



สถาบัน **THE BEST CENTER**

2145/7 ซ.รามคำแหง 43/1 ถ.รามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทร. 0-2318-6868, 0-2314-1492 โทรสาร 0-2718-6274

www.thebestcenter.com facebook.com/bestcentergroup

คุณภาพทางวิชาการต้องมาที่ 1

คู่มือเตรียมสอบ

นายทหารสัญญาบัตร

(กลุ่มที่ 1 นายทหารตรวจสอบภายใน)

กองบัญชาการกองทัพไทย ปี 66

ความรู้ความสามารถทั่วไปและความสามารถที่ใช้เฉพาะตำแหน่ง

ขอบเขตเนื้อหาการสอบ

1. วิชาพื้นฐานความรู้ทั่วไป ทุกตำแหน่งสอบเหมือนกัน

ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก 40 ข้อ 40 คะแนน ดังนี้

1.1 ภาษาอังกฤษ

1.2 ภาษาไทย

1.3 คณิตศาสตร์

1.4 ความรู้ทั่วไป

2. วิชาเฉพาะตำแหน่ง

ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก 80 ข้อ 80 คะแนน (กลุ่มที่ 1 นายทหารตรวจสอบภายใน)

ขอบเขตเนื้อหาวิชาภาคทฤษฎี ความรู้เกี่ยวกับ

- มาตรฐานและหลักเกณฑ์การตรวจสอบภายในและจรรยาบรรณการตรวจสอบภายใน
- การประมาณราคาก่อสร้าง
- การกำหนดราคากลาง
- การบริหารงานแผนงานและงบประมาณกับดูแลงานก่อสร้าง

สนใจสั่งซื้อ หรือสอบถามเพิ่มเติม โทร. 081-496-9907



LINE: @thebestcenter

290.-

คู่มือสอบนายทหารสัญญาบัตร (กลุ่มที่ 1 นายทหารตรวจสอบภายใน)
กองบัญชาการกองทัพไทย

รวบรวมและเรียบเรียงโดย.....

ฝ่ายวิชาการ สถาบัน THE BEST CENTER

ห้ามตัดต่อหรือคัดลอกส่วนใดส่วนหนึ่งของเนื้อหา

สงวนลิขสิทธิ์ตาม พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

ราคา 290 บาท

จัดทำและจำหน่ายโดย



The Best Center InterGroup Co., Ltd.

บริษัท เดอะเบสท์ เซ็นเตอร์ อินเตอร์กรุป จำกัด

บริหารงานโดย ดร.สิงห์ทอง บัวชุมและอาจารย์จันทน์ บัวชุม (ติวเตอร์ทั้ง ยาน ม. ราม)

เลขที่ 2145/7 ซอยรามคำแหง 43/1 ถนนรามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทรศัพท์.081-496-9907,0-2314-1492, 0-2318-6868 โทรสาร. 0-2718-6274 line id: @thebestcenter

www.thebestcenter.com หรือ www.facebook.com/bestcentergroup

คู่มือสอบ
นายทหารสัญญาบัตร
(กลุ่มที่ 1 นายทหารตรวจสอบภายใน)
กองบัญชาการกองทัพไทย

ราคา 290 -.

คำนำ

สำหรับชุดคู่มือสอบตำแหน่งนายทหารสัญญาบัตร (กลุ่มที่ 1 นายทหารตรวจสอบภายใน) กองบัญชาการกองทัพไทย เล่มนี้ ทางสถาบัน THE BEST CENTER และฝ่ายวิชาการของสถาบันได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อให้ผู้สมัครสอบใช้สำหรับเตรียมสอบในการสอบแข่งขันฯ ในครั้งนี้

ทางสถาบัน THE BEST CENTER ได้เล็งเห็นความสำคัญจึงได้จัดทำหนังสือ เล่มนี้ขึ้นมา ภายในเล่มประกอบด้วยทุกส่วนที่กำหนดในการสอบ เจาะข้อสอบทุกส่วน พร้อมคำเฉลยอธิบาย มาจัดทำเป็นหนังสือชุดนี้ขึ้น เพื่อให้ผู้สอบได้เตรียมตัวอ่านล่วงหน้า มีความพร้อมในการทำข้อสอบ

ท้ายนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบคุณทางสถาบัน THE BEST CENTER ที่ได้ให้การสนับสนุนและมีส่วนร่วมในการจัดทำต้นฉบับ ทำให้หนังสือเล่มนี้สามารถสำเร็จขึ้นมาเป็นเล่มได้ พร้อมกันนี้คณะผู้จัดทำขออ้อมรับข้อบกพร่องใดๆ อันเกิดขึ้นและยินดีรับฟังความคิดเห็นจากทุกท่าน เพื่อที่จะนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

ขอให้โชคดีในการสอบทุกท่าน

ฝ่ายวิชาการ

สถาบัน The Best Center

สารบัญ

วิชาคณิตศาสตร์

✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.	1
✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.	35
✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3.	69

วิชาภาษาไทย

✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 1.	99
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 2.	112
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 3.	125

วิชาภาษาอังกฤษ

✦ แนวข้อสอบภาษาอังกฤษ ชุดที่ 1.	140
✦ แนวข้อสอบภาษาอังกฤษ ชุดที่ 2.	153
✦ แนวข้อสอบภาษาอังกฤษ ชุดที่ 3.	165

วิชาความรู้ทั่วไป

➤ ความรู้เกี่ยวกับการทหารของไทย	175
➤ ค่านิยมหลักของคนไทย 12 ประการ ตามนโยบายของ คสช.	201
➤ ความรู้เกี่ยวกับเหตุการณ์ปัจจุบันทางการเมือง เศรษฐกิจและสังคม รวมทั้งวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี	202

วิชาเฉพาะตำแหน่ง

➤ หลักเกณฑ์กระทรวงการคลังว่าด้วยมาตรฐานและหลักเกณฑ์ปฏิบัติการตรวจสอบภายใน สำหรับหน่วยงานของรัฐ พ.ศ. 2561	208
✦ แนวข้อสอบหลักเกณฑ์กระทรวงการคลังว่าด้วยมาตรฐานและหลักเกณฑ์ปฏิบัติการตรวจสอบภายใน สำหรับหน่วยงานของรัฐ พ.ศ.2561 และที่แก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 4 พ.ศ.2566	238
➤ มาตรฐานสากลการปฏิบัติงานวิชาชีพการตรวจสอบภายใน	242
➤ การประมาณราคาก่อสร้าง	268
➤ การกำหนดราคากลาง	290
➤ การบริหารงานและการควบคุมงานก่อสร้าง	302

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- ถ้ากำหนดให้ A, B, C เป็นเซต และมีจำนวนสมาชิกดังต่อไปนี้
 $n(A \cup B) = 92$, $n(A \cup C) = 79$, $n(B \cup C) = 75$,
 $n(A \cap B \cap C) = 32$, $n[(A \cap C) - B] = 6$, $n[(A \cap B) - C] = 18$, $n[(B \cap C) - A] = 2$
ดังนั้น $n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 93
 - 94
 - 95
 - 96
- ในชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่ามี 150 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมี มี 122 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มี 75 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ มี 80 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมีและคณิตศาสตร์ มี 70 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษและเคมี มี 32 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ มี 30 คนที่ไม่ชอบเรียนทั้ง 3 วิชา ไม่มีนักเรียนคนใดชอบเรียนทั้ง 3 วิชา อยากทราบว่านักเรียน ม.6 มีทั้งหมดกี่คน
 - 205 คน
 - 185 คน
 - 195 คน
 - 175 คน
- ถ้า $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$, $n(B) = 7$, $n(C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 15$ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 512
 - 128
 - 256
 - 64
- ถ้าพหุนาม $P(x)$ หารด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหารด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4 แล้ว $P(x)$ หารด้วย $x^2 - 4x + 3$ จะเหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - $x + 1$
 - $2x + 3$
 - $-3x + 2$
 - $3x - 4$
- เซตคำตอบของสมการ $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้
 - (3, 6)
 - [-1, 4)
 - (-2, 3)
 - [-4, -1) $\cup$ (3, 5)
- กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$ ถ้า A และ B เป็นค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $x^2 - x + \frac{5}{4}$ ตามลำดับ แล้ว $4A + B$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 - 29
 - 30
 - 31
 - 32

7. กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง
1. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow s$
 2. $(p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q)$
 3. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s)$
 4. $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow (r \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow s])$
8. ให้ p , q และ r เป็นประพจน์ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$
- ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ
- จากข้อความข้างต้นข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
1. ก. ผิด และ ข. ผิด
 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก
 4. ก. ถูก และ ข. ถูก
9. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$ แล้วค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. 2
 3. 3
 4. 9
10. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$ มีค่าเท่าใด
1. $\frac{(n^2 - 1)n}{3}$
 2. $\frac{n^3 - n^2 + 4}{3}$
 3. $\frac{(n-1)(n)(n+1)}{3}$
 4. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
11. โรงงานผลิตสินค้า OTOP แห่งหนึ่งในจังหวัดเชียงใหม่จ่ายค่าแรงให้คนงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้คนงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท คนงานชายทำสินค้าชนิด A ได้ 24 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 6 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำสินค้าชนิด A ได้ 12 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 10 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าโรงงานต้องการผลิตสินค้าชนิด A จำนวน 504 ชิ้น และชนิด B จำนวน 154 ชิ้น โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมงจึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด
1. 20, 5
 2. 19, 4
 3. 18, 6
 4. 17, 9

12. กำหนดสมการจุดประสงค์ $P = 15x + 30y$

$$\text{และอสมการข้อจำกัด} \quad 3x + 2y \geq 80$$

$$2x + 3y \geq 70$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

ค่าต่ำสุดของ P เป็นเท่าใด

1. 600

2. 525

3. 700

4. 625

13. ให้ $A = \{x \mid x \in [0, \pi] \text{ และ } 4\sqrt{2}\cos^3x - 3\sqrt{2}\cos x - 1 = 0\}$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\pi}{12}$

2. $\frac{\pi}{4}$

3. $\frac{17\pi}{12}$

4. $\frac{17\pi}{4}$

14. กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$ ผลบวกของคำตอบของสมการ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7\pi}{12}$

2. $\frac{2\pi}{3}$

3. $\frac{\pi}{2}$

4. $\frac{5\pi}{12}$

15. ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20 มีค่า $\bar{X}_1 = 40$ และ $S_1^2 = 4$

ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 30 มีค่า $\bar{X}_1 = 30$ และ $S_2^2 = 9$

ถ้านำข้อมูล 2 ชุดนี้มารวมเป็นชุดเดียวกัน ข้อมูลชุดใหม่นี้จะมีค่าความแปรปรวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 29

2. 30

3. 31

4. 32

16. จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียน 4 คน ปรากฏว่าได้ค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าพิสัยเท่ากับ 6 กิโลกรัม จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 41.75 กิโลกรัม

2. 41.0 กิโลกรัม

3. 42.25 กิโลกรัม

4. 42.0 กิโลกรัม

17. ถ้าข้อมูล a, b, c และ d มีตัวกลางเลขคณิตเท่ากับ p และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ q แล้วผลคูณของตัวกลางเลขคณิตกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล $3 - 4a, 3 - 4b, 3 - 4c, 3 - 4d$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $16p - 12pq$

2. $12p - 5pq$

3. $12q - 16pq$

4. $9p - 12pq$

18. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง มีความเร่งขณะเวลา t วินาทีใดๆ เป็น $a = 2t - 3$ เมตร/วินาที² ถ้าอนุภาคเริ่มต้นเคลื่อนที่จากสภาพนิ่ง ณ เวลา $t = 3$ วินาที อนุภาคมีความเร็ว 6 เมตร/วินาที จงหาว่าขณะที่อนุภาคมีความเร่ง 1 เมตร/วินาที² อนุภาคอยู่ห่างจากจุดเริ่มเป็นระยะทางกี่เมตร
1. $\frac{26}{3}$ เมตร
 2. $\frac{25}{3}$ เมตร
 3. $\frac{24}{3}$ เมตร
 4. $\frac{23}{3}$ เมตร
19. ในปี พ.ศ. 2554 สมชายมีรายได้เดือนละ 30,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 45,000 บาท มีลูกชายคนหนึ่งยังเรียนอยู่ในมหาวิทยาลัยยังไม่มีรายได้ ต่อมาในปี พ.ศ. 2557 สมชายมีรายได้เดือนละ 35,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 48,000 บาท ลูกชายมีรายได้เดือนละ 13,000 บาท ถ้าดัชนีราคาผู้บริโภคของปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ 120 (พ.ศ. 2554 เท่ากับ 100) แล้วรายได้ต่อเดือนที่แท้จริงของครอบครัวนี้ในปี พ.ศ. 2557 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 91,000 บาท
 2. 84,000 บาท
 3. 90,000 บาท
 4. 80,000 บาท
20. เอกคิดจะซื้อสัตว์เลี้ยง 2 ชนิดจากสัตว์เลี้ยง 3 ชนิด คือ สุนัข กระต่าย และแพะ โดยถ้าเขาจะซื้อ สุนัขเขาจะซื้อ 2 ตัว ถ้าจะซื้อกระต่ายจะซื้อ 3 ตัว ถ้าจะซื้อแพะจะซื้อ 4 ตัว ถ้านายเกริกมีสุนัข 5 ตัว กระต่าย 7 ตัว แพะ 6 ตัว เอกจะมีวิธีซื้อสัตว์เลี้ยงจากนายเกริกได้ทั้งหมดกี่วิธี
1. 1,400 วิธี
 2. 1,250 วิธี
 3. 1,200 วิธี
 4. 1,025 วิธี
21. มีลูกบิงปอง 6 ลูก ทาสีต่างกันทั้งหมดมีสีเขียว สีแดง สีเหลือง สีชมพู สีน้ำเงิน และสีขาว จำนวนวิธีที่จะนำลูกบิงปองทั้งหมดมาวางเรียงกันเป็นวงกลม โดยให้ลูกบิงปองสีเขียวและสีชมพูอยู่ติดกัน แต่สีเขียวไม่ติดกับสีเหลือง จะมีค่าเท่ากับข้อใด
1. 84
 2. 72
 3. 64
 4. 54
22. ในการสุ่มใส่จดหมาย 4 ฉบับที่เขียนถึงคน 4 คน คนละ 1 ฉบับ ลงในซองที่จำหน่ายซองไว้แล้ว 4 ซอง ซองละ 1 ฉบับ ความน่าจะเป็นที่จะใส่จดหมายได้ตรงกับชื่อหน้าซองไม่เกิน 3 ซอง และไม่ น้อยกว่า 1 ซอง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{8}{12}$
 2. $\frac{6}{12}$
 3. $\frac{7}{12}$
 4. $\frac{5}{12}$

23. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ของวันชัย ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.5 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านวิชาฟิสิกส์เท่ากับ 0.8 และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิชาฟิสิกส์เท่ากับ 0.6 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิชาฟิสิกส์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|--------|
| 1. 0.4 | 2. 0.5 |
| 3. 0.7 | 4. 0.9 |

24. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ x^2 - bx + 2a & \text{เมื่อ } 1 < x \leq 3 \\ bx^3 + a & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$$

จงหาค่าของ $a + b$ ที่ทำให้ $f(x)$ ต่อเนื่องทุกค่าของ x

- | | |
|-------------------|------------------|
| 1. $-\frac{1}{7}$ | 2. $\frac{1}{7}$ |
| 3. $-\frac{2}{7}$ | 4. $\frac{2}{7}$ |

25. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนตรรกยะ} \\ -x & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนอตรรกยะ} \end{cases}$$

จากข้อกำหนดข้างต้น จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

1. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนตรรกยะ
2. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนอตรรกยะ
3. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ เท่านั้น
4. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกค่าของ $x \in \mathbb{R}$

26. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง

1. เส้นตรง $3x - 4y + 5 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $4x - 3y + 7 = 0$
2. กราฟของสมการ $x^2 - y^2 = x - y$ คือ ไฮเพอร์โบลา
3. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $ab > 0$ และ c มีเครื่องหมายเหมือน a แล้ว $ax^2 - by^2 = c$ จะมีกราฟเป็นรูปไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางทาไปกับแกน X
4. ข้อ 1. และ 2. ถูกต้อง

27. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของด้านทั้งสามเป็น 18, 24 และ 30 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุในสามเหลี่ยมรูปนี้ โดยมีด้านหนึ่งอยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก จะมีพื้นที่มากที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร
1. 124 ตารางเซนติเมตร
 2. 112 ตารางเซนติเมตร
 3. 108 ตารางเซนติเมตร
 4. 106 ตารางเซนติเมตร
28. ถ้า a_1, a_2, a_3 เป็นรากของสมการ $x^3 - 4x^2 + 8x - 8 = 0$ จงหาค่าของ $|a_1| + |a_2| + |a_3|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. 2
 2. 4
 3. 6
 4. 8
29. ถ้า $1 - i$ เป็นรากหนึ่งของสมการ $z^3 - 5z^2 + az + b = 0$ จงหาผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของรากทั้ง 3 ของสมการนี้
1. 6
 2. 5
 3. 4
 4. 3
30. เซตคำตอบของอสมการ $(4^x - 1)\log(1 - x^2) > 0$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี
1. $(0, 10)$
 2. $(-\frac{1}{2}, 2)$
 3. $(-2, \frac{1}{2})$
 4. $(-2, \frac{1}{4})$

 เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.

1. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ ถ้ากำหนดให้ A, B, C เป็นเซต และมีจำนวนสมาชิกดังต่อไปนี้

$$n(A \cup B) = 92, n(A \cup C) = 79, n(B \cup C) = 75, n(A \cap B \cap C) = 32$$

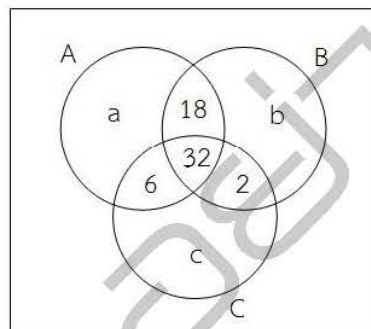
$$n[(A \cap C) - B] = 6, n[(A \cap B) - C] = 18, n[(B \cap C) - A] = 2$$

ต้องการหา ค่าของ $n(A \cup B \cup C)$

จากโจทย์ $n[(A \cap C) - B] = 6, n[(A \cap B) - C] = 18, n[(B \cap C) - A] = 2$

$$n(A \cap B \cap C) = 32$$

นำข้อมูลมาเขียนแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



เนื่องจาก $n(A \cup B) = 92$ จากรูปจะได้

$$a + b + (18 + 32 + 6 + 2) = 92$$

$$a + b + 58 = 92$$

$$a + b = 34 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก $n(A \cup C) = 79$ จากรูปจะได้

$$a + c + (6 + 32 + 18 + 2) = 79$$

$$a + c + 58 = 79$$

$$a + c = 21 \quad \text{-----}(2)$$

เนื่องจาก $n(B \cup C) = 75$ จากรูปจะได้

$$b + c + (2 + 32 + 18 + 6) = 75$$

$$b + c + 58 = 75$$

$$b + c = 17 \quad \text{-----}(3)$$

นำสมการ (1) + (2) + (3) จะได้

$$2a + 2b + 2c = 72$$

$$a + b + c = \frac{72}{2}$$

$$a + b + c = 36$$

$$\begin{aligned}\text{จากแผนภาพจะได้ } n(A \cup B \cup C) &= (a + b + c) + (18 + 32 + 6 + 2) \\ &= 36 + 58 \\ &= 94\end{aligned}$$

$\therefore n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับ 94

2. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ในชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่า

มี 150 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมี

มี 122 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มี 75 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ

มี 80 คนไม่ชอบเรียนวิชาเคมีและคณิตศาสตร์

มี 70 คนไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษและเคมี

มี 32 คนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

มี 30 คนที่ไม่ชอบเรียนทั้ง 3 วิชา

ไม่มีนักเรียนคนใดชอบเรียนทั้ง 3 วิชา

ต้องการหา จำนวนนักเรียน ม.6 ทั้งหมด

ถ้า A, B และ C เป็นเซตจำกัด

$$\begin{aligned}n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C)\end{aligned}$$

จากโจทย์ ให้ A = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาเคมี

B = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์

C = นักเรียนชั้น ม. 6 ที่ไม่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ

จะได้ $n(A) = 150$, $n(B) = 122$, $n(C) = 75$

$n(A \cap B) = 80$, $n(A \cap C) = 70$, $n(B \cap C) = 32$

$n(A \cap B \cap C) = 30$, $n(A \cup B \cup C) = ?$

จากสูตร
$$\begin{aligned}n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C)\end{aligned}$$

แทนค่าจะได้ $n(A \cup B \cup C) = 150 + 122 + 75 - 80 - 70 - 32 + 30$
 $= 195$

$\therefore$ นักเรียน ม.6 มีทั้งหมด 195 คน

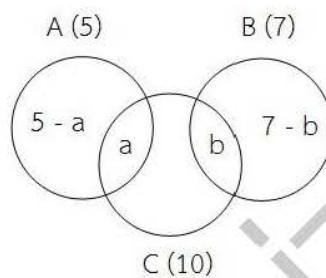
3. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ ถ้า $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$, $n(B) = 7$, $n(C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 15$

ต้องการ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ เขียนแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



สมมติให้ $n(A \cap C) = a$ และ $n(B \cap C) = b$

จากรูปจะได้ว่า $n(A \cup B \cup C) = (5 - a) + (7 - b) + 10$
 $15 = 22 - a - b$
 $a + b = 7$

พิจารณา $n[(A \cup B) \cap C] = n[(A \cap C) \cup (B \cap C)]$
 $= n(A \cap C) + n(B \cap C)$
 $= a + b$
 $= 7$

ดังนั้น $n(P[(A \cup B) \cap C]) = 2^7$
 $= 128$

$\therefore$ จำนวนสมาชิกของ $P[(A \cup B) \cap C]$ เท่ากับ 128

4. ตอบ 1.

แนวคิด

โจทย์ ถ้าพหุนาม $P(x)$ หาด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหาด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4

ต้องการหา เศษจากการหารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x^2 - 4x + 3$

ทฤษฎีบทเศษเหลือ (remainder theorem)

ให้ $p(x)$ แทนพหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วย $x - c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริงแล้วเศษของการหารจะเท่ากับ $p(c)$

จากโจทย์ หารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 2 และหารด้วย $x - 3$ เหลือเศษ 4

นั่นคือ $P(1) = 2$ และ $P(3) = 4$

พิจารณา $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

ให้ พหุนาม $P(x)$ หาร $(x - 1)(x - 3)$ ได้ผลลัพธ์เป็น $Q(x)$ และเหลือเศษ $Ax + B$

นั่นคือ
$$\frac{P(x)}{(x - 1)(x - 3)} = Q(x) + \frac{Ax + B}{(x - 1)(x - 3)}$$

เอา $(x - 1)(x - 3)$ คูณตลอด จะได้

$$P(x) = (x - 1)(x - 3)Q(x) + Ax + B$$

จาก $P(1) = 2$ แทนค่า $x = 1$ จะได้

$$P(1) = (1 - 1)(1 - 3)Q(1) + A(1) + B$$

$$2 = 0 + A + B$$

$$A + B = 2 \quad \text{----(1)}$$

จาก $P(3) = 4$ แทนค่า $x = 3$ จะได้

$$P(3) = (3 - 1)(3 - 3)Q(3) + A(3) + B$$

$$4 = 0 + 3A + B$$

$$3A + B = 4 \quad \text{----(2)}$$

$$\text{นำ (2) - (1)} \quad 2A = 2$$

$$A = 1$$

แทน $A = 1$ ในสมการ (1) จะได้ $B = 1$

นั่นคือ เศษจากการหาร $= Ax + B = (1)x + 1 = x + 1$

$\therefore P(x)$ หารด้วย $x^2 - 4x + 3$ จะเหลือเศษเท่ากับ $x + 1$

5. **ตอบ 4.**

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$

ต้องการหา เซตคำตอบของสมการนี้เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

พิจารณา $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 13$

$$\begin{aligned}
 \text{จัดใหม่} \quad & \sqrt{3x^2 - 2x + 9} = 13 - \sqrt{3x^2 - 2x - 4} \\
 \text{ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง} \quad & (\sqrt{3x^2 - 2x + 9})^2 = (13 - \sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2 \\
 & 3x^2 - 2x + 9 = 13^2 - 2(13)(\sqrt{3x^2 - 2x - 4}) + (\sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2 \\
 & 3x^2 - 2x + 9 = 169 - 26\sqrt{3x^2 - 2x - 4} + (3x^2 - 2x - 4) \\
 & 26\sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 156 \\
 & \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = \frac{156}{26} \\
 & \sqrt{3x^2 - 2x - 4} = 6 \\
 \text{ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง} \quad & (\sqrt{3x^2 - 2x - 4})^2 = 6^2 \\
 & 3x^2 - 2x - 4 = 36 \\
 & 3x^2 - 2x - 40 = 0 \\
 & (3x + 10)(x - 4) = 0 \\
 & x = -\frac{10}{3}, 4
 \end{aligned}$$

∴ เซตคำตอบของสมการนี้เป็นสับเซตของเซต $[-4, -1) \cup (3, 5)$

6. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$

ถ้า A และ B เป็นค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $x^2 - x + \frac{5}{4}$ ตามลำดับ

ต้องการหา ค่าของ $4A + B$

$$\begin{aligned}
 \text{พิจารณา} \quad & x^2 - x + \frac{5}{4} = (x^2 - x + (\frac{1}{2})^2) + \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \\
 & = (x - \frac{1}{2})^2 + 1
 \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา} \quad \left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$$

เนื่องจาก $|x| \leq a$ ก็ต่อเมื่อ $-a \leq x \leq a$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า} \quad & -\frac{5}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2} \\
 & 0 \leq (x - \frac{1}{2})^2 \leq (\frac{5}{2})^2 \\
 & 0 \leq (x - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{25}{4}
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad A = \text{ค่าสูงสุดของ } (x - \frac{1}{2})^2 + 1$$

$$= \frac{25}{4} + 1$$

$$= \frac{29}{4}$$

$$B = \text{ค่าต่ำสุดของ } (x - \frac{1}{2})^2 + 1$$

$$= 0 + 1$$

$$= 1$$

$$\therefore \text{ค่าของ } 4A + B = 4(\frac{29}{4}) + 1 = 29 + 1 = 30$$

7. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา $(p \wedge q \wedge \sim r) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จะได้ว่า $(p \wedge q \wedge \sim r)$ เป็นจริง และ $(r \leftrightarrow \sim s)$ เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(p \wedge q \wedge \sim r)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นจริง q เป็นจริง $\sim r$ เป็นจริง นั่นคือ r เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(r \leftrightarrow \sim s)$ เป็นเท็จ และ r เป็นเท็จ ดังนั้น $\sim s$ เป็นจริง นั่นคือ s เป็นเท็จ

จะได้ว่า $p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F$ และ $s \equiv F$

พิจารณาตัวเลือก ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือกที่ 1. } (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow s &\equiv (T \leftrightarrow T) \leftrightarrow F \\ &\equiv T \leftrightarrow F \\ &\equiv F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือกที่ 2. } (p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q) &\equiv (T \vee F) \rightarrow (F \rightarrow T) \\ &\equiv T \rightarrow T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือกที่ 3. } (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) &\equiv (T \rightarrow F) \vee (T \rightarrow F) \\ &\equiv F \vee F \\ &\equiv F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือกที่ 4. } [(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow (r \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow s]) \\ &\equiv [(T \rightarrow T) \rightarrow F] \leftrightarrow (F \rightarrow [(T \rightarrow T) \rightarrow F]) \\ &\equiv [T \rightarrow F] \leftrightarrow (F \rightarrow [T \rightarrow F]) \\ &\equiv F \leftrightarrow (F \rightarrow F) \\ &\equiv F \leftrightarrow T \end{aligned}$$

$$\equiv F$$

∴ ประพจน์ $(p \vee r) \rightarrow (r \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

8. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ให้ p , q และ r เป็นประพจน์ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

ข้อ ก. $(p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

ประพจน์สมมูลกันที่ควรทราบ

1. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
2. $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
3. $\sim(\sim p) \equiv p$
4. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
5. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
6. $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } (p \wedge q) \rightarrow \sim r &\equiv \sim(\sim r) \rightarrow \sim(p \wedge q) \\ &\equiv r \rightarrow (\sim p \vee \sim q) \\ &\equiv r \rightarrow (p \rightarrow \sim q) \end{aligned}$$

$$\therefore (p \wedge q) \rightarrow \sim r \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q) \quad (\text{ผิด})$$

ข้อ ข. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

จะได้ว่า $(p \wedge q)$ เป็นจริง และ $(q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ

เนื่องจาก $(p \wedge q)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นจริง , q เป็นจริง

เนื่องจาก $(q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ ดังนั้น q เป็นจริง , r เป็นเท็จ

นั่นคือ $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv T \rightarrow (T \rightarrow F)$

$$\equiv T \rightarrow F$$

$$\equiv F$$

∴ ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จแล้ว $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ เป็นเท็จ (ถูก)

9. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$

ต้องการหา ค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

ให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ $n \times n$

$$\det(cA) = c^n \cdot \det A, \quad c \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

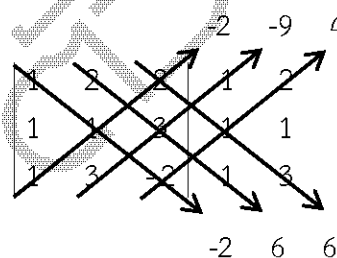
$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

$$\text{เมทริกซ์ผกผัน} \quad A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{adj}(A)$$

เนื่องจาก B เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$ แสดงว่า $B^{-1} = A$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \text{adj } B^{-1} = \text{adj } A = \det A \cdot A^{-1}$$

พิจารณา $\det A$



$$= -2 - 9 + 4 - 2 + 6 + 6 = 3$$

$$\text{จะได้} \quad \text{adj } B^{-1} = 3A^{-1}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \det(\text{adj } B^{-1}) = \det(3A^{-1})$$

$$\det(\text{adj } B^{-1}) = 3^3 \cdot \det(A^{-1})$$

$$= 27 \cdot \frac{1}{\det A}$$

$$= 27 \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$= 9$$

$\therefore$ ค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$ เท่ากับ 9

10. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$

ต้องการ ผลบวก n พจน์ของอนุกรมนี้

$$\begin{aligned} \text{อนุกรมเลขคณิต } S_n &= \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \\ \text{ผลบวก } n \text{ พจน์แรกของ } \sum_{i=1}^n i^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

ให้พจน์ที่ i : $a_i = 1 + 3 + 5 + \dots$

จะพบว่า a_i มีผลบวกเป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $d = 2$

จากสูตร $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

จะได้
$$\begin{aligned} a_i &= \frac{i}{2} [2(1) + (i-1)(2)] \\ &= \frac{i}{2} [2 + 2i - 2] \\ &= i^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก n พจน์แรก

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{i=1}^n a_i \\ &= \sum_{i=1}^n i^2 \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

$\therefore$ ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $(1) + (1 + 3) + (1 + 3 + 5) + \dots$ เท่ากับ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

11. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ โรงงานผลิตสินค้า OTOP แห่งหนึ่งในจังหวัดเชียงใหม่จ่ายค่าแรงให้คนงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้คนงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท คนงานชายทำสินค้าชนิด A ได้ 24 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 6 ชิ้นต่อชั่วโมง คนงานหญิงสามารถทำสินค้าชนิด A ได้ 12 ชิ้น และสินค้าชนิด B ได้ 10 ชิ้นต่อชั่วโมง ถ้าโรงงานต้องการผลิตสินค้าชนิด A จำนวน 504 ชิ้น และชนิด B จำนวน 154 ชิ้น โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละกี่ชั่วโมงจึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนชั่วโมงของคอนงานชาย

y แทนจำนวนชั่วโมงของคอนงานหญิง

จ่ายค่าแรงให้คอนงานชายชั่วโมงละ 15 บาท จ่ายให้คอนงานหญิงชั่วโมงละ 10 บาท

จะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ $C = 15x + 10y$

	ชาย (ชิ้น/ชั่วโมง)	หญิง (ชิ้น/ชั่วโมง)	ความต้องการในการผลิต (ชิ้น)
สินค้า A	24	12	504
สินค้า B	6	10	154

$$\text{ข้อจำกัด } 24x + 12y \geq 504$$

$$6x + 10y \geq 154$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$\text{หาจุดตัดของสมการ } 24x + 12y = 504 \quad \text{----(1)}$$

$$6x + 10y = 154 \quad \text{----(2)}$$

$$\text{เอา (2) } \times 4 \quad 24x + 40y = 616 \quad \text{----(3)}$$

$$\text{เอา (3) - (1) } \quad 28y = 112$$

$$y = 4$$

แทน $y = 4$ ในสมการ (2)

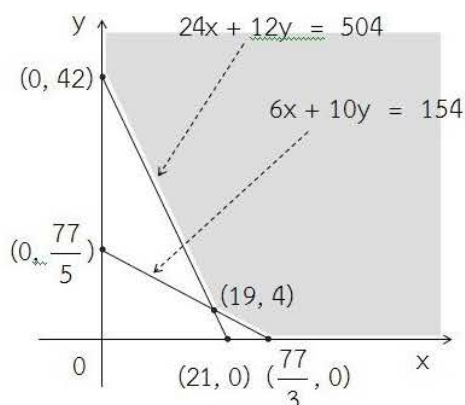
$$6x + 10(4) = 154$$

$$6x = 114$$

$$x = 19$$

จะได้ จุดตัดของสมการ คือ $x = 19$, $y = 4$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้



นำจุดมุมแต่ละจุดไปแทนในฟังก์ชันจุดประสงค์ ได้ผลลัพธ์ดังตาราง

จุดมุม	$C = 15x + 10y$
(0, 42)	420
(19, 4)	325
$(\frac{77}{3}, 0)$	385

จากตาราง ค่าน้อยที่สุดของ C คือ 325 ที่จุดมุม (19, 4)

∴ โรงงานจะต้องจัดให้คนงานชายและคนงานหญิงทำงานคนละ 19 ชั่วโมง และ 4 ชั่วโมง ตามลำดับ
จึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด

12. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดสมการจุดประสงค์ $P = 15x + 30y$

และอสมการข้อจำกัด $3x + 2y \geq 80$

$$2x + 3y \geq 70$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

ต้องการหา ค่าต่ำสุดของ P

$$\text{หาจุดตัดของสมการ} \quad 3x + 2y = 80 \quad \text{----(1)}$$

$$2x + 3y = 70 \quad \text{----(2)}$$

$$\text{นำ (1) } \times 2 \quad 6x + 4y = 160 \quad \text{----(3)}$$

$$\text{นำ (2) } \times 3 \quad 6x + 9y = 210 \quad \text{----(4)}$$

$$\text{นำ (4) - (3)} \quad 5y = 50$$

$$y = 10$$

แทน $y = 10$ ในสมการ (2)

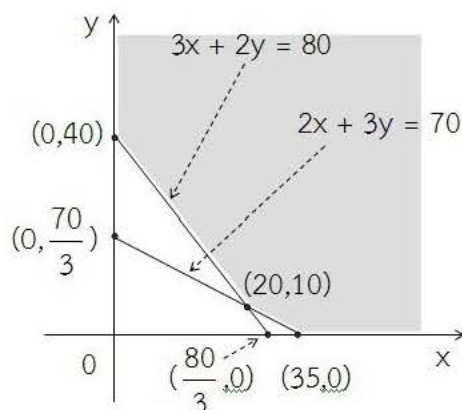
$$2x + 3(10) = 70$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

จะได้ จุดตัดของสมการ คือ $x = 20$, $y = 10$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้



นำจุดมุมแต่ละจุดไปแทนในสมการจุดประสงค์ ได้ผลลัพธ์ดังตาราง

จุดมุม	$P = 15x + 30y$
$(0, 40)$	1200
$(20, 10)$	600
$(35, 0)$	525

จากตาราง ค่าต่ำสุดของ P คือ 525 ที่จุดมุม $(35, 0)$

∴ ค่าต่ำสุดของ P เท่ากับ 525

13. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ให้ $A = \{x \mid x \in [0, \pi] \text{ และ } 4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x - 1 = 0\}$

ต้องการ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A

$$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

พิจารณา $4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$

$$4\sqrt{2} \cos^3 x - 3\sqrt{2} \cos x = 1$$

เอา $\sqrt{2}$ ทหารตลอด จะได้

$$4\cos^3 x - 3\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 3x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

โจทย์กำหนดให้ $x \in [0, \pi]$ ดังนั้น $3x \in [0, 3\pi]$

จะได้ว่า $3x = \frac{\pi}{4}, 2\pi - \frac{\pi}{4}, 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$$3x = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{9\pi}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ } A &= \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{9\pi}{12} \\ &= \frac{17\pi}{12} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ } A \text{ เท่ากับ } \frac{17\pi}{12}$$

14. ตอบ 2.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$ และ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$

ต้องการหา ผลบวกของคำตอบของสมการนี้

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

พิจารณา

$$\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$$

$$\cos x = \sqrt{3} - \sqrt{3} \sin x$$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$$

เอา 2 หารตลอดจะได้

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

โจทย์กำหนดให้ $x \in [0, 2\pi]$

$$\text{จะได้ว่า } x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ ผลบวกของคำตอบของสมการ} &= \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

∴ ผลบวกของคำตอบของสมการ $\cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$ คือ $\frac{2\pi}{3}$

15. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20 มีค่า $\bar{X}_1 = 40$ และ $S_1^2 = 4$

ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวนข้อมูลเท่ากับ 30 มีค่า $\bar{X}_1 = 30$ และ $S_2^2 = 9$

ต้องการ ความแปรปรวนรวมของข้อมูลชุดใหม่นี้

กรณีข้อมูล 2 กลุ่ม

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\bar{X}_{รวม} = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

ความแปรปรวนรวม

กรณี $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$:

$$S_{รวม}^2 = \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2}{N_1 + N_2}$$

กรณี $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$:

$$S_{รวม}^2 = \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2 + N_1(\bar{X} - \bar{X}_1)^2 + N_2(\bar{X} - \bar{X}_2)^2}{N_1 + N_2}$$

จากโจทย์ จะได้

$$N_1 = 20, \bar{X}_1 = 40, S_1^2 = 4$$

$$N_2 = 30, \bar{X}_2 = 30, S_2^2 = 9$$

พิจารณา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\begin{aligned}\bar{X}_{รวม} &= \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2} \\ &= \frac{(20)(40) + (30)(30)}{20 + 30} \\ &= \frac{800 + 900}{50} \\ &= \frac{1,700}{50} \\ &= 34\end{aligned}$$

พิจารณา ค่าความแปรปรวนรวม (เนื่องจาก $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$)

$$S_{รวม}^2 = \frac{N_1S_1^2 + N_2S_2^2 + N_1(\bar{X} - \bar{X}_1)^2 + N_2(\bar{X} - \bar{X}_2)^2}{N_1 + N_2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(20)(4) + (30)(9) + (20)(34-40)^2 + (30)(34-30)^2}{20+30} \\
 &= \frac{80 + 270 + (20)(36) + (30)(16)}{50} \\
 &= \frac{80 + 270 + 720 + 480}{50} \\
 &= \frac{1,550}{50} \\
 &= 31
 \end{aligned}$$

∴ ถ้านำข้อมูล 2 ชุดนี้มารวมเป็นชุดเดียวกัน ข้อมูลชุดใหม่จะมีความแปรปรวนเท่ากับ 31

16. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียน 4 คน ปรากฏว่าได้ค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม
ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าพิสัยเท่ากับ 6 กิโลกรัม

ต้องการหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้

ให้ นักเรียน 4 คน มีน้ำหนักเรียงจากน้อยไปมาก คือ a, b, c, d

เนื่องจาก ค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 กิโลกรัม และค่าฐานนิยมเท่ากับ 40 กิโลกรัม

แสดงว่า $a = b = 40$ จะได้น้ำหนักของเด็กนักเรียน 4 คน คือ 40, 40, c, d

จากค่ามัธยฐานเท่ากับ 41 จะได้ $\frac{40 + c}{2} = 41$

$$40 + c = 82$$

$$c = 42$$

จากค่าพิสัยเท่ากับ 6 จะได้ $d - 40 = 6$

$$d = 46$$

ดังนั้น น้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คน คือ 40, 40, 42, 46

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนัก : $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$

$$\bar{X} = \frac{40 + 40 + 42 + 46}{4}$$

$$= \frac{168}{4}$$

$$= 42$$

∴ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กนักเรียนทั้ง 4 คนนี้เท่ากับ 42 กิโลกรัม

17. ตอบ 3.

แนวคิด

โจทย์ ถ้าข้อมูล a, b, c และ d มีตัวกลางเลขคณิตเท่ากับ p และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ q

ต้องการหา ผลคูณของตัวกลางเลขคณิตกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล $3 - 4a, 3 - 4b, 3 - 4c, 3 - 4d$

$$\begin{aligned} \text{ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล } x \text{ และ } y \text{ คือ } y &= ax \pm b \\ \text{เมื่อ } a, b \text{ เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า} \\ \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } \bar{y} &= a\bar{x} \pm b \\ \text{ความแปรปรวน } (S.D._y)^2 &= a^2 (S.D._x)^2 \\ \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน } S_y &= |a| \cdot S_x \end{aligned}$$

จากโจทย์ ให้ x แทนข้อมูล a, b, c, d

y แทนข้อมูล $3 - 4a, 3 - 4b, 3 - 4c, 3 - 4d$

จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y คือ $y = -4x + 3$

จากโจทย์กำหนดให้ $\bar{x} = p$ และ $S_x = q$

พิจารณา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะได้

$$\bar{y} = -4\bar{x} + 3$$

$$\bar{y} = -4p + 3$$

พิจารณา ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะได้

$$S_y = |-4| \cdot S_x = 4q$$

$$\text{ดังนั้น } \bar{y} \cdot S_y = (-4p + 3)(4q)$$

$$= -16pq + 12q$$

$\therefore$ ผลคูณของตัวกลางเลขคณิตกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล $3 - 4a, 3 - 4b, 3 - 4c, 3 - 4d$ เท่ากับ $12q - 16pq$

18. ตอบ 1.

แนวคิด

โจทย์ อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง มีความเร่งขณะเวลา t วินาทีใดๆ เป็น $a = 2t - 3$ เมตร/วินาที² ถ้าอนุภาคเริ่มต้นเคลื่อนที่จากสภาพนิ่ง ณ เวลา $t = 3$ วินาที อนุภาคมีความเร็ว 6 เมตร/วินาที

ต้องการ ระยะทางจากจุดเริ่มต้นของอนุภาค ขณะที่อนุภาคมีความเร็ว 1 เมตร/วินาที²

$$\text{ความเร็ว } v = \int a \, dt$$

$$\text{ระยะทาง } s = \int v \, dt$$

ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ $a = 2t - 3 \text{ m/s}^2$

จากสูตร ความเร็ว $v = \int a \, dt$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } v &= \int (2t - 3) \, dt \\ &= t^2 - 3t + c_1\end{aligned}$$

โจทย์กำหนดให้ ณ เวลา $t = 3$ วินาที อนุภาคมีความเร็ว 6 เมตร/วินาที

$$\text{แทนค่าจะได้ } 6 = 3^2 - 3(3) + c_1$$

$$6 = 9 - 9 + c_1$$

$$c_1 = 6$$

นั่นคือ ความเร็วเมื่อเวลา t ใดๆ $v = t^2 - 3t + 6$ เมตร/วินาที

จากสูตร ระยะทาง $s = \int v \, dt$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } s &= \int (t^2 - 3t + 6) \, dt \\ s &= \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 6t + c_2\end{aligned}$$

โจทย์กำหนดให้ อนุภาคเริ่มต้นเคลื่อนที่จากสภาพนิ่ง แสดงว่า $t = 0, s = 0$

$$\text{แทนค่าจะได้ } 0 = \frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2} + 6(0) + c_2$$

$$c_2 = 0$$

นั่นคือ ระยะทางเมื่อเวลา t ใดๆ $s = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 6t$

จากโจทย์ ขณะที่อนุภาคมีความเร็ว 1 เมตร/วินาที²

$$\text{แทน } a = 1 \text{ ในสมการ } a = 2t - 3 \text{ จะได้ } t = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } s &= \frac{(2)^3}{3} - \frac{3(2)^2}{2} + 6(2) \\ &= \frac{8}{3} - 6 + 12 \\ &= \frac{8}{3} + 6 \\ &= \frac{26}{3}\end{aligned}$$

∴ ขณะที่อนุภาคมีความเร็ว 1 เมตร/วินาที² อนุภาคอยู่ห่างจากจุดเริ่มเป็นระยะทาง $\frac{26}{3}$ เมตร

19. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ ในปี พ.ศ. 2554 สมชายมีรายได้เดือนละ 30,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 45,000 บาท มีลูกชายคนหนึ่งยังเรียนอยู่ในมหาวิทยาลัยยังไม่มีรายได้ ต่อมาในปี พ.ศ. 2557 สมชายมีรายได้เดือนละ 35,000 บาท ภรรยาของเขามีรายได้เดือนละ 48,000 บาท ลูกชายมีรายได้เดือนละ 13,000 บาท ถ้าดัชนีราคาผู้บริโภคของปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ 120 (พ.ศ. 2554 เท่ากับ 100)

ต้องการ รายได้ต่อเดือนที่แท้จริงของครอบครัวนี้ในปี พ.ศ. 2557

$$\text{รายได้ที่แท้จริง} = \frac{\text{รายได้ที่เป็นเงินสด}}{\text{ดัชนีราคาผู้บริโภคในปีนั้น}} \times 100\%$$

จากโจทย์ รายได้ต่อเดือนของครอบครัวนี้ ในปี พ.ศ. 2557

$$\begin{aligned} &= 35,000 + 48,000 + 13,000 \\ &= 96,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

เนื่องจาก ดัชนีราคาผู้บริโภคของปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ 120

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น รายได้ที่แท้จริง} &= \frac{96,000}{120} \times 100\% \\ &= 80,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

∴ รายได้ต่อเดือนที่แท้จริงของครอบครัวนี้ในปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ 80,000 บาท

20. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ เอกคิดจะซื้อสัตว์เลี้ยง 2 ชนิดจากสัตว์เลี้ยง 3 ชนิด คือ สุนัข กระต่าย และแพะ โดยถ้าเขาจะซื้อสุนัขเขาจะซื้อ 2 ตัว ถ้าจะซื้อกระต่ายจะซื้อ 3 ตัว ถ้าจะซื้อแพะจะซื้อ 4 ตัว ถ้านายเกริกมีสุนัข 5 ตัว กระต่าย 7 ตัว แพะ 6 ตัว

ต้องการหา จำนวนวิธีทั้งหมดที่เอกจะซื้อสัตว์เลี้ยงจากนายเกริก

จากโจทย์ แยกพิจารณาได้เป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นายเอกซื้อสุนัขและกระต่าย

$$\begin{aligned} \text{จำนวนวิธีที่เอกจะซื้อได้} &= C_{5,2} \times C_{7,3} \\ &= \frac{5!}{(5-2)! 2!} \times \frac{7!}{(7-3)! 3!} \\ &= 10 \times 35 \end{aligned}$$

$$= 350 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 นายเอกซื้อกระต่ายและแพะ

$$\begin{aligned} \text{จำนวนวิธีที่เอกจะซื้อได้} &= C_{7,3} \times C_{6,4} \\ &= \frac{7!}{(7-3)! 3!} \times \frac{6!}{(6-4)! 4!} \\ &= 35 \times 15 \\ &= 525 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

กรณีที่ 3 นายเอกซื้อสุนัขและแพะ

$$\begin{aligned} \text{จำนวนวิธีที่เอกจะซื้อได้} &= C_{5,2} \times C_{6,4} \\ &= \frac{5!}{(5-2)! 2!} \times \frac{6!}{(6-4)! 4!} \\ &= 10 \times 15 \\ &= 150 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะซื้อได้ทั้งหมด $= 350 + 525 + 150 = 1,025$ วิธี

$\therefore$ เอกจะมีวิธีซื้อสัตว์เลี้ยงจากนายเกริกได้ทั้งหมด 1,025 วิธี

21. ตอบ 2.

แนวคิด

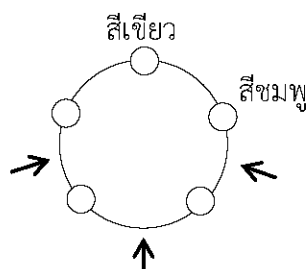
โจทย์ มีลูกปิงปอง 6 ลูก ทาสีต่างกันทั้งหมดมีสีเขียว สีแดง สีเหลือง สีส้มพู สีน้ำเงิน และสีขาว

ต้องการ จำนวนวิธีที่จะนำลูกปิงปองทั้งหมดมาวางเรียงกันเป็นวงกลม โดยให้ลูกปิงปองสีเขียวและสีชมพูอยู่ติดกัน แต่สีเขียวไม่ติดกับสีเหลือง

นำลูกปิงปองจำนวน 5 ลูก มาจัดเรียงแบบวงกลม โดยเอาสีเหลืองออก จะได้

$$\text{จำนวนวิธีในการจัด} = (5 - 1)! = 4! = 24 \text{ วิธี}$$

เขียนแผนภาพประกอบได้ดังนี้



จากนำลูกปิงปองสีเหลืองแทรกบริเวณช่องว่างโดยไม่ให้ติดกับสีเขียวได้ 3 วิธี

$$\text{ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดเรียงทั้งหมด} = 3 \times 24 = 72 \text{ วิธี}$$