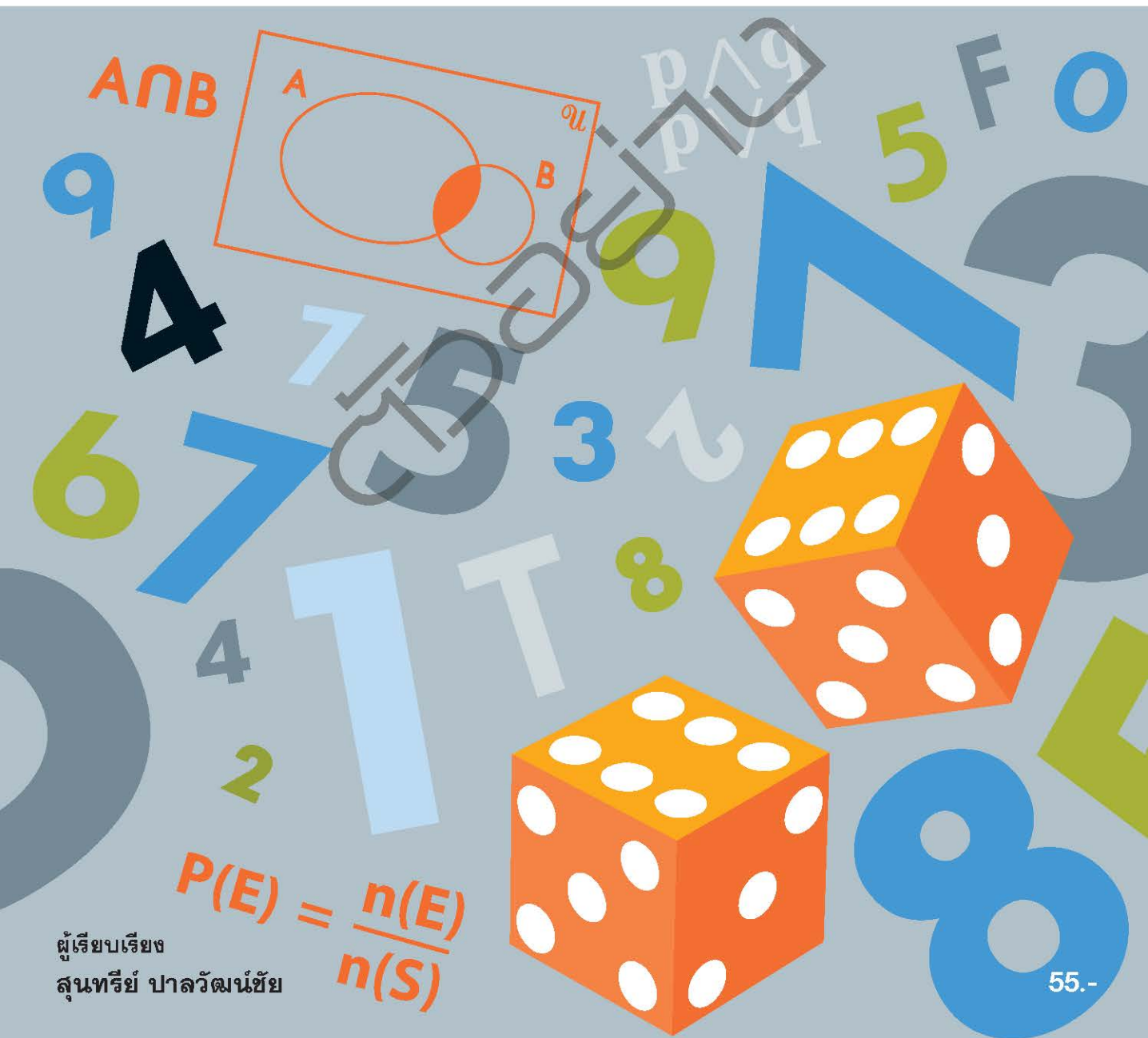


คณิตศาสตร์ ม.4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง	ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย
ผู้ตรวจ	รศ.พนนุช สุขวารี ผศ. ดร.สุชัย ตันยัชฌาวัฒ ยุพดี มงคลจินดาวงศ์
บรรณาธิการ	ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.

—กรุงเทพฯ : แม็คเ็ดดูเคชั่น, 2561.

132 หน้า.

1. คณิตศาสตร์—การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

510.7

ISBN 978-616-274-921-6

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวน 15,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : มีนาคม 2561

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดจำหน่ายโดย

MAC EDUCATION

ส่งชานนิตีสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเ็ดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

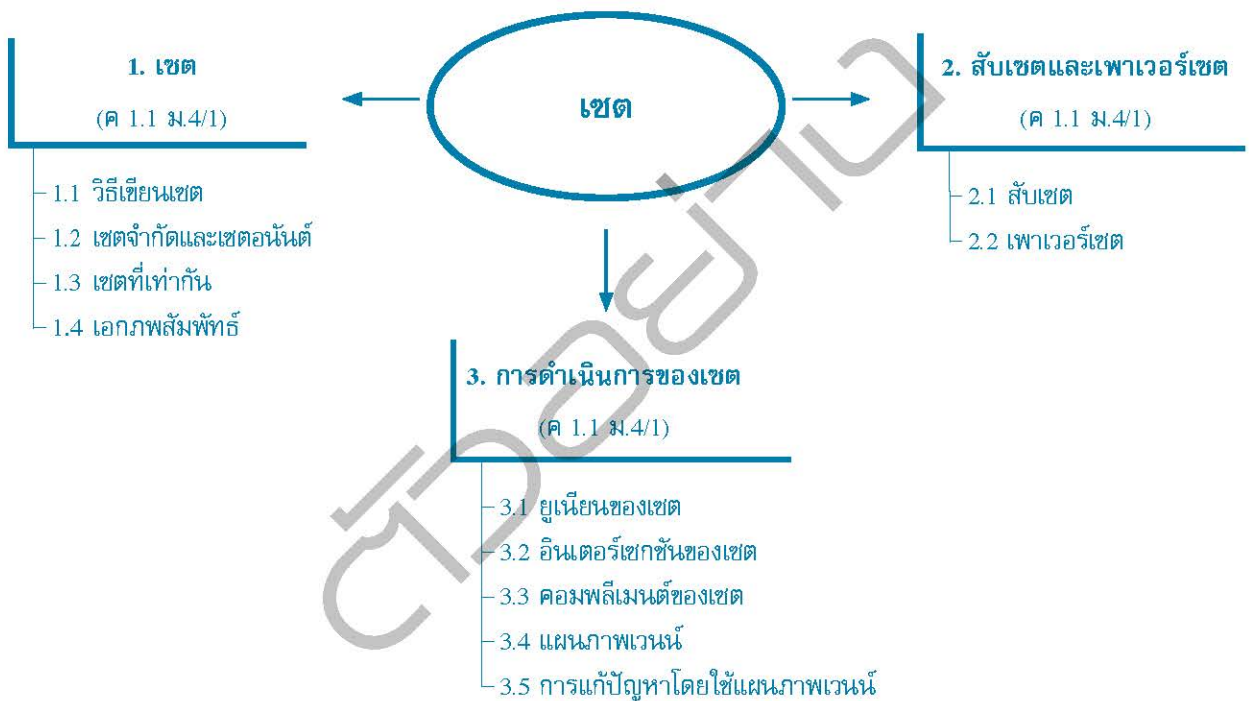
แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : หจก.ซี แอนด์เอ็น บุก

เขต



ตัวชี้วัดชั้นปี

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเขตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (ค 1.1 ม.4/1)



จากเลขโดด 2, 4, 6 นักเรียน
สามารถบอกความสัมพันธ์หรือ
เงื่อนไขของเลขโดดเหล่านี้ได้
อย่างไรบ้าง



แนวคิดหลัก

ในทางคณิตศาสตร์ “เซต” เป็นการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่สามารถกำหนดสมาชิกได้อย่างชัดเจน (well defined) และสามารถสร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ ซึ่งมีเอกภาพสัมพัทธ์เดียวกันได้ดังนี้ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลิเมนต์ โดยใช้แผนภาพเวนนช่วยในการหาเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ได้



แนวคิดสำคัญ

ในทางคณิตศาสตร์ เซต เป็นการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ ซึ่งโดยทั่วไปจะเขียนเซตได้ 2 แบบ คือ แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข ในการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขนั้นจะต้องมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากเซตที่กำหนด ซึ่งเรียกว่า เอกภาพสัมพัทธ์ และเนื่องจากเซตหนึ่งเซตสามารถเขียนสมาชิกแบบบอกเงื่อนไขได้หลายกรณี การตรวจสอบว่าในแต่ละกรณีนั้นเป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่ ให้พิจารณาจากสมาชิกของเซตทั้งสอง “เซตสองเซตจะเป็นเซตที่เท่ากันก็ต่อเมื่อมีสมาชิกเหมือนกันทุกสมาชิก”

1. เซต

เซต เป็นคำที่ใช้แทนการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น เซตของชื่อเดือนในหนึ่งปี หมายถึง กลุ่มของเดือนมกราคม เดือนกุมภาพันธ์ เดือนมีนาคม เดือนเมษายน เดือนพฤษภาคม เดือนมิถุนายน เดือนกรกฎาคม เดือนสิงหาคม เดือนกันยายน เดือนตุลาคม เดือนพฤศจิกายน และเดือนธันวาคม

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิก** สำหรับเซตที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์จะต้องเป็นเซตที่มีความชัดเจน กล่าวคือเมื่อกำหนดสิ่งใดมาให้จะ

สามารถบอกได้ตรงกันว่าสิ่งนั้นเป็นสมาชิกของเซตที่กล่าวถึงหรือไม่ เช่น เซตของชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์เป็นเซตที่มีความชัดเจน เพราะสามารถบอกได้ตรงกันว่า วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์ เป็นสมาชิกของเซตนี้ โดยที่สิ่งอื่นๆ จะไม่เป็นสมาชิกของเซตนี้ เช่น 1, 2, 3, 4 ไม่เป็นสมาชิกของเซตนี้

1.1 วิธีเขียนเซต

วิธีเขียนเซต โดยทั่วๆ ไปเขียนได้สองแบบคือ

1. วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก
2. วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

การเขียนเซตแบบนี้จะเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น เซตของตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ เขียนแทนด้วย $\{a, e, i, o, u\}$

โดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C

ถ้าให้ A แทนเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 4 จะเขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3\}$ อ่านว่า A เป็นเซตที่มี 1, 2 และ 3 เป็นสมาชิก

ถ้าให้ B แทนเซตของจำนวนเต็มคี่ที่มากกว่า 1 แต่น้อยกว่า 20 จะเขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก นิยมเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น เซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษที่อยู่ในคำว่า statistics คือ $\{a, c, i, s, t\}$ และในกรณีที่เซตมีจำนวนสมาชิกมาก นิยมใช้จุดสามจุด (...) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างที่อยู่ในเซตนั้น และต้องบอกได้ว่าสมาชิกตัวที่ n คืออะไร เช่น

$C = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ สัญลักษณ์ “...” แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7, 8, 9 เป็นสมาชิกของเซต C ด้วย

คำว่า “เป็นสมาชิกของ” หรือ “อยู่ใน” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\in$ ” และคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” หรือ “ไม่อยู่ใน” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ” เช่น

$D = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

จะได้ว่า 4 เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $4 \in D$

0 ไม่เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $0 \notin D$

กำหนด E แทนเซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2 จะเขียนเซต E แบบแจกแจงสมาชิกไม่ได้ เพราะจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2 มีมากมาย ไม่สามารถเขียนแจกแจงสมาชิกได้ครบทุกตัว และไม่สามารถใช้จุดสามจุดเพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างอยู่ในเซต

วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เขียนได้โดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิก และมีเงื่อนไขบอกให้ทราบว่าตัวแปรนั้นแทนสมาชิกใดบ้าง ซึ่งเงื่อนไขไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน แต่เมื่อเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกแล้วสมาชิกต้องเหมือนกัน เช่น

$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 4\}$

อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 4
เครื่องหมาย “ $\mid$ ” แทนคำว่า “โดยที่”



ถ้า B แทนเซตของตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ จะเขียนเซต B แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้เป็น $B = \{x \mid x \text{ เป็นตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ}\}$

ถ้า $C = \{-2, 2\}$ จะเขียนเซต C แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายรูปแบบ เช่น

$$C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x \text{ เป็นรากที่สองของ } 4\} \text{ หรือ}$$

$$C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x^2 - 4 = 0\}$$

1.2 เซตจำกัดและเซตอนันต์

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ เรียกว่า **เซตจำกัด** เช่น

$\{1, 5, 9\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 3

$\{2, 4, 6, \dots, 20\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 10

$\{1, 2, 3, \dots, 1,000\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 1,000

เซตจำกัดที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ คือเซตที่ไม่มีสมาชิกอยู่ในเซตเลย เรียกว่า **เซตว่าง** เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\{\}$ หรือ ϕ (ϕ เป็นอักษรกรีก ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า phi (ฟี)) เช่น

$\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกระหว่าง } 5 \text{ และ } 6\}$ จะพบว่าเซตดังกล่าวไม่มีสมาชิก เพราะไม่มีจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 5 และ 6

เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์** และใช้จุดสามจุดแทนสมาชิกอื่นซึ่งเป็นที่เข้าใจว่ายังมีสมาชิกได้อีกบ้างที่อยู่ในเซต เช่น

$\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์ เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้

$\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์ เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้

อนึ่ง มีเซตบางเซตที่กล่าวถึงอยู่บ่อยๆ จึงมีการตกลงใช้สัญลักษณ์แทนเซตเหล่านั้น เพื่อให้สามารถกล่าวถึงได้สะดวกไว้ดังนี้

1) เซตว่างเป็นเซตจำกัด

2) เซตของจำนวนที่มักจะถูกกล่าวถึงเสมอและใช้กันทั่วๆ ไปคือ

N แทนเซตของจำนวนนับ โดย $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

I^- แทนเซตของจำนวนเต็มลบ โดย $I^- = \{-1, -2, -3, \dots, -n, \dots\}$

I^+ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก โดย $I^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

I แทนเซตของจำนวนเต็ม โดย $I = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ โดย $Q = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนตรรกยะ}\}$

1.3 เซตที่เท่ากัน

เซตสองเซตเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกัน เช่น

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 4, 3, 2\}$$

จะได้ว่า เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง ทุกสมาชิกของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และทุกสมาชิกของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายถึง มีสมาชิกหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เช่น

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

จะเห็นว่า $5 \in B$ แต่ $5 \notin A$ ดังนั้น $A \neq B$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{4, 2, 3\}$$

จงตรวจสอบว่ามีเซตคู่ใดบ้างที่เท่ากัน และเซตคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

วิธีทำ $A \neq B$ เพราะมี 8 เป็นสมาชิกของเซต A แต่ 8 ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

$A \neq C$ เพราะมี 8 เป็นสมาชิกของเซต A แต่ 8 ไม่เป็นสมาชิกของเซต C

$B = C$ เพราะมี $2 \in B$ และ $2 \in C$

$$3 \in B \text{ และ } 3 \in C$$

$$4 \in B \text{ และ } 4 \in C$$

ตอบ

ทุกสมาชิกของเซต B เป็นสมาชิกของเซต C
และทุกสมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต B
ดังนั้น $B = C$



ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = N$ ซึ่ง N เป็นเซตของจำนวนนับ

$$B = \{2n \mid n \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$$

จงตรวจสอบว่าเซต A และเซต B เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n, \dots\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 2n, \dots\}$

ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมี 1 เป็นสมาชิกของเซต A แต่ 1 ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว}\}$

$$D = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$$

$$E = \{8, 6, 4, 2, \dots, 10-2n, \dots\}$$

จงตรวจสอบว่าเซตใดบ้างที่เท่ากัน และเซตใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

วิธีทำ เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$
จะได้ว่า

$C = D$ เพราะทุกสมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต D และ

ทุกสมาชิกของเซต D เป็นสมาชิกของเซต C

$C \neq E$ เพราะมี 10 เป็นสมาชิกของเซต C แต่ 10 ไม่เป็นสมาชิกของเซต E

$D \neq E$ เพราะมี 10 เป็นสมาชิกของเซต D แต่ 10 ไม่เป็นสมาชิกของเซต E

อาจกล่าวได้ว่า เพราะ
 $C = D$ และ $C \neq E$ ดังนั้น $D \neq E$



ตอบ

1.4 เอกภพสัมพัทธ์

เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อตกลงว่า จะไม่กล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้ ใช้สัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ เช่น

ในปีการศึกษา 2560 สมาคมศิษย์เก่าโรงเรียนประกาศให้ทุนการศึกษาแก่นักเรียนในโรงเรียนประชาสามัคคีที่ได้คะแนนเฉลี่ยของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เป็นลำดับที่ 1 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ระดับชั้นละหนึ่งคน ในกรณีนี้เอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของนักเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนประชาสามัคคี ดังนั้น นักเรียนของโรงเรียนอื่นๆ จะไม่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์นี้และจะไม่มีสิทธิ์รับทุนการศึกษานี้ แม้จะมีคะแนนเฉลี่ยของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เป็นลำดับที่ 1 ก็ตาม

การเขียนเอกภพสัมพัทธ์อาจเขียนให้อยู่ในเซตหรืออยู่นอกเซตก็ได้
เช่น $A = \{x \in I \mid x \geq 0\}$ หรือ $A = \{x \mid x \geq 0\}$ เมื่อ $U \in I$



ตัวอย่างที่ 4 ให้ $A = \{x \mid x < 5\}$ เมื่อ $U = I^+$ จงเขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ (U) เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ซึ่งเซต A มีสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 จะได้สมาชิกในเซต A คือ 1, 2, 3, 4

ดังนั้น เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ตอบ

ข้อสังเกต จำนวนที่น้อยกว่า 5 ยังมีอีกมากมาย เช่น $\frac{9}{2}$, 3.5, 0, -1 แต่จำนวนเหล่านี้ไม่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ เพราะกำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $I^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$ ดังนั้น $\frac{9}{2}$, 3.5, 0, -1 จึงไม่เป็นสมาชิกของเซต A

ตัวอย่างที่ 5 ให้ $B = \{x \mid 2x - 1 = 5\}$ เมื่อ $U = I$ จงเขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จากสมการ $2x - 1 = 5$ ซึ่งสมการนี้จะเป็นจริงเมื่อ $x = 3$

เนื่องจาก $U = I = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

จะเห็นว่า $3 \in U$

ดังนั้น เซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3\}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6 ให้ $C = \{x \mid 1 < x < 9 \text{ และ } x \text{ หารด้วย 3 ลงตัว}\}$ เมื่อ $U = N$ จงเขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $1 < x < 9$ และ x หารด้วย 3 ลงตัว

จำนวนที่แทน x ที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดคือ 3 และ 6

ดังนั้น เซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{3, 6\}$

ตอบ



แบบฝึกหัดที่ 1

- จงตรวจสอบว่าข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตที่มีความชัดเจน
 - เซตของจำนวนนับที่มากกว่า 10 แต่น้อยกว่า 20
 - เซตของตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ
 - เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์
 - เซตของสัตว์ที่น่ารัก
 - เซตของคนสวย
- จงตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตจำกัด และเซตใดเป็นเซตอนันต์
 - $\{2, 3, 4\}$
 - $\{2, 3, 4, \dots, 100\}$
 - $\{2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$
 - $\{x \in I \mid -9 < x < 9\}$
- จงตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตว่าง และเซตใดไม่เป็นเซตว่าง
 - $\{x \in R \mid x = x + 1\}$
 - $\{x \in R \mid x^2 + 1 = 0\}$
 - $\{x \in R \mid x^2 < x\}$
 - $\{x \in I \mid (2x - 1)(3x + 2) = 0\}$
 - $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 1}\}$
 - $\{x \mid x \text{ เป็นชื่อเดือนที่ไม่ได้ลงท้ายด้วยคำว่า "คม" หรือคำว่า "ยน"}\}$

4. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

(1) $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 10\}$

(2) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x(x^2 - 4x - 5) = 0\}$

(3) $C = \{x \in \mathbb{I} \mid (x+1)(2x+3)(4x^2 - 5x + 1) = 0\}$

5. จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

(1) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ เป็นเซตจำกัด

(2) $B = \{x \in \mathbb{I}^- \mid x \geq -10\}$ เป็นเซตอนันต์

(3) $C = \{x \in \mathbb{I} \mid -5 < x \leq 100\}$ เป็นเซตอนันต์

(4) $D = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x \leq 200\}$ เป็นเซตอนันต์

(5) $E = \{x \in \mathbb{I} \mid x \leq 200\}$ เป็นเซตอนันต์

(6) $\mathbb{I}$ และ $\mathbb{R}$ เป็นเซตอนันต์

(7) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 25\}$ เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{-5, -4, -3, \dots, 5\}$

(8) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{1, 2\}$

(9) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$ เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{-\frac{1}{2}, 0, 2\}$

(10) $D = \{x \in \mathbb{I} \mid x(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$ เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $D = \{0, 2\}$

(11) $E = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$ เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $E = \{2\}$

(12) ถ้า $A = \{3, 5, 7\}$ และ $B = \{7, 3, 5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$

(13) ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 25 = 0\}$ และ $B = \{-5, 5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$

(14) ถ้า $A = \{x \in \mathbb{I} \mid (3x-1)(x-3) = 0\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x(x+1)(x+2)(2x-6) = 0\}$
แล้วจะได้ว่า $A = B$



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

1. ให้นักเรียนตัดกระดาษขนาดเท่ากัน 26 ใบ เพื่อช่วยกันทำการ์ด
2. ด้านหน้าของการ์ดให้เขียนตัวอักษร A-Z ใบละ 1 ตัวอักษร และด้านหลังของการ์ดให้เขียนเซตที่เท่ากันทั้งหมด 13 คู่ เช่น

ด้านหน้า	ด้านหลัง
A	$\{y \mid y \text{ เป็นรากที่สองของ } 9\}$
B	$\{-3, 3\}$

3. ให้นักเรียนแบ่งเป็น 4 กลุ่มเท่าๆ กัน คำนวณหน้าการ์ดทั้งหมด (ให้ด้านที่มีตัวอักษรภาษาอังกฤษหงายหน้าขึ้น) แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาหยางการ์ดกลุ่มละ 2 ใบ ถ้าการ์ดที่หยางนั้นเป็นเซตที่เท่ากัน ให้เก็บการ์ดคู่นั้นไว้ที่กลุ่มของตนเอง แต่ถ้าไม่เป็นเซตที่เท่ากัน ให้คว่ำการ์ดกลับเหมือนเดิม
4. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนคนใหม่ออกมา แล้วเปิดการ์ดต่อไปโดยใช้เงื่อนไขเหมือนข้อ 3 ทำซ้ำจนไม่เหลือการ์ดในกอง กลุ่มใดมีการ์ดเก็บไว้มากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ

2. สับเซตและเพาเวอร์เซต



แนวคิดสำคัญ

สำหรับเซต A ที่มีสมาชิกครอบคลุมทุกสมาชิกของเซต B จะได้ว่าเซต B เป็นเซตย่อยของเซต A หรือกล่าวได้ว่าเซต B เป็นสับเซตของเซต A และเซตของสับเซตทั้งหมดของเซตใดๆ จะเรียกว่าเป็นเพาเวอร์เซตของเซตนั้น



2.1 สับเซต

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

ตัวอย่างที่ 1 จากเซต A และเซต B ที่กำหนดให้ เซต A เป็นสับเซตของเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

(1) $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$

(2) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

วิธีทำ (1) $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

ตอบ

(2) $A \not\subset B$ เพราะมี 4 เป็นสมาชิกของเซต A แต่ 4 ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

ตอบ

กำหนด A และ B เป็นเซต จะได้ว่า $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = \{4, 5, 7\}$ และ $B = \{5, 7, 4\}$ เซต A เท่ากับเซต B หรือไม่

วิธีทำ จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

และ $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

ดังนั้น $A = B$

ตอบ

กำหนด A และ B เป็นเซต จะได้ว่าเซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B หรือไม่

วิธีทำ จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

แต่ $B \not\subset A$ เพราะมี 7 เป็นสมาชิกของเซต B แต่ 7 ไม่เป็นสมาชิกของเซต A

ดังนั้น เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 ให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า } 4\}$
 และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่ } 5 \text{ หารลงตัว}\}$
 เซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A หรือไม่

วิธีทำ เซต A เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$
 เซต B เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$
 จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A
 $A \not\subset B$ เพราะมี 6 เป็นสมาชิกของเซต A แต่ 6 ไม่เป็นสมาชิกของเซต B
 ดังนั้น เซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A

ตอบ

เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \subset A$
 เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $\phi \subset A$
 ซึ่งสามารถพิสูจน์โดยใช้ตรรกศาสตร์ นักเรียนจะได้เรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป



ตัวอย่างที่ 5 ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จงหา

- (1) จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 สมาชิก
- (2) จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 สมาชิก
- (3) จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 สมาชิก
- (4) จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A

วิธีทำ ให้ $A = \{1, 2, 3\}$

- (1) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 1 สมาชิก คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
 ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 สมาชิก มี 3 เซต
- (2) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 2 สมาชิก คือ $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
 ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 สมาชิก มี 3 เซต
- (3) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 3 สมาชิก คือ $\{1, 2, 3\}$
 ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 สมาชิก มี 1 เซต
- (4) เนื่องจากเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต จึงได้ว่า $\phi \subset A$
 ดังนั้น จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A มี 8 เซต คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \phi$

ตอบ

พิจารณาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A ต่อไปนี้

เมื่อ $A = \{a\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ ϕ และ $\{a\}$ ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 2 เซต หรือ 2^1 เซต

เมื่อ $A = \{a, b\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ $\phi, \{a\}, \{b\}$ และ $\{a, b\}$ ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 4 เซต หรือ 2^2 เซต

เมื่อ $A = \{a, b, c\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ $\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ และ $\{a, b, c\}$ ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 8 เซต หรือ 2^3 เซต

ตัวอย่างที่กล่าวข้างต้นเป็นตัวอย่างที่สอดคล้องกับ **ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n สมาชิก แล้วจำนวนสับเซตของเซต A เท่ากับ 2^n เซต**

2.2 เพาเวอร์เซต

เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เรียกว่า **เพาเวอร์เซต**ของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

เช่น $A = \{1, 2\}$ จะได้สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A หรือเพาเวอร์เซตของเซต A คือ

$$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

ตัวอย่างที่ 6 ให้ $B = \{1, 2, 3\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $P(B)$

วิธีทำ ให้ $B = \{1, 2, 3\}$

สมาชิกของ $P(B)$ ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีจำนวนสมาชิกเลยมี 1 เซต คือ ϕ
2. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 1 สมาชิก มี 3 เซต คือ $\{1\}, \{2\}$ และ $\{3\}$
3. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 2 สมาชิก มี 3 เซต คือ $\{1, 2\}, \{1, 3\}$ และ $\{2, 3\}$
4. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 3 สมาชิก มี 1 เซต คือ $\{1, 2, 3\}$

จะได้สับเซตของเซต B คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต B หรือเพาเวอร์เซตของเซต B คือ

$$P(B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(B)$ มี $1+3+3+1$ ซึ่งเท่ากับ $8 = 2^3$ สมาชิก

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 ให้ $C = \{a, b, c, d\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $P(C)$

วิธีทำ ให้ $C = \{a, b, c, d\}$

สมาชิกของ $P(C)$ ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีจำนวนสมาชิกเลยมี 1 เซต คือ ϕ
2. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 1 สมาชิก มี 4 เซต คือ $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ และ $\{d\}$
3. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 2 สมาชิก มี 6 เซต คือ $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}$ และ $\{c, d\}$
4. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 3 สมาชิก มี 4 เซต คือ $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}$ และ $\{b, c, d\}$
5. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 4 สมาชิก มี 1 เซต คือ $\{a, b, c, d\}$

จะได้สับเซตของเซต C คือ $\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\},$

$\{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต C หรือเพาเวอร์เซตของเซต C คือ

$$P(C) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(C)$ มี $1+4+6+4+1$ ซึ่งเท่ากับ $16 = 2^4$ สมาชิก

ตอบ



ใบอนุญาตให้ใช้สื่อการเรียนรู้ในสถานศึกษา

เลขที่ ๗๘/๒๕๖๑

วันที่ ๓๐ มีนาคม ๒๕๖๑

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔
ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ ของ บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด
เรียบเรียงโดย นางสาวสุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้ในสถานศึกษา
๕ ปี นับตั้งแต่ปีการศึกษา ๒๕๖๑ ถึงปีการศึกษา ๒๕๖๕

(นายบุญรักษ์ ยอดเพชร)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หมายเหตุ

- หลังจากได้รับใบอนุญาตแล้ว หากตรวจพบเหตุที่ทำให้หนังสือที่ได้รับใบอนุญาตนี้มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน ขอสงวนสิทธิ์ให้ผู้ออกใบอนุญาตแจ้งเตือนผู้รับใบอนุญาตปรับปรุงแก้ไขภายใน ๙๐ วัน นับตั้งแต่วันที่ได้รับแจ้ง หากผู้รับใบอนุญาตไม่ดำเนินการให้แล้วเสร็จด้วยเหตุใดก็ตามในระยะเวลาที่กำหนดให้นี้ ถือว่าใบอนุญาตนี้สิ้นสุด
- ใบอนุญาตฉบับนี้ใช้ได้เฉพาะหนังสือนี้เท่านั้น และไม่ให้นำใบอนุญาตนี้ไปพิมพ์ในหนังสือเรื่องอื่นที่มีได้รับอนุญาตเป็นอันขาด

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



2562301100

MAC EDUCATION

www.MACeducation.com



9 786162 749216

ราคา 55 บาท