5^{\frac{1}{2}})^2 = 5$

2. $6^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$ และ $(6^{\frac{1}{3}})^3 = 6$

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริง m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 0$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ จะได้

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

เช่น 1. $8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{8})^2 = (2)^2 = 4$

2. $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

หมายเหตุ จาก $a^{\frac{m}{n}}$ ถ้า $m < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0

เช่น ถ้า $a = 0$, $m = -2$ และ $n = 3$

$$a^{\frac{m}{n}} = 0^{-\frac{2}{3}} = (0^{\frac{1}{3}})^{-2} = \frac{1}{0} \text{ ซึ่งไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์}$$

สมบัติของเลขยกกำลัง

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2. $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

5. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, $b \neq 0$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่าต่อไปนี้

1. $4^2 \times 4^3$

2. $3^5 \times 4^5$

3. $(3^2)^4$

4. $5^6 \div 5^2$

5. $\frac{3^4}{5^4}$

วิธีทำ 1. $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$

ตอบ

2. $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5 = 12^5$

ตอบ

3. $(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$

ตอบ

4. $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2} = 5^4$

ตอบ

5. $\frac{3^4}{5^4} = \left(\frac{3}{5}\right)^4$

ตอบ

การหาเงินรวม ดอกเบี้ย

$$A = P(1+r)^t$$

A แทนเงินรวม (จำนวนเงินต้นพร้อมดอกเบี้ย)

P แทนเงินต้นที่กู้ยืม

r แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี

t แทนจำนวนปีที่กู้

ตัวอย่างที่ 5 บอยกู้เงินธนาคาร 100,000 บาท เสียดอกเบี้ย 7.5% ต่อปี เป็นเวลา 3 ปี บอยจะต้องจ่ายดอกเบี้ยให้ธนาคารเท่าไร

วิธีทำ $P = 100,000$

$r = 7.5\%$

$t = 3$

จากสูตร $A = P(1+r)^t$
 $= 100,000 \left(1 + \frac{7.5}{100}\right)^3$
 $= 124,229.69$

ดังนั้น บอยจะต้องจ่ายดอกเบี้ย $124,229.69 - 100,000 = 24,229.69$ บาท

ตอบ

แบบทดสอบ

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

1. $\sqrt[3]{27} = 3$

2. $\sqrt[3]{-8} = -2$

3. $\sqrt[3]{125} = 5$

4. $\sqrt[4]{256} = 4$

5. $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$

2. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

1. $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$

2. $\sqrt[3]{-250} = -5\sqrt[3]{2}$

3. $\sqrt[4]{32} = 2\sqrt[4]{2}$

4. $\sqrt[4]{243} = 4\sqrt[4]{3}$

5. $\sqrt[4]{512} = 4\sqrt[4]{2}$

3. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

1. $\sqrt[4]{2500} = 5\sqrt[4]{4}$

2. $\sqrt[3]{375} = 5\sqrt[3]{3}$

3. $\sqrt[4]{567} = 7\sqrt[4]{3}$

4. $\sqrt[3]{432} = 6\sqrt[3]{2}$

5. $\sqrt[3]{160} = 2\sqrt[3]{5}$

4. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18} = 5\sqrt{2}$

2. $\sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{75} = 7\sqrt{3}$

3. $4\sqrt{63} + 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

4. $\sqrt{45} + \sqrt{8} - \sqrt{80} + \sqrt{18} = \sqrt{5} + 5\sqrt{2}$

5. $4\sqrt{128} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{162} = 20\sqrt{3} + 13\sqrt{2}$

5. รูปอย่างง่ายของ $\sqrt{252} - \sqrt{294} - 48\sqrt{\frac{1}{6}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $6\sqrt{7} - 15\sqrt{6}$

2. $7\sqrt{2} - 15\sqrt{6}$

3. $6\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$

4. $6\sqrt{2} - 7\sqrt{6}$

5. $6\sqrt{7} - 7\sqrt{6}$

6. รูปอย่างง่ายของ $3\sqrt{147} - 7\sqrt{\frac{1}{27}} - \frac{11}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $9\sqrt{3}$
2. $19\sqrt{3}$
3. $171\sqrt{3}$
4. $\frac{170}{9}\sqrt{3}$
5. $\frac{171}{9}\sqrt{3}$

7. ผลสำเร็จของ $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{432}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\sqrt[3]{2}$
2. $2\sqrt[3]{2}$
3. $-3\sqrt[3]{2}$
4. $-2\sqrt[3]{2}$
5. $-\sqrt[3]{2}$

8. ผลสำเร็จของ $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-375} - 3\sqrt[3]{-192}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $6\sqrt[3]{3}$
2. $7\sqrt[3]{3}$
3. $8\sqrt[3]{3}$
4. $9\sqrt[3]{3}$
5. $10\sqrt[3]{3}$

9. ข้อใดต่อไปนีถูกต้อง

1. $2\sqrt{10} \times \sqrt{15} = 5\sqrt{6}$
2. $\sqrt{12} \times \sqrt{75} = 900$
3. $3\sqrt{14} \times \sqrt{35} = 7\sqrt{10}$
4. $\sqrt{96} \times 2\sqrt{12} = 48\sqrt{2}$
5. $3\sqrt{33} \times 2\sqrt{77} = 11\sqrt{21}$

10. ผลสำเร็จของ $5\sqrt{2} \times 2\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{-125}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. -20
2. -50
3. -100
4. -200
5. -250

11. ผลสำเร็จของ $\frac{3\sqrt{48}}{5\sqrt{112}} \div \frac{6\sqrt{84}}{\sqrt{392}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\frac{1}{5}\sqrt{2}$
2. $\frac{2}{5}\sqrt{2}$
3. $\frac{3}{5}\sqrt{2}$
4. $\frac{4}{5}\sqrt{2}$
5. $\sqrt{2}$

12. ผลสำเร็จของ $(3\sqrt{5}+4\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. $15+3\sqrt{10}$
 2. $8+4\sqrt{10}$
 3. $15+4\sqrt{10}$
 4. $23+3\sqrt{10}$
 5. $23+7\sqrt{10}$
13. ผลสำเร็จของ $(2\sqrt{7}+\sqrt{5})(3\sqrt{5}-\sqrt{7})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. $1+5\sqrt{35}$
 2. $1+7\sqrt{35}$
 3. $-1+5\sqrt{35}$
 4. $-1+7\sqrt{35}$
 5. $29+12\sqrt{35}$
14. $(3\sqrt{5}-\sqrt{11})^2$ มากกว่า $(7\sqrt{11}-23)(7\sqrt{11}+23)$ อยู่เท่าไร
1. $56-6\sqrt{55}$
 2. $46-6\sqrt{55}$
 3. $55-5\sqrt{55}$
 4. $46-5\sqrt{55}$
 5. $36-6\sqrt{55}$
15. ผลสำเร็จของ $\frac{(9\sqrt{2}-\sqrt{15})(3\sqrt{2}-2\sqrt{15})}{(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+\sqrt{3})}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. $3-2\sqrt{30}$
 2. $6-3\sqrt{30}$
 3. $12-3\sqrt{30}$
 4. $42-21\sqrt{30}$
 5. $84-21\sqrt{30}$
16. รูปร่างง่ายของ $81^{\frac{3}{4}} \times 32^{\frac{2}{5}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. 18
 2. 36
 3. 54
 4. 72
 5. 108
17. รูปร่างง่ายของ $(64^{\frac{5}{2}} \times 27^{\frac{4}{3}}) \div 1,000^{\frac{4}{3}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. 2.592×10^{-1}
 2. 2.592×10^{-2}
 3. 2.592×10^{-3}
 4. 2.592×10^{-4}
 5. 2.592×10^{-5}

18. ผลสำเร็จของ $(125^{\frac{1}{3}})^2 \times (10^4 \times 10^{-\frac{1}{2}})^4$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{25}$

2. $\frac{1}{5}$

3. 5

4. 25

5. 250

19. คำตอบของสมการ $4^x = 8 \cdot 2^{3x}$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. -3

2. -2

3. -1

4. 1

5. 3

20. คำตอบของสมการ $\sqrt{2x-3} = 3$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 2

2. 3

3. 6

4. 9

5. 12

เฉลย

1. 5 2. 4 3. 3 4. 2 5. 1 6. 2 7. 1 8. 5 9. 4 10. 3
11. 3 12. 5 13. 1 14. 2 15. 3 16. 5 17. 1 18. 5 19. 1 20. 3

เฉลยพร้อมคำอธิบาย

1. ตอบข้อ 5

อธิบาย 1. $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

2. $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

3. $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

4. $\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$

5. $\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

2. ตอบข้อ 4

- อธิบาย
- $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \times 3} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$
 - $\sqrt[3]{-250} = \sqrt[3]{-125 \cdot 2} = \sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[3]{2} = -5\sqrt[3]{2}$
 - $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{16 \cdot 2} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{2} = 2\sqrt[4]{2}$
 - $\sqrt[4]{243} = \sqrt[4]{81 \cdot 3} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{3} = 3\sqrt[4]{3}$
 - $\sqrt[4]{512} = \sqrt[4]{256 \cdot 2} = \sqrt[4]{256} \cdot \sqrt[4]{2} = 4\sqrt[4]{2}$

3. ตอบข้อ 3

- อธิบาย
- $\sqrt[4]{2500} = \sqrt[4]{625 \cdot 4} = \sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{4} = 5\sqrt[4]{4}$
 - $\sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{125 \cdot 3} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{3} = 5\sqrt[3]{3}$
 - $\sqrt[4]{567} = \sqrt[4]{81 \cdot 7} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{7} = 3\sqrt[4]{7}$
 - $\sqrt[3]{432} = \sqrt[3]{216 \cdot 2} = \sqrt[3]{216} \cdot \sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2}$
 - $\sqrt[5]{160} = \sqrt[5]{32 \cdot 5} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{5} = 2\sqrt[5]{5}$

4. ตอบข้อ 2

- อธิบาย
- $$\begin{aligned}\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18} &= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ &= (5+4-3)\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$
 - $$\begin{aligned}\sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{75} &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= (6-4+5)\sqrt{3} \\ &= 7\sqrt{3}\end{aligned}$$
 - $$\begin{aligned}4\sqrt{63} + 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28} &= 12\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 16\sqrt{7} \\ &= (12+5-16)\sqrt{7} \\ &= \sqrt{7}\end{aligned}$$
 - $$\begin{aligned}\sqrt{45} + \sqrt{8} - \sqrt{80} + \sqrt{18} &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \\ &= (3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) + (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \\ &= -\sqrt{5} + 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad 4\sqrt{128} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{162} &= 32\sqrt{2} + 20\sqrt{3} - 45\sqrt{2} \\ &= 20\sqrt{3} + (32\sqrt{2} - 45\sqrt{2}) \\ &= 20\sqrt{3} - 13\sqrt{2} \end{aligned}$$

5. ตอบข้อ 1

อธิบาย

$$\begin{aligned} \sqrt{252} - \sqrt{294} - 48\sqrt{\frac{1}{6}} &= 6\sqrt{7} - 7\sqrt{6} - \frac{48}{6}\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{7} - 7\sqrt{6} - 8\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{7} - 15\sqrt{6} \end{aligned}$$

6. ตอบข้อ 2

อธิบาย

$$\begin{aligned} 3\sqrt{147} - 7\sqrt{\frac{1}{27}} - \frac{11}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} &= 21\sqrt{3} - 7\sqrt{\frac{3}{81}} - \frac{11}{3}\sqrt{\frac{3}{9}} \\ &= 21\sqrt{3} - \frac{7}{9}\sqrt{3} - \frac{11}{9}\sqrt{3} \\ &= \left(21 - \frac{7}{9} - \frac{11}{9}\right)\sqrt{3} \\ &= \frac{171}{9}\sqrt{3} \\ &= 19\sqrt{3} \end{aligned}$$

7. ตอบข้อ 1

อธิบาย

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{432} &= 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} \\ &= (3+4-6)\sqrt[3]{2} \\ &= \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

8. ตอบข้อ 5

อธิบาย

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-375} - 3\sqrt[3]{-192} &= 3\sqrt[3]{3} + (-5\sqrt[3]{3}) - 3(-4\sqrt[3]{3}) \\ &= (3-5+12)\sqrt[3]{3} \\ &= 10\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

9. ตอบข้อ 4

อธิบาย 1.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{10} \times \sqrt{15} &= 2\sqrt{10 \times 15} \\ &= 2\sqrt{150} \\ &= 2(5\sqrt{6}) \\ &= 10\sqrt{6} \end{aligned}$$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

$$\begin{aligned}
 2. \quad \sqrt{12} \times \sqrt{75} &= \sqrt{12 \times 75} \\
 &= \sqrt{900} \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad 3\sqrt{14} \times \sqrt{35} &= 3\sqrt{14 \times 35} \\
 &= 3\sqrt{490} \\
 &= 3(7\sqrt{10}) \\
 &= 21\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \sqrt{96} \times 2\sqrt{12} &= 2\sqrt{96 \times 12} \\
 &= 2\sqrt{1152} \\
 &= 2(24\sqrt{2}) \\
 &= 48\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad 3\sqrt{33} \times 2\sqrt{77} &= 3 \times 2 \sqrt{33 \times 77} \\
 &= 6\sqrt{11 \times 3 \times 11 \times 7} \\
 &= 6 \times 11 \sqrt{21} \\
 &= 66\sqrt{21}
 \end{aligned}$$

10. ตอบข้อ 3

อธิบาย

$$\begin{aligned}
 5\sqrt[3]{2} \times 2\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{-125} &= 5 \times 2 \sqrt[3]{2 \times 4} \times \sqrt[3]{(-5)^3} \\
 &= 10\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{(-5)^3} \\
 &= 10 \times 2 \times (-5) \\
 &= -100
 \end{aligned}$$

11. ตอบข้อ 3

อธิบาย

$$\begin{aligned}
 \frac{3\sqrt{48}}{5\sqrt{112}} \div \frac{6\sqrt{84}}{\sqrt{392}} &= \frac{3\sqrt{48}}{5\sqrt{112}} \times \frac{\sqrt{392}}{6\sqrt{84}} \\
 &= \frac{3}{5} \sqrt{\frac{48 \times 392}{112 \times 84}} \\
 &= \frac{3}{5} \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

12. ตอบข้อ 5

อธิบาย

$$\begin{aligned}(3\sqrt{5}+4\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2}) &= 3\sqrt{5}\sqrt{5}+3\sqrt{5}\sqrt{2}+4\sqrt{2}\sqrt{5}+4\sqrt{2}\sqrt{2} \\ &= 15+3\sqrt{10}+4\sqrt{10}+8 \\ &= 23+7\sqrt{10}\end{aligned}$$

13. ตอบข้อ 1

อธิบาย

$$\begin{aligned}(2\sqrt{7}+\sqrt{5})(3\sqrt{5}-\sqrt{7}) &= 2\sqrt{7}\cdot 3\sqrt{5}-2\sqrt{7}\sqrt{7}+\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{35}-14+15-\sqrt{35} \\ &= 1+5\sqrt{35}\end{aligned}$$

14. ตอบข้อ 2

อธิบาย

$$\begin{aligned}(3\sqrt{5}-\sqrt{11})^2-(7\sqrt{11}-23)(7\sqrt{11}+23) &= [(3\sqrt{5})^2-6\sqrt{55}-(\sqrt{11})^2]-[(7\sqrt{11})^2-23^2] \\ &= 45-6\sqrt{55}+11-(539-529) \\ &= 56-6\sqrt{55}-10 \\ &= 46-6\sqrt{55}\end{aligned}$$

15. ตอบข้อ 3

อธิบาย

$$\begin{aligned}\frac{(9\sqrt{2}-\sqrt{15})(3\sqrt{2}-2\sqrt{15})}{(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+\sqrt{3})} &= \frac{54-18\sqrt{30}-3\sqrt{30}+30}{10-3} \\ &= \frac{84-21\sqrt{30}}{7} \\ &= 12-3\sqrt{30}\end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 5

อธิบาย

$$\begin{aligned}81^{\frac{3}{4}}\times 32^{\frac{2}{5}} &= (3^4)^{\frac{3}{4}}\times (2^5)^{\frac{2}{5}} \\ &= 3^3\times 2^2 \\ &= 27\times 4 \\ &= 108\end{aligned}$$

17. ตอบข้อ 1

อธิบาย

$$\begin{aligned}\frac{(64^{\frac{5}{6}}\times 27^{\frac{4}{3}})}{1000^{\frac{4}{5}}} &= \frac{(2^6)^{\frac{5}{6}}\times (3^3)^{\frac{4}{3}}}{(10^3)^{\frac{4}{5}}} \\ &= \frac{2^5\times 3^4}{10^4}\end{aligned}$$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

$$= \frac{32 \times 81}{10000}$$

$$= 0.2592$$

$$= 2.592 \times 10^{-1}$$

18. ตอบข้อ 5

อธิบาย

$$(125^{\frac{1}{3}})^2 \times (10^{\frac{3}{4}} \times 10^{-\frac{1}{2}})^4 = ((5^3)^{\frac{1}{3}})^2 \times (10^{\frac{3}{4}})^4$$

$$= 5^2 \times 10$$

$$= 250$$

19. ตอบข้อ 1

อธิบาย

ดังนั้น

$$4^x = 8 \cdot 2^{3x}$$

$$2^{2x} = 2^3 \cdot 2^{3x}$$

$$2^{2x} = 2^{3x+3}$$

$$2x = 3x+3$$

$$x = -3$$

20. ตอบข้อ 3

อธิบาย

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$\sqrt{2x-3} = 3$$

$$2x-3 = 3^2$$

$$2x-3 = 9$$

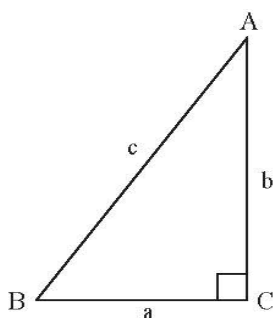
$$2x = 12$$

$$x = 6$$

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ



รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
มีมุม C เป็นมุมฉาก

$\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

$\overline{BC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุม A และเป็นด้านประชิด
มุม B

$\overline{AC}$ เป็นด้านประชิดมุม A และเป็นด้านตรงข้าม
มุม B

ถ้าให้ด้านตรงข้ามมุม A มุม B และมุม C ยาว a , b และ c หน่วย ตามลำดับ

อัตราส่วน $\frac{a}{c}$ เรียกว่า **ไซน์ของมุม A**

อัตราส่วน $\frac{b}{c}$ เรียกว่า **โคไซน์ของมุม A**

อัตราส่วน $\frac{a}{b}$ เรียกว่า **แทนเจนต์ของมุม A**

เรียกอัตราส่วนทั้งสามว่า “อัตราส่วนตรีโกณมิติ”

สรุป

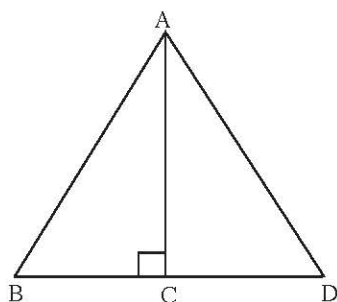
เมื่อ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม C เป็นมุมฉาก

$$\sin A = \frac{a}{c} \left(\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} \right)$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \left(\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} \right)$$

$$\tan A = \frac{a}{b} \left(\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} \right)$$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5



รูปสามเหลี่ยม ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาว
ด้านละ x หน่วย $\overline{AC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BD}$ ที่จุด C จะได้

$$AB = x \text{ และ } BC = \frac{x}{2}$$

รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี

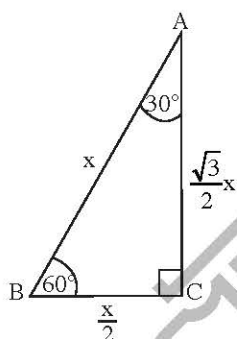
$$\angle ABC = 60^\circ \text{ และ } \angle BAC = 30^\circ$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$AC^2 + \frac{x^2}{4} = x^2$$

$$AC^2 = \frac{3}{4}x^2$$

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$



$$\sin A = \sin 30^\circ = \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2}$$

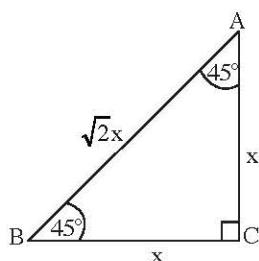
$$\cos A = \cos 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan A = \tan 30^\circ = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin B = \sin 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos B = \cos 60^\circ = \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\tan B = \tan 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{\frac{x}{2}} = \sqrt{3}$$



รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
มุม A และมุม B มีขนาด 45°

ให้ $AC = BC = x$ หน่วย

$$AB^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$$

$$AB = \sqrt{2}x \text{ หน่วย}$$

$$\sin A = \sin 45^\circ = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

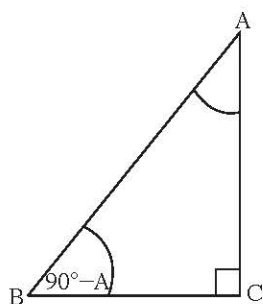
$$\cos A = \cos 45^\circ = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan A = \tan 45^\circ = \frac{x}{x} = 1$$

มุม อัตราส่วน	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$\sqrt{2}$ มีค่าประมาณ 1.414

$\sqrt{3}$ มีค่าประมาณ 1.732



จาก $A+B+C = 180^\circ$

$$C = 90^\circ$$

$$A+B = 90^\circ$$

จะได้ $B = 90^\circ - A$

หรือ $A = 90^\circ - B$

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos B = \cos(90^\circ - A) = \frac{BC}{AB}$$

จะได้ $\sin A = \cos B = \cos(90^\circ - A)$

GOAL คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5

$$\sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos A = \cos(90^\circ - B) = \frac{AC}{AB}$$

จะได้ $\sin B = \cos A = \cos(90^\circ - B)$

นอกจากอัตราส่วนตรีโกณมิติข้างต้น ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติอีก 3 อัตราส่วน คือ

1. $\sec A$ คือ ส่วนกลับของ $\cos A$ เมื่อ $\cos A \neq 0$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} \text{ เมื่อ } \cos A \neq 0$$

2. $\operatorname{cosec} A$ คือ ส่วนกลับของ $\sin A$ เมื่อ $\sin A \neq 0$

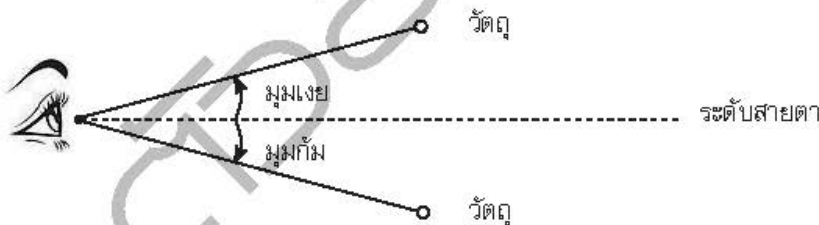
$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \text{ เมื่อ } \sin A \neq 0$$

3. $\cot A$ คือ ส่วนกลับของ $\tan A$ เมื่อ $\tan A \neq 0$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} \text{ เมื่อ } \tan A \neq 0$$

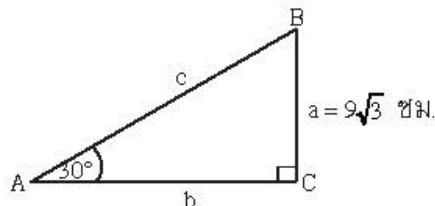


2. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ



ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก $\hat{A} = 30^\circ$ และด้านตรงข้ามมุม A ยาว $9\sqrt{3}$ เซนติเมตร จงหาขนาดของมุม B และความยาวของด้านที่เหลือ

วิธีทำ



จากกำหนดให้ $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{C} = 90^\circ$

ดังนั้น $\hat{B} = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$

$$\sin A = \frac{a}{c} \text{ หรือ } \sin 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{c}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{c}$$

$$c = 2 \times 9\sqrt{3}$$

$$c = 18\sqrt{3}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \text{ หรือ } \cos 30^\circ = \frac{b}{18\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{18\sqrt{3}}$$

$$b = \frac{\sqrt{3} \times 18\sqrt{3}}{2}$$

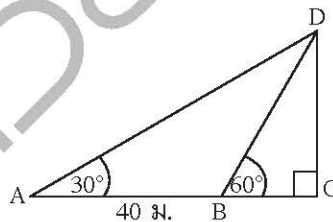
$$b = 27$$

ดังนั้น $\hat{B} = 60^\circ$, $b = 27$ เซนติเมตร และ $c = 18\sqrt{3}$ เซนติเมตร

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งอยู่บนถนนสายหนึ่งมองเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 30° เมื่อเขาเดินตรงเข้าไปยังตึกนั้นอีก 40 เมตร จะมองเห็นยอดตึกหลังเดิมเป็นมุมเงย 60° จงหาความสูงของตึกหลังนี้

วิธีทำ



ให้ชายคนนี้สังเกตเห็นยอดตึกครั้งแรกที่จุด A และสังเกตเห็นยอดตึกครั้งที่สองที่จุด B

$$AB = 40 \text{ เมตร}$$

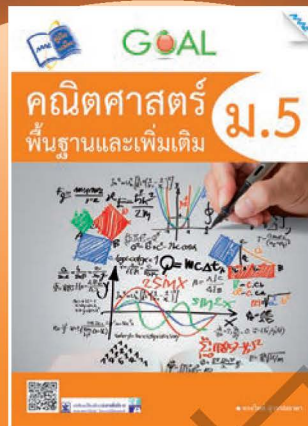
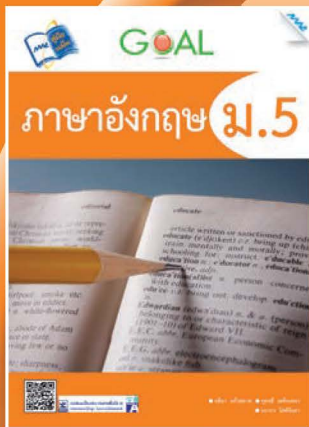
$$\hat{CAD} = 30^\circ$$

$$\hat{CBD} = 60^\circ$$

พิจารณา $\triangle ACD$

$$\tan \hat{CAD} = \tan 30^\circ = \frac{CD}{AC}$$

แนะนำหนังสือดี



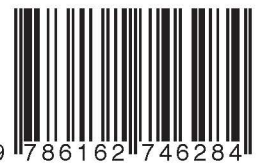
GOAL คณิตศาสตร์
พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.5



1912302100

IMAC EDUCATION

www.MACeducation.com



9 786162 746284

ราคา 190 บาท