MAC 4.0

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

# คณิตศาสตร์ ม.4

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551




ผู้เรียบเรียง
สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

70.-

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

# คณิตศาสตร์

## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

**ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด**
**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**
**(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)**
**ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน**
**พุทธศักราช 2551**




**ผู้เรียบเรียง** ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

**ผู้ตรวจ** รศ.นงนุช สุขวารี
ผศ.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ
ยุพดี มงคลจินดาวงศ์

**บรรณาธิการ** ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

# หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

# คณิตศาสตร์

## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

**ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด**
**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)**
**ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**


| | |
|---|---|
| **ผู้เรียบเรียง** | ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย |
| **ผู้ตรวจ** | รศ.นงนุช สุขวารี<br>ผศ.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ<br>ยุพดี มงคลจินดาวงศ์ |
| **บรรณาธิการ** | ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา |



**ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ**
สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย.
หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.--กรุงเทพฯ : แม็คเอ็ดดูเคชั่น, 2567.
164 หน้า.
1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).
I. ชื่อเรื่อง.
510.7
ISBN 978-616-345-269-6





*พิมพ์ครั้งที่ 1*
*จำนวน 12,000 เล่ม*





**จัดทำโดย**

MACEDUCATION

ส่งธนาณัติสั่งจ่าย **ไปรษณีย์ลาดพร้าว**
ในนาม **บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด**
9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว
แขวงจันทรเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028
www.MACeducation.com

**พิมพ์ที่ :** บริษัท 8ศรี พริ้นติ้ง จำกัด

# คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้เรียบเรียงขึ้นตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กิจกรรมการเรียนรู้ในหนังสือเรียนเล่มนี้จัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีทักษะที่จำเป็นสอดคล้องกับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เน้นการบูรณาการสาระการเรียนรู้กับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เกิดคุณลักษณะที่พึงประสงค์ มีการฝึกทักษะตามสาระการเรียนรู้ มีการวัดและประเมินผลด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังมีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ เซต ตรรกศาสตร์ หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้มีสาระการเรียนรู้ ระบุตัวชี้วัด มีภาพและคำถามที่นำเข้าสู่บทเรียน กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) ที่หลากหลายและท้าทายให้ผู้เรียนตรวจสอบความเข้าใจ บทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจโดยส่งผลต่อการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

**ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย**

# คำชี้แจง

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มนี้ได้นำเสนอเน้นกิจกรรมลักษณะ **Active Learning** แต่ละหน่วยการเรียนรู้จะมีคำถามนำเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ฝึกฝนทักษะและความเชี่ยวชาญด้วยกิจกรรมตามธรรมชาติวิชาเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ที่คงทน มีการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะ ๆ โดยสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ซึ่งสัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา ในท้ายหน่วยการเรียนรู้จะมีสรุปสำหรับทบทวนองค์ความรู้ทั้งหมด และประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยคำถามท้ายหน่วยการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังเพิ่มเติมด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) ผู้เรียนและผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสมกับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน ในส่วนของเนื้อหาเพิ่มเติมที่ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้จะมีสัญลักษณ์ MAC Link ซึ่งสามารถใช้สมาร์ตโฟนสแกน QR Code ได้ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้น ๆ มากยิ่งขึ้น

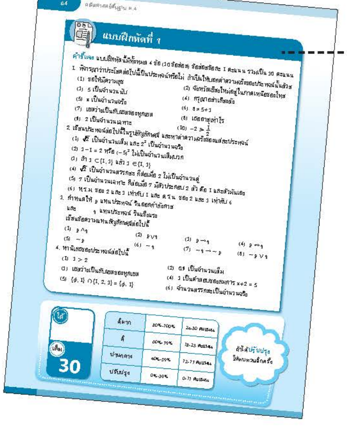


### คำถามนำเข้าสู่บทเรียน

กระตุ้นความสนใจในสิ่งที่จะได้เรียนรู้ ฝึกผู้เรียนให้รู้จักแสดงความคิดเห็นและปรึกษาหารือร่วมกัน

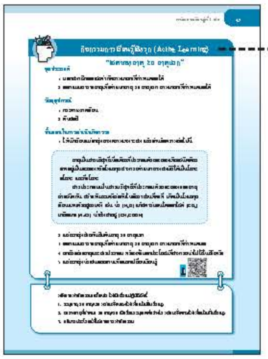
### กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้

ฝึกทักษะในการทำงานเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มของผู้เรียนเพื่อแก้ปัญหาตามหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อนั้น ๆ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็ว



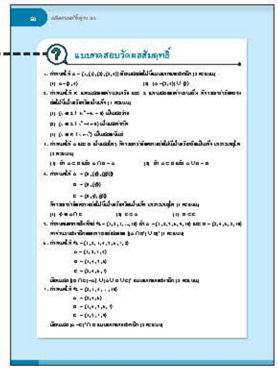
### แบบฝึกหัด

เป็นแบบฝึกที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่ผู้เรียนได้เรียนมาแล้ว พร้อมทั้งมีการประเมินผลด้วยตนเอง



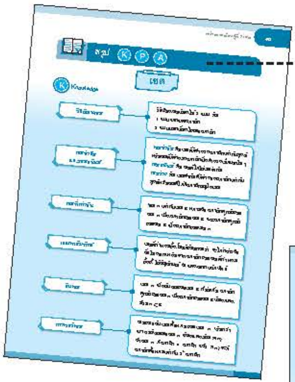
## กิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

กิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อต่อยอดในการทำกิจกรรมต่าง ๆ เพิ่มเติมจนเกิดชิ้นงาน



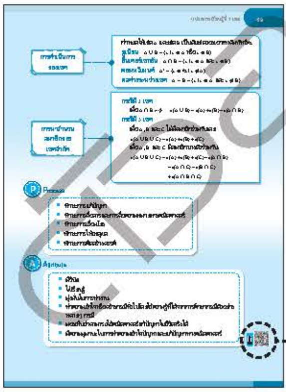
## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ความความเข้าใจ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของหน่วยการเรียนรู้นั้น ๆ ให้เป็นไปตามเป้าหมายและตัวชี้วัดของหลักสูตรฯ พร้อมทั้งมีการประเมินผลด้วยตนเอง



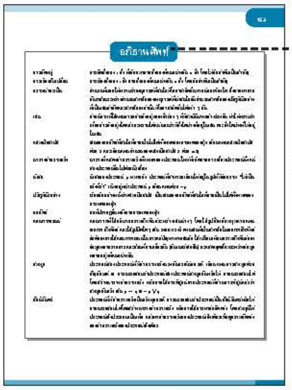
## สรุป K P A

ให้ผู้เรียนทราบเนื้อหาโดยรวมของหน่วยการเรียนรู้นั้น ๆ เพื่อทบทวนความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์แก่ผู้เรียน



## MAC iLink (Digital Contents)

เพิ่มเติมความรู้ที่นอกเหนือจากที่เรียนในหน่วยการเรียนรู้ มีทั้งส่วนที่เป็นเนื้อหาและแบบทดสอบ



## อภิธานศัพท์

ให้ผู้เรียนเข้าใจคำสำคัญ คำยาก และคำใหม่ที่จำเป็นต้องรู้เกี่ยวกับบทเรียน

## แนะนำตัวละคร

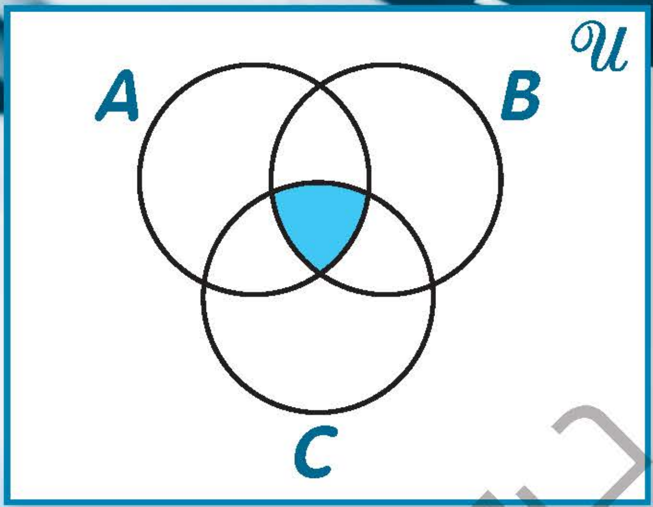
ตัวละครที่กล่าวถึงข้อควรรู้

ตัวละครที่กล่าวถึงข้อสรุปที่ได้จากตัวอย่าง

ตัวละครที่ถามคำถามส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และวัฒนธรรม

# สารบัญ

$A \cap B \cap C$




หน่วยการเรียนรู้ที่

# 1

## เซต



### สาระการเรียนรู้

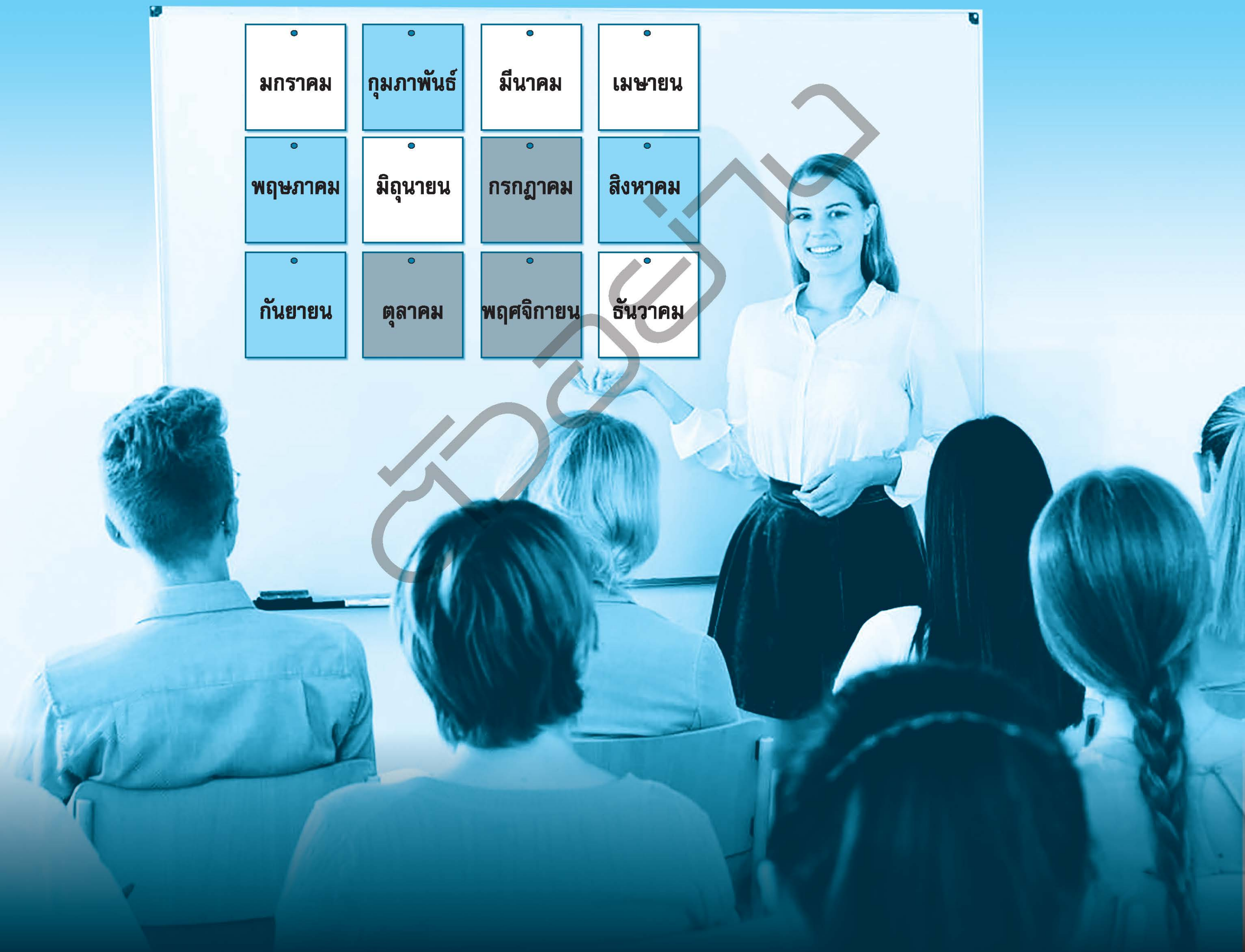
1. เซต
2. สับเซตและเพาเวอร์เซต
3. การดำเนินการของเซต

**ตัวชี้วัด**

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (ค 1.1 ม.4/1)

**?**

**นักเรียนจะแบ่งกลุ่มของบัตร**
**ชื่อเดือนเป็นกี่กลุ่ม**
**โดยใช้ข้อกำหนดอะไรบ้าง**



# 1. เซต

**เซต (set)** เป็นคำที่ใช้แทนการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น

เซตของชื่อเดือนในหนึ่งปี จะเป็นกลุ่มของเดือนมกราคม เดือนกุมภาพันธ์ เดือนมีนาคม เดือนเมษายน เดือนพฤษภาคม เดือนมิถุนายน เดือนกรกฎาคม เดือนสิงหาคม เดือนกันยายน เดือนตุลาคม เดือนพฤศจิกายน และเดือนธันวาคม

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิก (element** หรือ **member)** เซตในวิชาคณิตศาสตร์จะต้องมีความชัดเจน กล่าวคือเมื่อกำหนดเซตของสิ่งใดจะสามารถบอกได้ตรงกันว่าสิ่งนั้นเป็นสมาชิกของเซตที่กล่าวถึงหรือไม่ เช่น เซตของชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์เป็นเซตที่มีความชัดเจนเพราะสามารถบอกได้ตรงกันว่า เซตของชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์ประกอบด้วยสมาชิก วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์



## 1.1 วิธีเขียนเซต

วิธีเขียนเซตเขียนได้ 2 แบบ คือ

1. วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก
2. วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

### วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

**การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก**

- เขียนแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C
- เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา
- ใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

ให้ A แทนเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 4

เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3\}$

อ่านว่า A เป็นเซตที่มี 1, 2, 3 เป็นสมาชิก

ให้ B แทนเซตของจำนวนเต็มคี่ที่มากกว่า 1 แต่น้อยกว่า 20

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

อ่านว่า B เป็นเซตที่มี 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 เป็นสมาชิก

การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก ให้เขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น เซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษที่อยู่ในคำว่า math คือ $\{m, a, t, h\}$ และในกรณีที่สมาชิกของเซตมีจำนวนมาก การเขียนเซตจะใช้จุดสามจุด (...) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างที่อยู่ในเซตนั้น เช่น $C = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ สัญลักษณ์ "..." แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7, 8, 9 เป็นสมาชิกของเซต C ด้วย

คำว่า "เป็นสมาชิกของ" หรือ "อยู่ใน" เขียนแทนด้วย "$\in$"

และคำว่า "ไม่เป็นสมาชิกของ" หรือ "ไม่อยู่ใน" เขียนแทนด้วย "$\notin$"

เช่น $D = \{1, 2, 3, ..., 8\}$

4 เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $4 \in D$

0 ไม่เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $0 \notin D$

กำหนดให้ E แทนเซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2 จะเขียนเซต E แบบแจกแจงสมาชิกไม่ได้ เพราะจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 มีมากมายนับไม่ถ้วน นับสมาชิกได้ไม่ครบทุกตัว และไม่สามารถใช้จุดสามจุดเพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างอยู่ในเซต

## วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

**การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก**

ใช้ตัวแปรแทนสมาชิก และมีเงื่อนไขบอกให้ทราบว่าตัวแปรนั้นแทนสมาชิกใดบ้าง ซึ่งเงื่อนไขไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน แต่เมื่อเขียนแบบแจกแจงสมาชิกแล้วต้องมีสมาชิกเหมือนกัน

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จะเขียนเซต A แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายแบบ เช่น

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $4\}$

หรือ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง $3\}$

กำหนดให้ $B = \{-2, 2\}$ จะเขียนเซต B แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายแบบ เช่น

$B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x$ เป็นรากที่สองของ $4\}$

หรือ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 - 4 = 0\}$

หรือ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $(x+2)(x-2) = 0\}$

## 1.2 เซตจำกัดและเซตอนันต์

**เซตจำกัด**

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ เรียกว่า **เซตจำกัด (finite set)**

เช่น {1, 5, 9} มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 3 ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

{2, 4, 6, ..., 20} มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 10 ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

{1, 2, 3, ..., n} มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

เซตจำกัดที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์หรือเซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า **เซตว่าง (empty set** หรือ **null set)** เขียนแทนด้วย { } หรือ $\phi$

เช่น {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกระหว่าง 5 และ 6} พบว่าไม่มีจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 5 และ 6 เซตดังกล่าวจึงไม่มีสมาชิกอยู่ในเซต ดังนั้น เป็นเซตว่าง


เซตว่างเป็นเซตจำกัด



**เซตอนันต์**

เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์ (infinite set)**

เช่น {1, 2, 3, ...} เป็นเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้ ดังนั้น เป็นเซตอนันต์

{2, 4, 6, ...} เป็นเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้ ดังนั้น เป็นเซตอนันต์

อนึ่ง มีเซตบางเซตที่กล่าวถึงอยู่บ่อยๆ จึงมีการตกลงใช้สัญลักษณ์แทนเซตเหล่านั้น เช่น

R แทนเซตของจำนวนจริง

$R^+$ แทนเซตของจำนวนจริงบวก

$R^-$ แทนเซตของจำนวนจริงลบ

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

$Q'$ แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

Z แทนเซตของจำนวนเต็ม

$Z^+$ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก

$Z^-$ แทนเซตของจำนวนเต็มลบ

N แทนเซตของจำนวนนับ

# 1.3 เซตที่เท่ากัน

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 4, 3, 2\}$

จะเห็นว่าเซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ถึงแม้ว่าลำดับการเขียนสมาชิกจะต่างกัน ก็ถือว่าเซตทั้งสองเป็นเซตเดียวกัน

เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

**บทนิยาม**

เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายถึง มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เช่น

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $5 \in B$ แต่ $5 \notin A$

ดังนั้น $A \neq B$

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{4, 2, 3\}$

ตรวจสอบว่ามีเซตคู่ใดบ้างที่เท่ากัน และเซตคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

**วิธีทำ** $A \neq B$ เพราะมี $8 \in A$ แต่ $8 \notin B$

$A \neq C$ เพราะมี $8 \in A$ แต่ $8 \notin C$

$B = C$ เพราะมี $2 \in B$ และ $2 \in C$

$3 \in B$ และ $3 \in C$

$4 \in B$ และ $4 \in C$

หรือกล่าวได้ว่า สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต C และสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น $B = C$ **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้ $A = N$ ซึ่ง N เป็นเซตของจำนวนนับ

$B = \{2n \mid n$ เป็นจำนวนนับ$\}$

ตรวจสอบว่าเซต A และเซต B เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

**วิธีทำ** เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$

ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมี $1 \in A$ แต่ $1 \notin B$ **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดให้ C = {x | x เป็นจำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว}

D = {2, 4, 6, 8, ...}

E = {8, 6, 4, 2, ...}

ตรวจสอบว่าเซตคู่ใดบ้างที่เท่ากัน และเซตคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

**วิธีทำ** เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น C = {2, 4, 6, 8, ...}

จะได้ว่า $C = D$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต D และสมาชิกทุกตัวของเซต D เป็นสมาชิกของเซต C

$C \neq E$ เพราะมี $10 \in C$ แต่ $10 \notin E$

$D \neq E$ เพราะมี $10 \in D$ แต่ $10 \notin E$ **ตอบ**

## 1.4 เอกภพสัมพัทธ์

เอกภพสัมพัทธ์

**เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)** คือ เซตที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

ใช้ $\mathcal{U}$ แทนเอกภพสัมพัทธ์

การเขียนเอกภพสัมพัทธ์อาจเขียนให้อยู่ในเซตหรืออยู่นอกเซตก็ได้

เช่น $A = \{x \in Z \mid x \geq 0\}$

หรือ $A = \{x \mid x \geq 0\}$ เมื่อ $\mathcal{U} = Z$

เช่น ในปีการศึกษา 2566 สมาคมศิษย์เก่าโรงเรียนประชาสามัคคีประกาศให้ทุนการศึกษาแก่นักเรียนในโรงเรียนที่ได้คะแนนเฉลี่ยของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 เป็นอันดับที่ 1 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละหนึ่งคน (ถ้าแต่ละชั้นมีคนได้คะแนนเฉลี่ยอันดับที่ 1 มากกว่า 1 คน ให้จัดสอบแข่งขันเพื่อคัดเลือกนักเรียนเพียงชั้นละ 1 คนเท่านั้น) ในกรณีนี้ เอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนประชาสามัคคี

**ตัวอย่างที่ 4** กำหนดให้ $A = \{x \mid x < 5\}$ เมื่อ $\mathcal{U} = Z^+$ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

**วิธีทำ** เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ ($\mathcal{U}$) เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

เซต A มีสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 จะได้สมาชิกในเซต A คือ 1, 2, 3, 4

ดังนั้น เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4\}$ **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 5** กำหนดให้ $B = \{x \mid 2x-1 = 5\}$ เมื่อ $\mathcal{U} = Z$ เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิก

**วิธีทำ** จากสมการ $2x-1 = 5$ คำตอบของสมการคือ $x = 3$

เนื่องจาก $\mathcal{U} = Z$

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

จะเห็นว่า $3 \in \mathcal{U}$

ดังนั้น เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3\}$ **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 6** กำหนดให้ $C = \{x \mid 1 < x < 9$ และ $x$ หารด้วย 3 ลงตัว$\}$ เมื่อ $\mathcal{U} = N$ เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิก

**วิธีทำ** จาก $1 < x < 9$ และ $x$ หารด้วย 3 ลงตัว

จำนวนที่แทน $x$ ที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดคือ 3 และ 6

ดังนั้น เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{3, 6\}$ **ตอบ**

## แบบฝึกหัดที่ 1

**คำชี้แจง** แบบฝึกหัดนี้มีทั้งหมด 6 ข้อ (30 ข้อย่อย) ข้อย่อยข้อละ 1 คะแนน รวมเป็น 30 คะแนน

1. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
   (1) กำหนดให้ A เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์
   วันศุกร์ เป็นสมาชิกของเซต A
   (2) กำหนดให้ B เป็นเซตของตัวอักษรตัวพิมพ์เล็กที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ
   e และ u เป็นสมาชิกของเซต B
   (3) กำหนดให้ $C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 10 แต่น้อยกว่า 20$\}$
   10 เป็นสมาชิกของเซต C
   (4) กำหนดให้ $D = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $(x-1)(x+2) = 0\}$
   1 และ $-2$ เป็นสมาชิกของเซต D

2. เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
   (1) $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $10\}$
   (2) $B = \{x \in Z \mid (x+1)(2x+3) = 0\}$
   (3) $C = \{x \in R \mid x^2-4x-5 = 0\}$
   (4) $D = \{x \in R \mid x^2 = 25\}$
   (5) $E = \{x \in R \mid x^2-3x+2 = 0\}$
3. เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
   (1) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
   (2) $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$
   (3) $C = \{\ldots, -3, -1, 1, 3, \ldots\}$
   (4) $D = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots\}$
   (5) $E = \{a, a+1, a+2, a+3, \ldots\}$
4. ตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตจำกัด และเซตใดเป็นเซตอนันต์
   (1) $A = \{2, 3, 4\}$
   (2) $B = \{2, 3, 4, \ldots, 100\}$
   (3) $C = \{2, 3, 4, \ldots, n\}$
   (4) $D = \{x \in Z \mid -9 < x < 9\}$
   (5) $E = \{x \in Z^- \mid x \leqslant -10\}$
   (6) $F = \{x \in Z \mid -5 < x \leqslant 100\}$
   (7) $G = \{x \in Z^+ \mid x \leqslant 200\}$
   (8) $H = \{x \in Z \mid x \leqslant 200\}$
5. ตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตว่าง และเซตใดไม่เป็นเซตว่าง
   (1) $\{x \mid x$ เป็นชื่อเดือนที่ไม่ได้ลงท้ายด้วยคำว่า "คม" หรือคำว่า "ยน"$\}$
   (2) $\{x \mid x$ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า $1\}$
   (3) $\{x \in R \mid x = x+1\}$
   (4) $\{x \in Z \mid (2x-1)(3x+2) = 0\}$
   (5) $\{x \in R \mid x^2+1 = 0\}$
6. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
   (1) ถ้า $A = \{3, 5, 7\}$ และ $B = \{7, 3, 5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$
   (2) ถ้า $A = \{x \in R \mid x^2-25 = 0\}$ และ $B = \{5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$
   (3) ถ้า $A = \{x \in Z \mid (3x-1)(x-3) = 0\}$ และ $B = \{x \in Z^+ \mid (x+2)(2x-6) = 0\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$



ได้

เต็ม 30

| | | |
|---|---|---|
| ดีมาก | 80%-100% | 24-30 คะแนน |
| ดี | 60%-79% | 18-23 คะแนน |
| ปานกลาง | 40%-59% | 12-17 คะแนน |
| ปรับปรุง | 0%-39% | 0-11 คะแนน |

ถ้าได้ปรับปรุง
ให้ทบทวนอีกครั้ง

# กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

ให้นักเรียนทำกิจกรรมข้อ 1–2 นอกเวลาเรียน

1. ให้นักเรียนตัดกระดาษขนาดเท่ากัน 26 ใบ เพื่อช่วยกันทำบัตรเซต
2. ด้านหน้าของบัตรให้เขียนตัวอักษร A–Z ใบละ 1 ตัวอักษร และด้านหลังของบัตรให้เขียนเซตที่เท่ากันทั้งหมด 13 คู่ เช่น

| *ด้านหน้า* | *ด้านหลัง* |
|---|---|
| **A** | $\{y \mid y$ เป็นรากที่สองของ $9\}$ |
| **B** | $\{-3, 3\}$ |



นำบัตรที่ได้มาทำกิจกรรมข้อ 3–5 ดังนี้

3. ให้นักเรียนแบ่งเป็น 4 กลุ่มเท่าๆ กัน หงายหน้าบัตรด้านที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษขึ้น
4. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาเลือกบัตรกลุ่มละ 2 ใบ แล้วดูด้านหลังของบัตรที่เลือก
   – ถ้าเป็นเซตที่เท่ากัน ให้เก็บบัตรคู่นั้นไว้ที่กลุ่มของตนเอง
   – ถ้าไม่เป็นเซตที่เท่ากัน ให้วางบัตรโดยหงายหน้าบัตรด้านที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษขึ้นเหมือนเดิม
5. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนคนใหม่ออกมา แล้วทำซ้ำตามข้อ 3–4 จนไม่เหลือบัตร กลุ่มใดมีบัตรเก็บไว้มากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ

หลังจากทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ระบุเซตที่เท่ากัน พร้อมยกบัตรแสดงให้เพื่อนในชั้นเรียนดู
2. ระบุเซตที่ไม่เป็นเซตที่เท่ากัน พร้อมยกบัตรแสดงให้เพื่อนในชั้นเรียนดู
3. อธิบายประโยชน์ที่ได้จากการทำกิจกรรม

# 2. สับเซตและเพาเวอร์เซต

## 2.1 สับเซต

กำหนดให้ $A = \{a, b\}$ และ $B = \{a, b, c, d, e\}$

$A$ มีสมาชิก 2 ตัว คือ a และ b

$B$ มีสมาชิก 5 ตัว คือ a, b, c, d และ e

จะเห็นว่าสมาชิกทั้งหมดของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

กล่าวได้ว่า เซต A เป็น**สับเซต (subset)** ของเซต B

**บทนิยาม**

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$



1. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \subset A$
2. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $\phi \subset A$

**ตัวอย่างที่ 1** จากเซต A และเซต B ที่กำหนดให้ พิจารณาว่าเซต A เป็นสับเซตของเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

(1) $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$

(2) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

**วิธีทำ** (1) $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B **ตอบ**

(2) $A \not\subset B$ เพราะมี $4 \in A$ แต่ $4 \notin B$ **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้ $A = \{4, 5, 7\}$ และ $B = \{5, 7, 4\}$ พิจารณาว่าเซต A เท่ากับเซต B หรือไม่

**วิธีทำ** จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

และ $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

ดังนั้น $A = B$ **ตอบ**

**จากตัวอย่างที่ 2 พบว่า**

**กำหนดให้ A และ B เป็นเซต จะได้ว่า $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$**

เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B แต่มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ไม่เป็นสมาชิกของเซต A

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ พิจารณาว่าเซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B หรือไม่

**วิธีทำ** จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B
แต่ $B \not\subset A$ เพราะมี $7 \in B$ แต่ $7 \notin A$
ดังนั้น เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 4** กำหนดให้ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า $4\}$
และ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 5 ลงตัว$\}$
พิจารณาว่าเซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A หรือไม่

**วิธีทำ** เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{5, 6, 7, 8, ...\}$
เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{5, 10, 15, 20, ...\}$
จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A
$A \not\subset B$ เพราะมี $6 \in A$ แต่ $6 \notin B$
ดังนั้น เซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A **ตอบ**

**จากตัวอย่างที่ 4 พบว่า**

**กำหนดให้ A และ B เป็นเซต จะได้ว่าเซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$**

**ตัวอย่างที่ 5** กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

(1) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว
(2) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว
(3) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว
(4) หาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A

**วิธีทำ** กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

(1) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว มี 3 เซต **ตอบ**
(2) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว คือ $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว มี 3 เซต **ตอบ**
(3) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\{1, 2, 3\}$
ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว มี 1 เซต **ตอบ**
(4) เนื่องจากเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต จึงได้ว่า $\phi \subset A$
ดังนั้น จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A มี 8 เซต คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \phi$ **ตอบ**

พิจารณาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A ต่อไปนี้

➩ เมื่อ A = {a} จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ $\phi$ และ {a}
ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 2 เซต หรือ $2^1$ เซต

➩ เมื่อ A = {a, b} จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ $\phi$, {a}, {b} และ {a, b}
ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 4 เซต หรือ $2^2$ เซต

➩ เมื่อ A = {a, b, c} จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ $\phi$, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c} และ {a, b, c} ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 8 เซต หรือ $2^3$ เซต

ตัวอย่างที่กล่าวข้างต้นสรุปการหาจำนวนสับเซตได้ดังนี้

**ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n ตัว แล้วจำนวนสับเซตของเซต A เท่ากับ $2^n$ เซต**

## 2.2 เพาเวอร์เซต

กำหนดให้ A = {1, 2} จะได้สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ $\phi$, {1}, {2}, {1, 2} เขียนเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A ได้เป็น {$\phi$ {1}, {2}, {1, 2}} เรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A ว่า **เพาเวอร์เซต (power set)** ของเซต A เขียนแทนด้วย P(A)

P(A) = {$\phi$, {1}, {2}, {1, 2}}

**บทนิยาม**

เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เรียกว่า **เพาเวอร์เซต**ของเซต A เขียนแทนด้วย P(A)

**ตัวอย่างที่ 6** กำหนดให้ B = {1, 2, 3} หาจำนวนสมาชิกของ P(B)

**วิธีทำ** กำหนดให้ B = {1, 2, 3}

สมาชิกของ P(B) ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีสมาชิก มี 1 เซต คือ $\phi$
2. เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว มี 3 เซต คือ {1}, {2} และ {3}
3. เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว มี 3 เซต คือ {1, 2}, {1, 3} และ {2, 3}
4. เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว มี 1 เซต คือ {1, 2, 3}

จะได้สับเซตของเซต B คือ $\phi$, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต B หรือเพาเวอร์เซตของเซต B คือ

P(B) = {$\phi$, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}}

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(B) มี 1+3+3+1 ซึ่งเท่ากับ 8 หรือเท่ากับ $2^3$ ตัว **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 7** กำหนดให้ C = {a, b, c, d} หาจำนวนสมาชิกของ P(C)

**วิธีทำ** กำหนดให้ C = {a, b, c, d}

สมาชิกของ P(C) ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีสมาชิก มี 1 เซต คือ $\phi$
2. เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว มี 4 เซต คือ {a}, {b}, {c} และ {d}
3. เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว มี 6 เซต คือ {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d} และ {c, d}
4. เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว มี 4 เซต คือ {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d} และ {b, c, d}
5. เซตที่มีสมาชิก 4 ตัว มี 1 เซต คือ {a, b, c, d}

จะได้สับเซตของเซต C คือ $\phi$, {a}, {b}, {c}, {d}, {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d}, {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d}, {a, b, c, d}

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต C หรือเพาเวอร์เซตของเซต C คือ

$$P(C) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(C) มี 1+4+6+4+1 ซึ่งเท่ากับ 16 หรือเท่ากับ $2^4$ ตัว **ตอบ**

จากตัวอย่างที่ 6 และตัวอย่างที่ 7 จะเห็นว่า

1. ถ้าเซต A มีสมาชิก n ตัว แล้ว P(A) จะมีสมาชิกทั้งหมดเท่ากับ $2^n$ ตัว
2. ถ้า $X \subset A$ แล้ว $X \in P(A)$
3. ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้วจะได้ว่า $\phi$ และเซต A เป็นสมาชิกของ P(A) เสมอ

**ตัวอย่างที่ 8** หาเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) A = {ก} (2) B = {0, 1} (3) C = {2, 5, 7}

**วิธีทำ** (1) จาก A = {ก}

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต A มี $2^1 = 2$ สับเซต คือ $\phi$, {ก}

ดังนั้น P(A) = {$\phi$, {ก}} **ตอบ**

(2) จาก B = {0, 1}

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต B มี $2^2 = 4$ สับเซต คือ $\phi$, {0}, {1}, {0, 1}

ดังนั้น P(B) = {$\phi$, {0}, {1}, {0, 1}} **ตอบ**

(3) จาก C = {2, 5, 7}

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต C มี $2^3 = 8$ สับเซต คือ $\phi$, {2}, {5}, {7}, {2, 5}, {2, 7}, {5, 7}, {2, 5, 7}

ดังนั้น P(C) = {$\phi$, {2}, {5}, {7}, {2, 5}, {2, 7}, {5, 7}, {2, 5, 7}} **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 9** หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) A = {ก} (2) B = {ก, ข}

(3) C = {ก, ข, ค, ง, จ} (4) D = $\phi$

**วิธีทำ** (1) จาก A = {ก} จะได้ว่าเซต A มีสมาชิก 1 ตัว
ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(A) มี $2^1 = 2$ ตัว **ตอบ**

(2) จาก B = {ก, ข} จะได้ว่าเซต B มีสมาชิก 2 ตัว
ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(B) มี $2^2 = 4$ ตัว **ตอบ**

(3) จาก C = {ก, ข, ค, ง, จ} จะได้ว่าเซต C มีสมาชิก 5 ตัว
ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(C) มี $2^5 = 32$ ตัว **ตอบ**

(4) จาก D = $\phi$ จะได้ว่าเซต D มีสมาชิก 0 ตัว
ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(D) มี $2^0 = 1$ ตัว **ตอบ**

จากตัวอย่างที่ 9 จะเห็นว่า D = $\phi$ แต่ P(D) = {$\phi$} นั่นคือ **เพาเวอร์เซตของเซตใด ๆ จะไม่เป็นเซตว่าง ทั้งนี้เนื่องจากเซตใด ๆ มีเซตว่างเป็นสับเซตเสมอ**

***กิจกรรมเสนอแนะ***

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนเซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ประกอบขึ้นเป็นชื่อเล่นของตนเองแบบแจกแจงสมาชิก แล้วหาเพาเวอร์เซตของเซตนั้น จากนั้นสลับกับเพื่อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

## แบบฝึกหัดที่ 2

**คำชี้แจง** แบบฝึกหัดนี้มีทั้งหมด 5 ข้อ (30 ข้อย่อย) ข้อย่อยข้อละ 1 คะแนน รวมเป็น 30 คะแนน

1. กำหนดให้ A = {2, 3, 4, 5}
   (1) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว
   (2) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว
   (3) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว
   (4) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 4 ตัว
2. หาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้
   (1) {a} (2) {3, 5}
   (3) {3, 4, 5} (4) {$\phi$}

3. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

(1) $\{2, 3, 5, 7\} \subset \{2, 3, 4, 7, 8\}$

(2) $\{3, 4\} \subset \{1, 2, \{3, 4\}\}$

(3) $\{1, \{3, 4\}\} \subset \{1, 2, \{3, 4\}\}$

(4) ถ้า $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{4, 2, 6, 8\}$ แล้วจะได้ว่า $A \subset B$

(5) ถ้า $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{4, 2, 6, 8\}$ แล้วจะได้ว่า $B \subset A$

(6) ถ้า $A = \{x \in Z^{+} \mid x \leq 10\}$ และ $B = \{x \in Z \mid x \leq 11\}$ แล้วจะได้ว่า $A \subset B$

(7) $A = \{n \mid n = 2x+1$ เมื่อ $x$ เป็นจำนวนนับ$\} \subset N$

(8) กำหนดให้ $A = \{4, 3, 2, \ldots, -2\}$ และ $B = \{-3, -2, -1, \ldots, 3\}$ จะได้ว่า $B \subset A$

(9) ถ้า $A = \{a\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{a\}\}$

(10) ถ้า $A = \{4, 7\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{4\}, \{7\}, \{4, 7\}\}$

(11) ถ้า $A = \{\phi\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{\phi\}\}$

(12) ถ้า $A = \phi$ แล้วจะได้ว่า $P(A)$ มี $\phi$ เป็นสมาชิกเสมอ

4. หาเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) $A = \{1, 2, 3\}$

(2) $B = \{0, 4\}$

(3) $C = \{0\}$

(4) $D = \{\phi\}$

(5) $E = \phi$

5. หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) $A = \{a\}$

(2) $B = \{0, \phi\}$

(3) $C = \{0, \phi, \{0\}, \{\phi\}\}$

(4) $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(5) $E = \{0, 1, 2, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}, \{0, 1, 2\}\}$



ได้

เต็ม 30

| | | |
|---|---|---|
| **ดีมาก** | 80%-100% | 24-30 คะแนน |
| **ดี** | 60%-79% | 18-23 คะแนน |
| **ปานกลาง** | 40%-59% | 12-17 คะแนน |
| **ปรับปรุง** | 0%-39% | 0-11 คะแนน |

ถ้าได้**ปรับปรุง**
ให้ทบทวนอีกครั้ง

## กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 2

ให้นักเรียนเตรียมอุปกรณ์ต่อไปนี้

1. กระป๋อง 3 ใบ แต่ละใบติดป้าย ดังรูป


2. ตัดกระดาษสีเพื่อทำ "บัตรสับเซต" ของเซต A เซต B และเซต C โดยเขียนสับเซตทั้งหมดของเซต A เซต B และเซต C ลงในบัตร 1 ใบ ต่อ 1 สับเซต

ตัวอย่างเซต $A = \{\phi, \{1\}, 2\}$

$B = \{\{\phi\}, \{1, 2\}, 1\}$

$C = \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$

นำกระป๋องและบัตรสับเซตมาทำกิจกรรมดังนี้

ส่งตัวแทนออกมาหน้าห้องเรียน 1 คน ส่วนนักเรียนที่เหลือให้แบ่งเป็น 3 กลุ่มเท่า ๆ กัน แต่ละกลุ่มไปยืนอยู่หลังกระป๋องที่เตรียมไว้

3. ตัวแทนสุ่มหยิบบัตรสับเซตทีละ 1 ใบ แสดงให้เพื่อนดู ถ้าเป็นสับเซตของกลุ่มใดให้คนที่ยืนอยู่หน้าสุดของแถววิ่งไปเอามาใส่กระป๋องหน้ากลุ่มของตนเอง

4. ทำซ้ำข้อ 3 ไปเรื่อย ๆ กลุ่มใดมีบัตรสับเซตครบเป็นกลุ่มแรกจะเป็นฝ่ายชนะ

หลังจากทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. เขียนเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เซต B และเซต C
2. ระบุจำนวนสมาชิกของ $P(A)$, $P(B)$ และ $P(C)$
3. อธิบายประโยชน์ที่ได้จากการทำกิจกรรม