ผู้เรียบเรียง
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.2

เล่ม 1

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1

ตัวอย่าง

จัดทำโดย

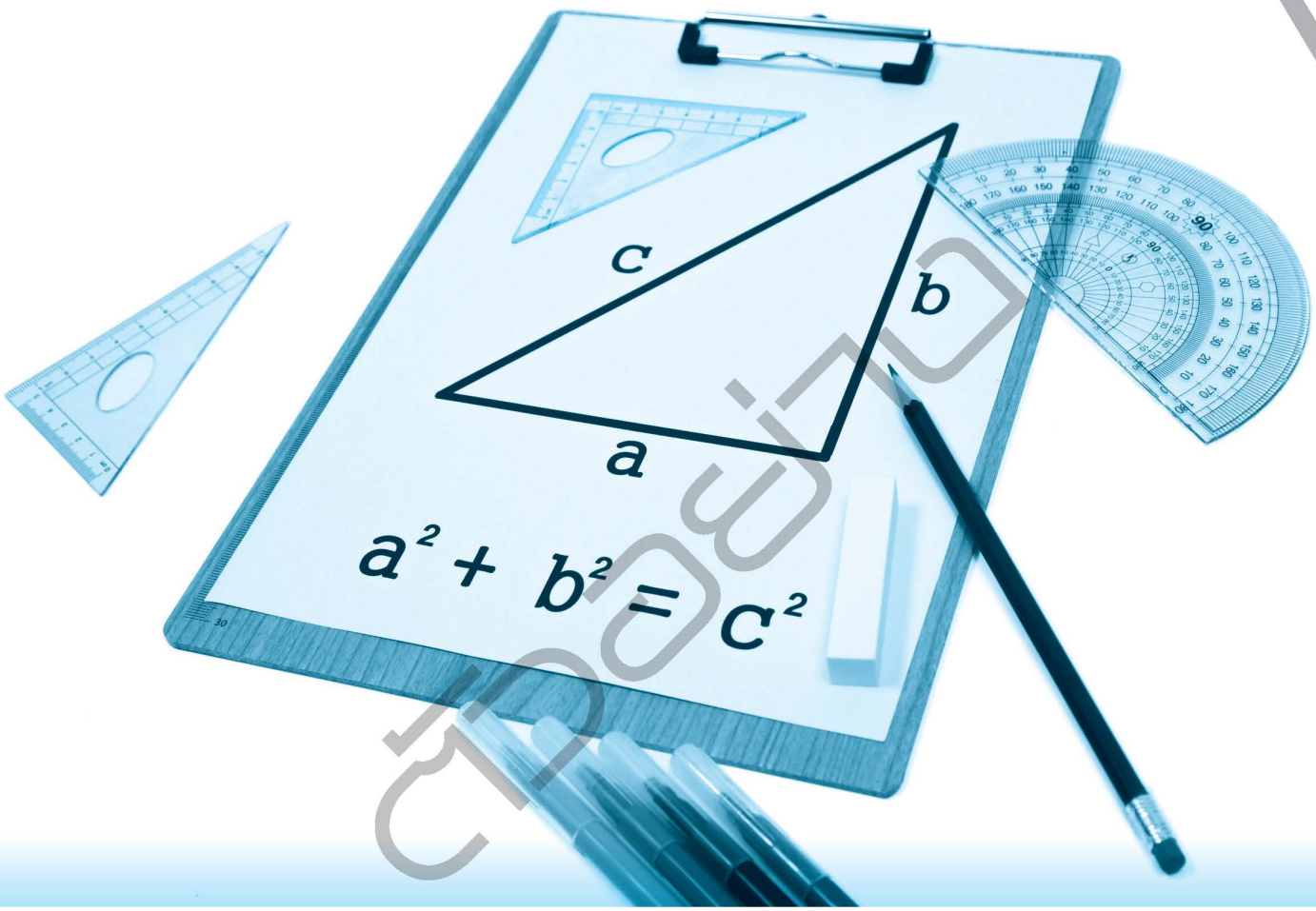
IMACEDUCATION

ส่งธนาณัติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว
ในนาม บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด
9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว
แขวงจันทรเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028
www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พี.เอ็น.เค แอนด์ สกายพริ้นติ้ง จำกัด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 2

การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีบทที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวแต่ละด้านของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่อยู่บนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีบทที่กล่าวว่ารูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน รูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่าง

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จุดประสงค์

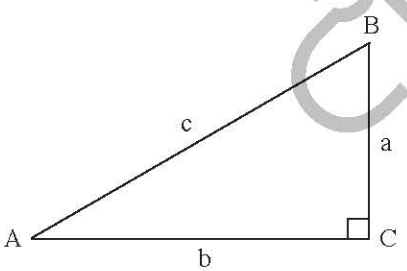
1. นักเรียนสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของอีกสองด้านให้ได้
4. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

ตัวอย่าง

1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AB}$ เป็น**ด้านตรงข้ามมุมฉาก (hypotenuse)**

$\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ เป็น**ด้านประกอบมุมฉาก (legs of a right triangle)**

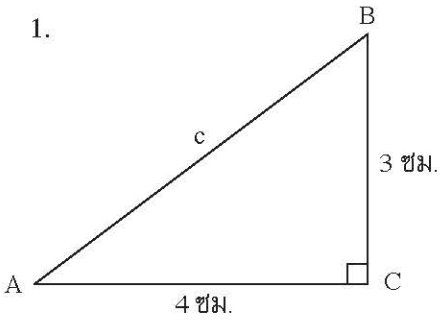
ให้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย

ด้านตรงข้าม $B\hat{A}C$ ยาว a หน่วย

ด้านตรงข้าม $A\hat{B}C$ ยาว b หน่วย

พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

1.



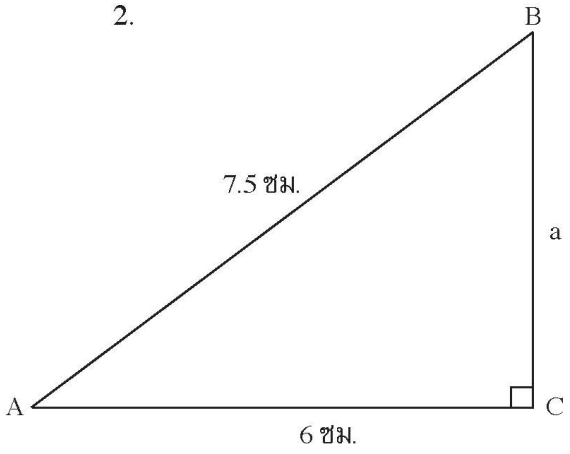
จากรูป ถ้า a = 3 เซนติเมตร และ b = 4 เซนติเมตร

วัดความยาวของ $\overline{AB}$ จะได้ c = 5 เซนติเมตร

$$a^2+b^2 = 3^2+4^2 = 25$$

$$c^2 = 5^2 = 25$$

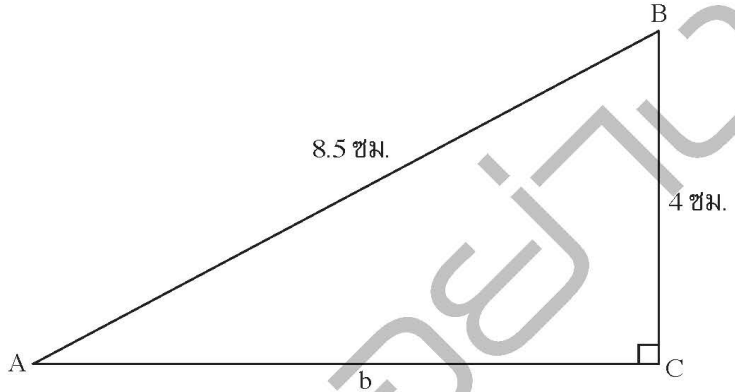
2.



จากรูป ถ้า b = 6 เซนติเมตร และ c = 7.5 เซนติเมตร
วัดความยาวของ $\overline{BC}$ จะได้ a = 4.5 เซนติเมตร

$$a^2+b^2 = 4.5^2+6^2 = 56.25$$
$$c^2 = 7.5^2 = 56.25$$

3.



จากรูป ถ้า a = 4 เซนติเมตร และ c = 8.5 เซนติเมตร
วัดความยาวของ $\overline{AC}$ จะได้ b = 7.5 เซนติเมตร

$$a^2+b^2 = 4^2+7.5^2 = 72.25$$
$$c^2 = 8.5^2 = 72.25$$

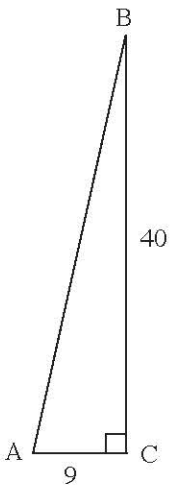
จากข้างต้นจะพบว่า $c^2 = a^2+b^2$

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังนี้

> รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลรวมของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังกล่าวเรียกว่า **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem)**

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาค่า c

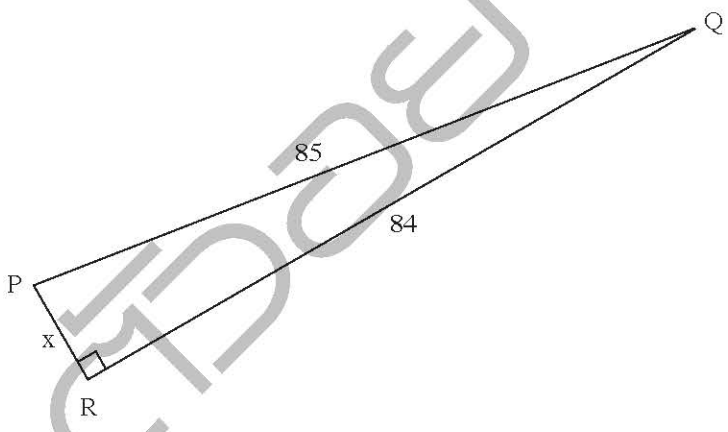


วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้

$$\begin{aligned} c^2 &= 40^2+9^2 \\ &= 1,600+81 \\ &= 1,681 \\ c &= 41 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

ตอบ 41 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



วิธีทำ ให้ PR = x หน่วย จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้

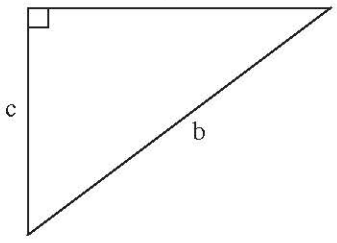
$$\begin{aligned} 85^2 &= 84^2+x^2 \\ x^2 &= 85^2-84^2 \\ &= 7,225-7,056 \\ &= 169 \\ x &= 13 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

ตอบ 13 หน่วย

แบบฝึกหัดที่ 1

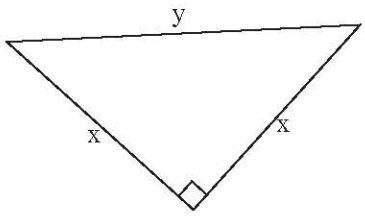
1. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

(1)



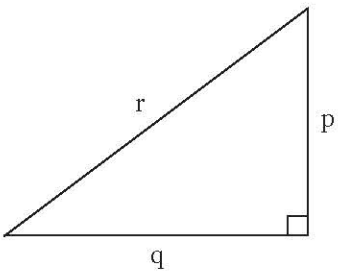
.....

(2)



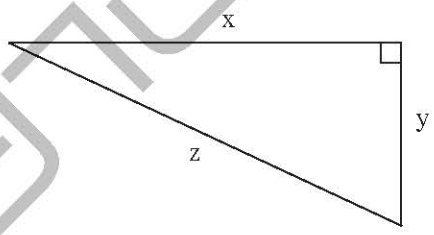
.....

(3)



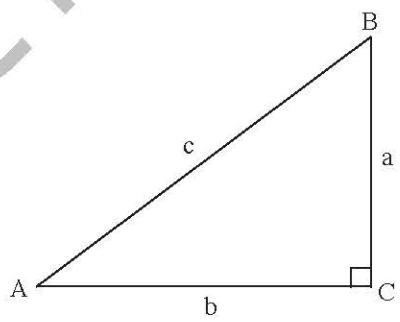
.....

(4)



.....

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เมื่อกำหนดความยาวของด้านประกอบมุมฉากให้สองด้าน จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



(1) a = 10 เซนติเมตร, b = 24 เซนติเมตร

$c^2 = a^2 + b^2$

$= 10^2 + 24^2$

= .....

= .....

c = ...

(2) a = 2.0 เมตร, b = 2.1 เมตร

c^2 = ...

= .....

= .....

= .....

c = ...

(3) a = 5 เซนติเมตร, b = $\frac{8}{3}$ เซนติเมตร

c^2 = ...

= .....

= .....

= .....

c = ...

(4) a = $\frac{20}{7}$ เมตร, b = 3 เมตร

c^2 = ...

= .....

= .....

= .....

c = ...

(5) a = 1.6 เมตร, b = 3.0 เมตร

c^2 = ...

= .....

= .....

= .....

c = ...

(6) a = 2.4 เมตร, b = 7 เมตร

c^2 = ...

= .....

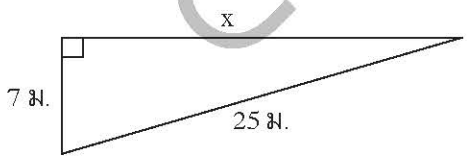
= .....

= .....

c = ...

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวของด้านสองด้าน จงหาค่าของตัวแปรที่แทนความยาวของด้านที่เหลือ

(1)



$25^2 = 7^2 + x^2$

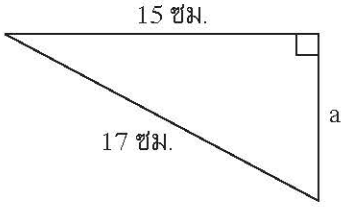
$x^2 = 25^2 - 7^2$

$= 625 - 49$

= .....

x = ...

(2)



$17^2 = a^2 + 15^2$

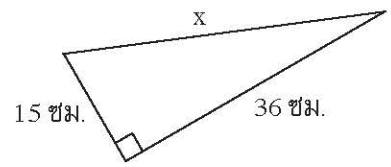
a^2 = ...

= .....

= .....

a = ...

(3)



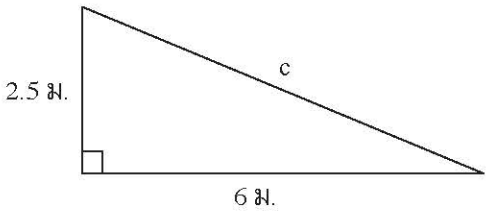
.....

.....

.....

.....

(4)



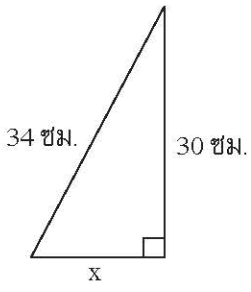
.....

.....

.....

.....

(5)



.....

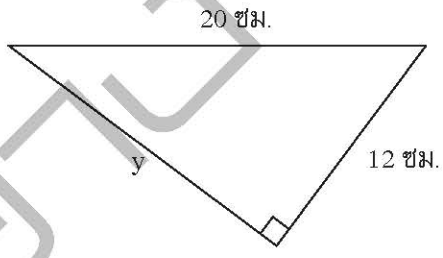
.....

.....

.....

.....

(6)



.....

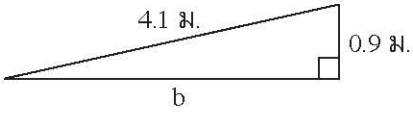
.....

.....

.....

.....

(7)



.....

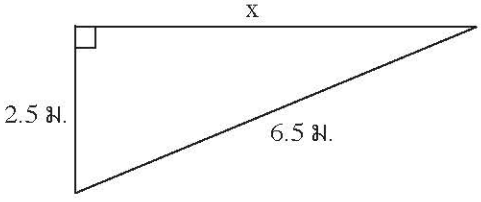
.....

.....

.....

.....

(8)



.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง

4. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากและ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

(1) $b = 60$ เซนติเมตร, $c = 61$ เซนติเมตร

$c^2 = a^2+b^2$

$61^2 = a^2+60^2$

$a^2 = 61^2-60^2$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$a = \ldots\ldots$

ความยาวรอบรูป $= a+b+c$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

(2) $a = 12$ เซนติเมตร, $b = 35$ เซนติเมตร

$c^2 = \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$c = \ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

ความยาวรอบรูป $= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

(3) $a = 1.4$ เมตร, $c = 5$ เมตร

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

(4) $b = 5.5$ เมตร, $c = 7.3$ เมตร

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

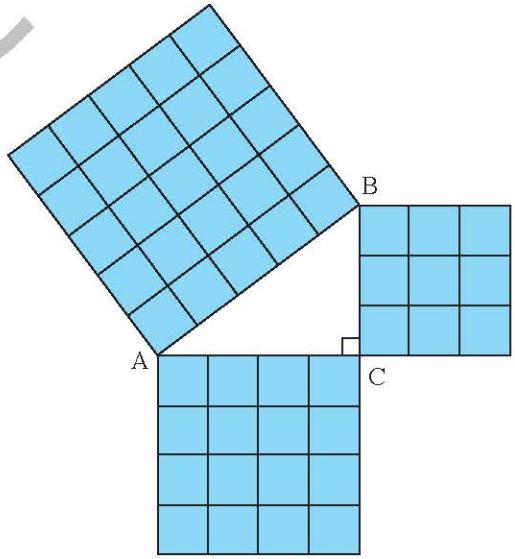
ตัวอย่าง

5. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากและ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ ถ้า n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และให้ $a = 2n$ จะได้ $b = n^2 - 1$ และ $c = n^2 + 1$ จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	$a = 2n$	$b = n^2 - 1$	$c = n^2 + 1$	ความยาวรอบรูป
2	.....	.....	.....	.....
5	.....	.....	.....	.....
7	.....	.....	.....	.....
11	.....	.....	.....	.....
15	.....	.....	.....	.....

1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

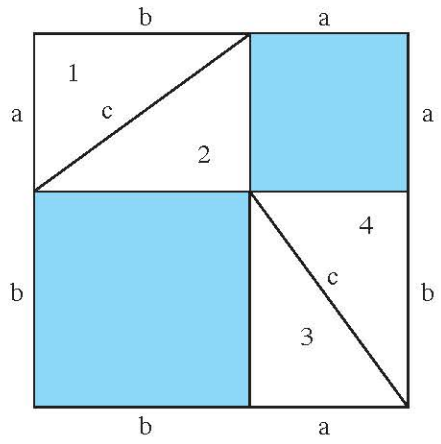
กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก
มี AB = 5 หน่วย, BC = 3 หน่วย และ AC = 4 หน่วย
สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



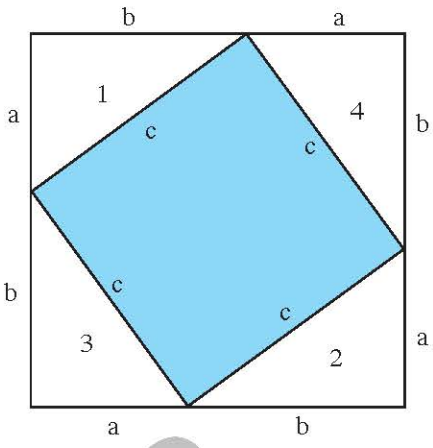
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ $5^2 = 25$ ตารางหน่วย
ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ $3^2 + 4^2 = 25$ ตารางหน่วย

ตัวอย่าง

กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีพื้นที่เท่ากัน แบ่งพื้นที่ออกดังรูป



รูปที่ 1



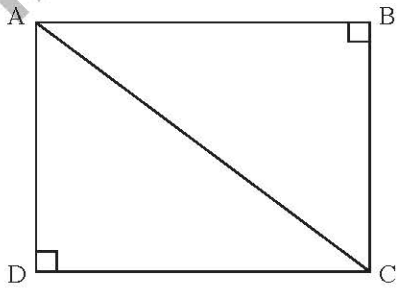
รูปที่ 2

เมื่อยกรูปสามเหลี่ยม 1, 2, 3 และ 4 จากรูปที่ 1 ไปวางในรูปที่สอง จะพบว่า

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ตัวอย่างที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 2 หน่วย ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนี้ยาว 28 หน่วย จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมนี้

วิธีทำ ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม



ให้ AB = x หน่วย จะได้ BC = x − 2 หน่วย

$$\begin{aligned} 2(x+x-2) &= 28 \\ 2(2x-2) &= 28 \\ 2x-2 &= 14 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

จะได้ AB = 8 หน่วย และ BC = 8 − 2 = 6 หน่วย

เนื่องจาก รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $AC^2 = AB^2+BC^2$

$= 8^2+6^2$

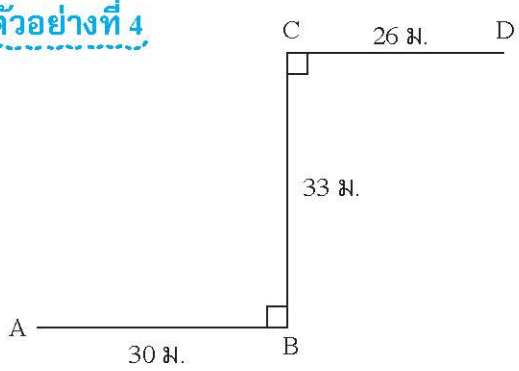
$= 64+36$

$= 100$

$AC = 10$ หน่วย

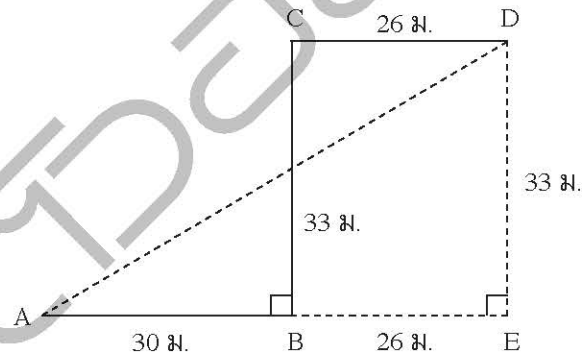
ตอบ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ยาว 10 หน่วย

ตัวอย่างที่ 4



แผนผังการเดินทางจาก A ไปทางทิศตะวันออกถึงจุด B เป็นระยะทาง 30 เมตร จาก B ไปทางทิศเหนือถึงจุด C เป็นระยะทาง 33 เมตร จาก C ไปทางทิศตะวันออกถึงจุด D เป็นระยะทาง 26 เมตร จงหาระยะทางจาก A ถึง D ในแนวตรง

วิธีทำ



ต่อ $\overline{AB}$ ไปทางจุด B พบกับ $\overline{DE}$ ซึ่งขนานกับ $\overline{CB}$ ที่จุด E

ทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE มี $\hat{AED}$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AE}$ ยาว $30+26 = 56$ เมตร และ $\overline{DE}$ ยาว 33 เมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $AD^2 = AE^2+DE^2$

$= 56^2+33^2$

$= 3,136+1,089$

$= 4,225$

$AC = 65$

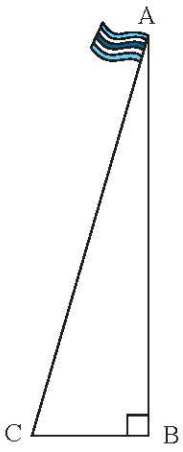
ตอบ ระยะทางจาก A ถึง D ในแนวตรงเท่ากับ 65 เมตร

แบบฝึกหัดที่ 2

จงแสดงวิธีทำ

1. เสาธงต้นหนึ่งสูง 24 เมตร นักเรียนเชิญธงชาติขึ้นสู่ยอดเสาธง ยืนห่างจากเสาธง 7 เมตร เชือกตึงพอดี จงหาว่าจะต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อยกี่เมตร

วิธีทำ



ให้ AB แทนความสูงของเสาธง

BC แทนระยะห่างระหว่างโคนเสาธงกับนักเรียน

AC แทนความยาวของเชือก

AB = ... เมตร

BC = ... เมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ AC^2 = ...

= .....

= .....

= .....

AC = ...

ความยาวของเชือกเป็นสองเท่าของ AC

ดังนั้น จะต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อย .....

ตอบ .....

แบบฝึกเสริมทักษะ
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1
2422335100

MACEDUCATION
www.MACeducation.com

8 858700 711632
ราคา 70 บาท