

MATHEMATICS

คอร์สตะลุยโจทย์ คณิตศาสตร์ | ม.5

- ✓ คอร์ส 23 ชั่วโมง
- ✓ ครอบคลุม PAT, O-NET และ 9 วิชาสามัญ

- เนื้อหาสรุปพิเศษเข้มข้นตรงตามหลักสูตร
- ข้อสอบครอบคลุม เฉลยละเอียด
- ฟรี! Mind map สรุปใจความสำคัญแต่ละวิชา

Mathematics

Study Checklist



Checklist

	Study Completed	Test Completed	Note
M.4 • เซต..... • ตรรกศาสตร์..... • จำนวนจริง..... • ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น..... • ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน..... • เมทริกซ์..... • เรขาคณิตวิเคราะห์.....	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
M.5 • ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม..... • ฟังก์ชันตรีโกณมิติ..... • เวกเตอร์ในสามมิติ..... • จำนวนเชิงซ้อน..... • ความน่าจะเป็น.....	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
M.6 • ลำดับและอนุกรม..... • แคลคูลัส..... • กำหนดการเชิงเส้น..... • การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น (สถิติ)..... • การแจกแจงปกติ.....	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	



Congratulations
you did it!

1. $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$ ตัว	2. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
3. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	4. $\frac{1}{a^n} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$

พื้นฐานเลขยกกำลัง

$\sqrt[n]{a}$ ถ้า n เป็นจำนวนคู่ a ต้องไม่เป็นค่าลบ
 เกี่ยวกับรากที่... กรณีที่...
 จาก $x^2 = 4$ จะได้ $x = -2, 2$
 รากที่ 2 ของ 4 คือ $-2, 2$
 แต่ $\sqrt{4} = 2, -\cancel{2}$

สมบัติของเลขยกกำลัง

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$
- $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{a \cdot b}} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$
 $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{a \cdot b}} = \sqrt{b} - \sqrt{a}$
 *ถ้าเขียนเลขยกกำลังไม่มีวงเล็บให้คำนวณจาก 'ด้านบน' ลงมา

หลักการแก้สมการ/อสมการ

- ทำฐาน log ให้เท่ากัน
- อย่าลืมตรวจคำตอบกับโจทย์

หลัง log ห้ามดิบลบ
 ฐาน log เป็น + และ $\neq 1$

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

ให้ a, M, N, x เป็นจำนวนเต็มบวก โดย $a \neq 1$ และ $k \in \mathbb{R}$

- $\log_a M = \log_a N \rightarrow M = N$
- $\log_a M \geq \log_a N$
 ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $M \leq N$
 ถ้า $a > 1$ จะได้ $M \geq N$
- $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N$
 (log ผลคูณ = ผลบวกของ log)
- $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
 (log ผลหาร = ผลต่างของ log)
- $\log_a M^k = k \log_a M$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

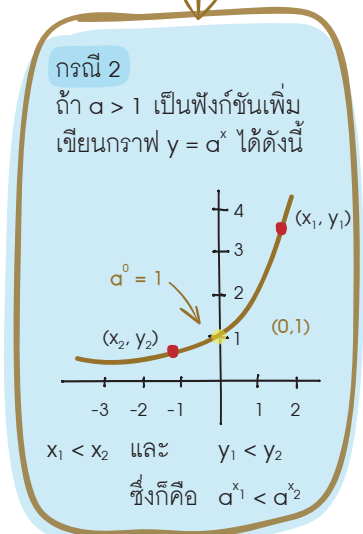
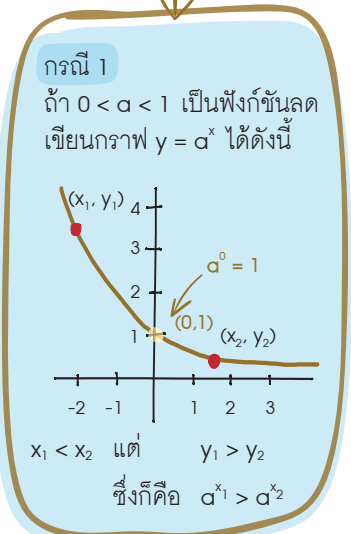
สมบัติของลอการิทึม

- $\log_k M = \frac{1}{k} \log_a M$
- $a^{\log_a x} = x$
- $\log_a^2 M = (\log_a M)^2$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$ โดยที่ $b > 0, b \neq 1$
- $\log_{10} x = \log x$
- $\ln x = \log_e x = \frac{\log x}{\log e}$ โดยที่ $e \approx 2.718$ และ $\log e = 0.4343$

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \mid y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$
 D_f คือ $\mathbb{R}$
 R_f คือ $\mathbb{R}^+$ $y = a^x$ มีค่าเป็นบวกเสมอ

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

$a > 0, a$ ไม่เท่ากับ 1



สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล

$a^{x_1} = a^{x_2} \rightarrow x_1 = x_2$

$a^{x_1} > a^{x_2}$
 ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $x_1 < x_2$
 ถ้า $a > 1$ จะได้ $x_1 > x_2$
 $a^{x_1} \geq a^{x_2}$
 ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $x_1 \leq x_2$
 ถ้า $a > 1$ จะได้ $x_1 \geq x_2$

หลักการแก้สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล

- ทำฐานให้เท่ากัน
- ถ้าทำฐานให้เท่ากันไม่ได้ให้ take log ทั้ง 2 ฝั่ง
- แทนค่าตัวแปรที่ต่างกัน

ฟังก์ชันลอการิทึม

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \mid y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$
 D_f คือ $\mathbb{R}^+ \rightarrow$ หลัง log เป็น + เสมอ
 R_f คือ $\mathbb{R}$ ฐาน log ต้องมากกว่า 0 และ $a \neq 1$

ฟังก์ชัน Log เป็นฟังก์ชัน ผกผัน ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
 $\therefore$ จาก $\rightarrow$ Expo $y = a^x$ นิยมเขียนเป็น
 จะได้ log $\rightarrow x = a^y \rightarrow y = \log_a x$
 หลักการเปลี่ยน : เลขชี้กำลังเท่ากับ log ฐานเหมือนเดิม



คลิก เพื่อรับชม
วิดีโอบทเรียนนี้

คอร์สตะลุยโจทย์

คณิตศาสตร์

ม.ปลาย

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
และฟังก์ชันลอการิทึม



1. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่ต่างกันซึ่งสอดคล้องสมการ $x^y = y^x$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$

2. $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$

3. $(xy)^y = x^{(x+y)}$

4. $\left(\frac{x}{y}\right)^y = y^{(x-y)}$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. $\log_7 3 < \log_5 3 < \log_7 10$

2. $\log_5 3 < \log_7 3 < \log_7 10$

3. $\log_7 3 < \log_7 10 < \log_5 3$

4. $\log_7 10 < \log_5 3 < \log_7 3$

3. จำนวนเต็มที่สุดคณล้องกับอสมการ $\log_{\frac{1}{2}} [\log_3(x+1)] > -1$ มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6
2. 7
3. 8
4. มากกว่า 8

4. กำหนดให้

$$A = \{z \in \mathbb{R} \mid z = \frac{x}{y} \text{ และ } 6\log(x-2y) = \log x^3 + \log y^3\}$$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6

5. ถ้า $\log_2 3 = 1.59$ แล้วค่าของ x ซึ่งสอดคล้องสมการ

$$2^{2x+1} \cdot 3^{2x+2} = 12^{2x} \text{ เท่ากับเท่าใด}$$



6. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ

$$\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3 4 + 1 + \frac{1}{2x} \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. 0

2. $\frac{1}{2}$

3. $\frac{3}{4}$

4. 1

7. ถ้า $A = \{x \mid a < x < b\}$ เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\log_2(2x-1) - \log_4\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2} \text{ แล้ว } a+b \text{ มีค่าเท่าใด}$$

8. ถ้า $4^{x-y} = 128$ และ $3^{2x+y} = 81$ แล้วค่าของ y เท่ากับข้อใดต่อไปนี

- | | |
|---------|---------|
| 1. -2 | 2. -1 |
| 3. 1 | 4. 2 |

9. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $\log_3 x = 1 + \log_x 9$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

- | | |
|--------------|---------------|
| 1. $[0, 4)$ | 2. $[4, 8)$ |
| 3. $[8, 12)$ | 4. $[12, 16)$ |





10. กำหนดสมการ $\left(\frac{4}{25}\right)^x + \left(\frac{9}{25}\right)^x = 1$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า a เป็นคำตอบของสมการ แล้ว $a > 1$

(ข) ถ้าสมการมีคำตอบ แล้วคำตอบจะมีเพียงค่าเดียว

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก

2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด

3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก

4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

11. คำตอบของสมการ $\log_{\sqrt{2}}(4-x) = \log_2(9-4x)+1$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-10, -6)$

2. $[-6, -2)$

3. $[-2, 2)$

4. $[2, 6)$

12. กำหนดให้ $x, y > 0$ ถ้า $x^y = y^x$ และ $y = 5x$ แล้วค่าของ x อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. $[0, 1)$ | 2. $[1, 2)$ |
| 3. $[2, 3)$ | 4. $[3, 4)$ |

13. กำหนดให้ $a, b, c > 1$ ถ้า $\log_a d = 30$, $\log_b d = 50$ และ $\log_{abc} d = 15$ แล้วค่าของ $\log_c d$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|--------|
| 1. 75 | 2. 90 |
| 3. 120 | 4. 150 |



14. ถ้า $x > 0$ และ $8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$ แล้วค่าของ x อยู่ในช่วงใดต่อไปนี

1. $[0, 1)$

2. $[1, 2)$

3. $[2, 3)$

4. $[3, 4)$

15. กำหนด $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ แล้ว $\log_y x^3$ มีค่าเท่าใด

16. รากที่มีค่าน้อยที่สุดของสมการ $2^{\log(x-2)} \cdot 2^{\log(x-3)} = 2^{\log 2}$ มีค่าเท่าใด

17. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ คือ $\{-1, 0, 1\}$ ค่าความจริงของ

$$\forall x \exists y [x^2 + x = y^2 + y] \text{ เป็นเท็จ}$$

2. ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง ค่าความจริงของ

$$\exists x [3^x = \log_3 x] \text{ เป็นจริง}$$

3. ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง นิเสธของข้อความ

$$\forall x \exists y [(x > 0 \wedge y \leq 0) \wedge (xy < 0)] \text{ คือ}$$

$$\exists x \forall y [(xy < 0) \Rightarrow (x \leq 0 \vee y > 0)]$$

4. ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม นิเสธของข้อความ

$$\forall x [x > 0 \Rightarrow x^3 \geq x^2] \text{ คือ } \exists x [(x \leq 0) \wedge (x^3 < x^2)]$$

18. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงบวก และ $y \neq 1$

ถ้า $\log_y 2x = a$ และ $2^y = b$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{2}(\log_2 b)^a$

2. $2(\log_2 b)^a$

3. $\frac{a}{2}(\log_2 b)$

4. $2a(\log_2 b)$





19. เซตคำตอบของสมการ $72^x + 72 < 2^{3x+3} + 3^{2x+2}$ เป็นสับเซต
ของช่วงใดต่อไปนี้

1. $(\log_8 7, \log_9 8)$

2. $(\log_9 8, \log_8 9)$

3. $(\log_8 9, \log_7 8)$

4. $(\log_9 10, \log_8 9)$

20. ถ้าสมการ $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก
แล้วค่าของ a ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -3)$

2. $(-3, 0)$

3. $(0, 1)$

4. $(1, 3)$

21. กำหนดให้ $A = 7^{(7^7)}$, $B = 7^{77}$, $C = 77^7$ และ $D = (77^7)^7$
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $B < A < C < D$
2. $B < C < A < D$
3. $C < B < D < A$
4. $C < A < D < B$

22. ถ้า $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}\}$ เมื่อ $\mathbb{R}$ แทนเซต
ของจำนวนจริง แล้วผลบวกของสมาชิกใน S เท่ากับเท่าใด



23. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $2^{\frac{3}{2}} < 3^{\frac{4}{3}}$

(ข) $\log_2\left(\frac{3}{8}\right) < \log_3\left(\frac{1}{2}\right)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

24. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $3^{2x+2} - 28(3^x) + 3 = 0$ และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $\log x + \log(x-1) = \log(x+3)$ แล้ว ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cup B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 |
| 3. 3 | 4. 4 |

25. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ

$$3^{5x} \cdot 9^{x^2} = 27 \text{ และ } y = \frac{(\log_2 3)(\log_4 5)(\log_6 7)}{(\log_4 3)(\log_6 5)(\log_8 7)} \text{ ค่าของ } x^y$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{8}$

2. $\frac{1}{8}$

3. -27

4. 27

26. กำหนดให้ $a = 2^{48}$, $b = 3^{36}$ และ $c = 5^{24}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

2. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$

3. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$

4. $\frac{1}{a} > \frac{1}{c} > \frac{1}{b}$





27. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } S = \{x \in R \mid \sqrt{x+1} + \sqrt{3x-1} = \sqrt{7x-1}\}$$

$$\text{และ } T = \{y \in R \mid y = 3x+1, x \in S\}$$

แล้วผลบวกของสมาชิกใน T เท่ากับเท่าใด

28. ถ้า a, b และ c เป็นรากของสมการ $x^3 + kx^2 - 18x + 2 = 0$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริง แล้ว $\log_{27} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{9}$

2. $\frac{1}{3}$

3. $\frac{2}{3}$

4. 1

29. เซตคำตอบของสมการ $\log_3^2 x - \log_{27} x^3 = 6$ ตรงกับเซตคำตอบ

ของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1. $\log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{\frac{1}{9x^2 - 244x + 29}} = 0$

2. $2 \log_2(x+1) - \log_2(x^2 - 14x + 41) = 1$

3. $3^{(1+\sqrt{x^2-8x-5})} + 3^{(2-\sqrt{x^2-8x-5})} = 28$

4. $\log_{3x} 3 + \log_{27} 3x + \frac{4}{3} = 0$

30 ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ถ้า $A = \{x \in R \mid 2x^2 - 2x + 9 - 2\sqrt{x^2 - x + 3} = 15\}$

แล้วผลบวกของกำลังสองของสมาชิกในเซต A เท่ากับเท่าใด





31. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

$$\text{และให้ } C = \{x \in R \mid (3x^2 - 11x + 7)^{(3x^2 + 4x + 1)} = 1\}$$

จำนวนสมาชิกของเซต C เท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1

ถ้า $(\log_b a)(\log_d c) = 1$ แล้วค่าของ

$$a^{(\log_b c - 1)} b^{(\log_c d - 1)} c^{(\log_d a - 1)} d^{(\log_a b - 1)}$$
 เท่ากับเท่าใด

33. ถ้า A แทนเซตคำตอบของ $2(\log_3 x - 1)^{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + 4 > 0$
แล้วเซต A เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

1. (0, 3)
2. (1, 4)
3. (2, 5)
4. (2, 9)

34. ให้ A แทนเซตของจำนวนจริง

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{2} \right)^{2x^2 + 3x + 7} < \left(\frac{1}{4} \right)^{2x + 11} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 - 6x + 5}{x + 1} \geq 0 \right\}$$

$B \cap A'$ เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 0\}$
2. $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$
3. $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$
4. $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 3\}$





35. กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตจำกัด โดยที่

$$n(P(A)) = \log_{\sqrt{2}} 4, n(P(B)) = (\sqrt{5})^{\log_5 256} \text{ และ}$$

$$n(P(A \cup B)) = 3^{2 \log_9 32} \text{ เมื่อ } P(S) \text{ แทนเพาเวอร์เซตของเซต } S$$

จงหาค่าของ $n(P(A) \cup P(B))$

36. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } A = \{x \in R \mid 3^{2x} - 34(15^{x-1}) + 5^{2x} = 0\}$$

$$\text{และ } B = \left\{x \in R \mid \log_5 \left(5^{\frac{1}{x}} + 125\right) = \log_5 6 + 1 + \frac{1}{2x}\right\}$$

แล้วจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32}\}$ เมื่อ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง จงหาจำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ $\mathbb{R} - A$

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

38. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{3x+1} - 17(2^{2x}) + 2^{x+3} = 0\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 3x - 8| = x^2 + 3x\}$ จงหาผลบวกของสมาชิกใน $A \cup B$



ตัวอย่าง

หนังสือ MACLEVEL⁺
คอร์ส iSMART ตะลุยโจทย์ คณิตศาสตร์ ม.5



Li53302001

MAC | MAC EDUCATION



8 858700 711090

1,190 บาท