



คณิตศาสตร์

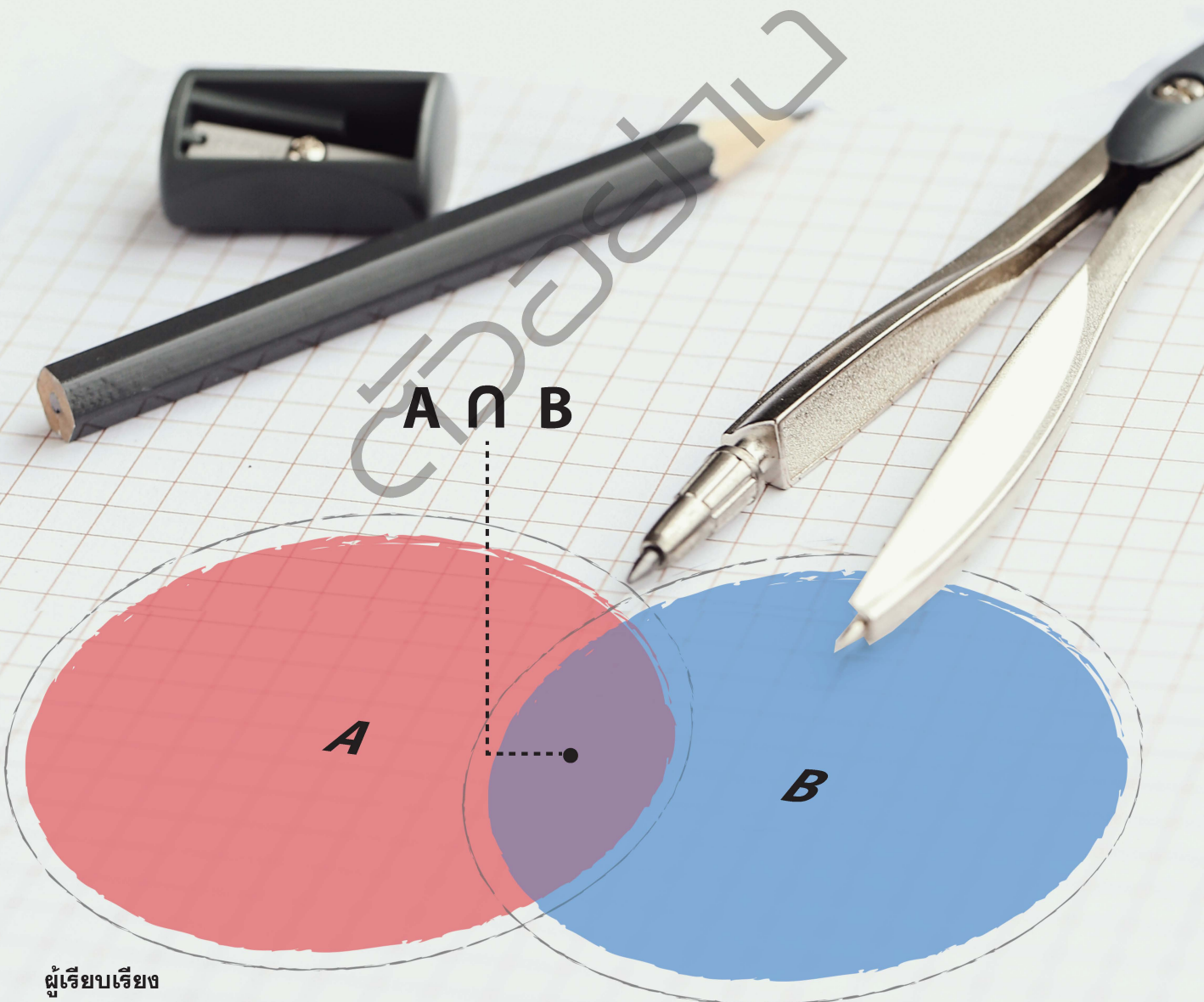
ม.4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เล่ม 1



ผู้เรียบเรียง

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

75.-

คำอธิบายรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลา 100 ชั่วโมง จำนวน 2.5 หน่วยกิต

ศึกษาเซต สับเซตและเพาเวอร์เซต การดำเนินการของเซต ประพจน์และการเชื่อมประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ การอ้างเหตุผล ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว จำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์และเลขยกกำลัง การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการและการแก้สมการของพหุนาม อสมการ และการแก้สมการของพหุนาม และการแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

โดยจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา ให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีความคิดสร้างสรรค์ นำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ควบคู่ไปกับคุณธรรม และจริยธรรม และมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ได้แก่ การทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้

1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล
3. เข้าใจจำนวนจริงและใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหา
4. แก้วสมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียว ดีกรีไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
5. แก้วสมการและอสมการเศษส่วนของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
6. แก้วสมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

รวมทั้งหมด 6 ผลการเรียนรู้

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1

ตามผลการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

ผู้ตรวจ

รศ. นงนุช สุขวาริ

ผศ. ดร.สุชัย ตันยอชฌาณ

ยุพดี มงคลจินดาวงศ์

บรรณาธิการ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1

ตามผลการเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

ผู้ตรวจ รศ. นงนุช สุขวารี
ผศ. ดร.สุชัย ตันยอชฌาวัฒน์
สุพดี มงคลจินดาวงศ์

บรรณาธิการ ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ
สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย.

หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เล่ม 1.-กรุงเทพฯ : แม็คเอ็ดดูเคชั่น, 2567.

212 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

510.7

ISBN 978-616-345-267-2

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวน 8,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : ธันวาคม 2566

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดทำโดย

MAC EDUCATION

ส่งชานดิสังจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท แพลนพรินท์ติ้ง จำกัด

คำชี้แจง

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ดำเนินการทบทวนหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในระยะแรกให้ปรับปรุงมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม สำหรับใช้ในปีการศึกษา 2561 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 4 ปีการศึกษา 2562 ให้ใช้ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และตั้งแต่ปีการศึกษา 2563 เป็นต้นไปให้ใช้ในทุกชั้นเรียน ซึ่งการปรับหลักสูตรครั้งนี้มีเป้าหมายสำคัญเพื่อให้โรงเรียนสามารถจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบสามารถใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการบูรณาการกับความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาหรือพัฒนาด้านกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรมที่นำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์หรือสร้างสรรค์นวัตกรรม นอกจากนี้ยังให้เกิดการเรียนรู้เรื่องภูมิศาสตร์ (Geo-literacy) ทั้งด้านความสามารถทางภูมิศาสตร์ กระบวนการทางภูมิศาสตร์ และทักษะทางภูมิศาสตร์ เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจได้อย่างถูกต้องและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต

ด้วยตระหนักถึงความสำคัญของการปรับเปลี่ยนข้างต้น บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด จึงได้มอบหมายให้ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ด้านการพัฒนาสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดและประเมินผลได้ปรับปรุงพัฒนาหนังสือเรียนให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดของหลักสูตรในกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีการเปลี่ยนแปลง และให้สอดคล้องกับการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่กำหนดไว้ในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560–2579 และยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี

โดยหนังสือเรียนแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะให้ผู้ใช้หนังสือเรียนได้ทราบเป้าหมายการเรียนรู้ในตอนต้นหน่วยการเรียนรู้ จากสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ และทุกหัวข้อหลักจะนำเสนอแนวคิดสำคัญเพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่เป็นความรู้ ความคิดที่เป็นแก่นสำคัญที่ต้องเรียนรู้ให้ลึกซึ้ง และการเรียนรู้ที่ดี ผู้เรียนควรได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะๆ ก่อนเรียนเรื่องใหม่ ดังนั้น ในหนังสือเรียนจะมีการสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบ

ตนเอง หรือบางหัวข้ออาจเป็นการฝึกทักษะให้ชำนาญก่อน สิ่งที่เพิ่มเติมในหนังสือเรียนเล่มนี้ คือ กิจกรรมบูรณาการวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (STEM) ตามเป้าหมาย สำคัญของการปรับหลักสูตรครั้งนี้ ซึ่งผู้เรียนและครูสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสม กับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน การศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมโดยใช้เทคโนโลยีการสื่อสารและสารสนเทศ (ICT) เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องค้นคว้าเพิ่มเติม ดังนั้นในหนังสือเรียนเล่มนี้จึงได้มีการเสริมเนื้อหาเพิ่มเติมที่ได้ ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้ แทรกไว้ในเนื้อหาบางหน่วย โดยใช้สัญลักษณ์



ผู้เรียนสามารถใช้สมาร์ทโฟนสแกน QR Code หรือเปิดเว็บไซต์ MACeducation.com เพื่อเข้าเมนู การศึกษาขั้นพื้นฐาน >>> MAC iLink และเลือกเปิดดูส่วนเสริมของบทเรียนในหนังสือแต่ละเล่มได้ ท้ายหน่วยการเรียนรู้ทุกหน่วยจะมีการสรุปบทเรียนสำหรับผู้เรียนได้ใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการตรวจสอบ องค์ความรู้ที่ควรได้รับการพัฒนาหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนรู้ หรือเป็นสาระสำคัญที่ควรจดจำและทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ ซึ่งนับว่าเป็นส่วนสำคัญอีกส่วนหนึ่งในการปรับปรุงหนังสือเรียนครั้งนี้ที่ได้พัฒนาให้ ชัดเจนยิ่งขึ้น

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะมีคุณค่า มีประโยชน์ และช่วยส่งเสริมการปฏิรูปการศึกษา เพื่อเป็นรากฐานสำคัญที่จะช่วยทำให้ประเทศไทยก้าวสู่ประเทศที่มี การพัฒนาอย่างยั่งยืน ด้วยการมีพลเมืองที่มีคุณภาพ มีความคิดสร้างสรรค์ ตามเจตนารมณ์ของ การปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้และนโยบายประเทศไทย 4.0

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 ได้เรียบเรียงขึ้นใหม่ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กิจกรรมการเรียนการสอนในหนังสือเล่มนี้ได้บูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันไว้ในหน่วยการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

วัตถุประสงค์ของการเขียนหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามผลการเรียนรู้เน้นการเชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ฝึกทักษะตามสาระเพื่อวัดผลประเมินผลตนเอง มีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดจนการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 3 หน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้สรุปผังมโนทัศน์ของเนื้อหา ระบุผลการเรียนรู้ มีภาพและคำถามเข้าสู่บทเรียน แนวคิดหลักของหน่วยการเรียนรู้ แนวคิดสำคัญของแต่ละเรื่อง กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมสะเต็มศึกษา/กิจกรรมบูรณาการ บทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

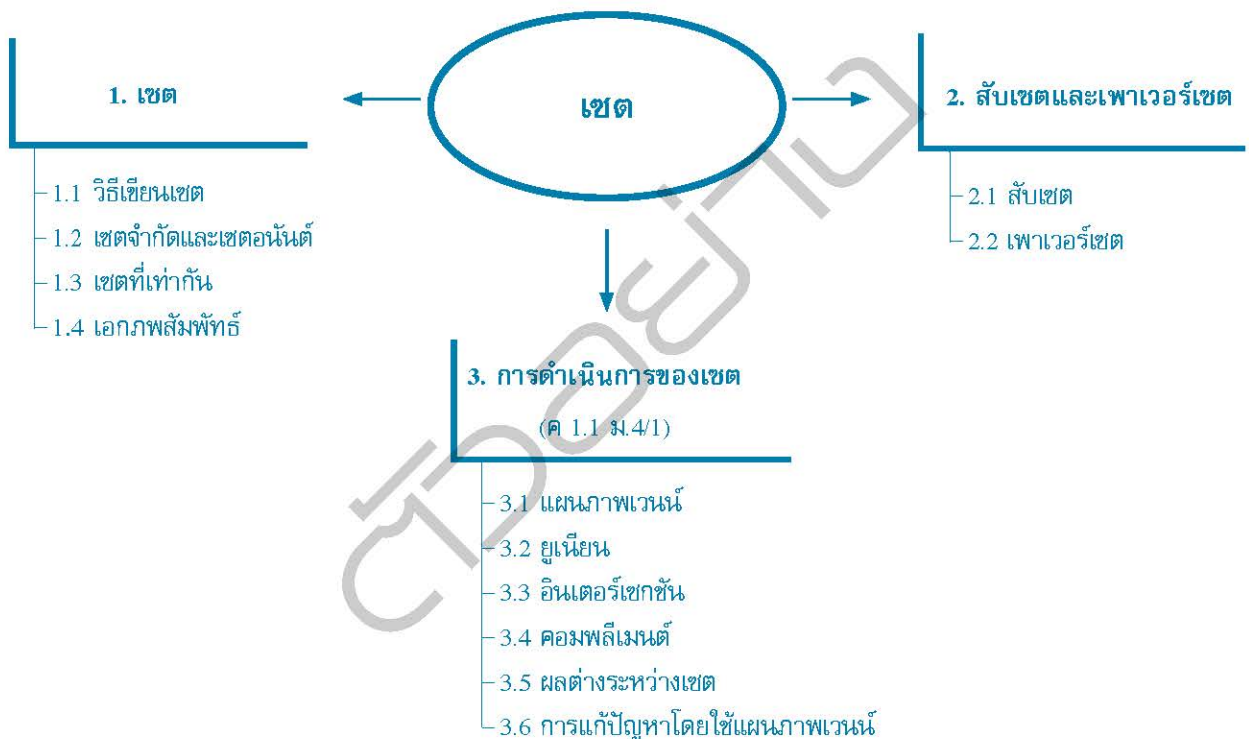
ท้ายนี้ต้องขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจโดยส่งผลต่อการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ผศ. ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เขต	1
1. เขต	2
2. ลับเขตและเพาเวอร์เซต	10
3. การดำเนินการของเซต	16
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	46
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตรรกศาสตร์	48
1. ประพจน์และการเชื่อมประพจน์	49
2. ค่าความจริงของประพจน์	58
3. การอ้างเหตุผล	72
4. ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว	76
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	88

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนจริง	90
1. จำนวนจริง	91
2. สมบัติของจำนวนจริง	98
3. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	107
4. จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์และเลขยกกำลัง	110
5. การแยกตัวประกอบของพหุนาม	141
6. สมการและการแก้สมการของพหุนาม	155
7. อสมการและการแก้สมการของพหุนาม	168
8. การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์	185
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	197
บรรณานุกรม	199
อภิธานศัพท์	200



ผลการเรียนรู้

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเขต ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน
พฤษภาคม	มิถุนายน	กรกฎาคม	สิงหาคม
กันยายน	ตุลาคม	พฤศจิกายน	ธันวาคม

นักเรียนจะแบ่งกลุ่มของบัตร
ชื่อเดือนเป็นกี่กลุ่ม
โดยใช้ข้อกำหนดอะไรบ้าง



แนวคิดหลัก

ในทางคณิตศาสตร์ “เซต” เป็นการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่สามารถกำหนดสมาชิกได้อย่างชัดเจน (well defined) และสามารถสร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ ซึ่งมีเอกภาพสัมพันธ์เดียวกันได้ดังนี้ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ และผลต่างของเซต โดยใช้แผนภาพเวนนช่วยในการหาเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ได้

1. เซต



แนวคิดสำคัญ

ในทางคณิตศาสตร์ เซต เป็นการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ การเขียนเซตเขียนได้ 2 แบบ คือ แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข ในการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขนั้นจะต้องมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใด ๆ จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากเซตที่กำหนด ซึ่งเรียกว่า เอกภาพสัมพันธ์ และเนื่องจากเซตหนึ่งเซตสามารถเขียนสมาชิกแบบบอกเงื่อนไขได้หลายกรณี การตรวจสอบว่าในแต่ละกรณีนั้นเป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่ ให้พิจารณาจากสมาชิกของเซตทั้งสอง “เซตสองเซตจะเป็นเซตที่เท่ากันก็ต่อเมื่อมีสมาชิกเหมือนกันทุกสมาชิก”

เซต (set) เป็นคำที่ใช้แทนการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น

เซตของชื่อเดือนในหนึ่งปี จะเป็นกลุ่มของเดือนมกราคม เดือนกุมภาพันธ์ เดือนมีนาคม เดือนเมษายน เดือนพฤษภาคม เดือนมิถุนายน เดือนกรกฎาคม เดือนสิงหาคม เดือนกันยายน เดือนตุลาคม เดือนพฤศจิกายน และเดือนธันวาคม

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิก (element หรือ member)** เซตในวิชาคณิตศาสตร์จะต้องมีความชัดเจน กล่าวคือเมื่อกำหนดเซตของสิ่งใดจะสามารถบอกได้ตรงกันว่าสิ่งนั้นเป็นสมาชิกของเซตที่กล่าวถึงหรือไม่ เช่น เซตของชื่อวัน

ในหนึ่งสัปดาห์เป็นเซตที่มีความชัดเจนเพราะสามารถบอกได้ตรงกันว่า เซตของชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์ประกอบด้วยสมาชิก วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์

1.1 วิธีเขียนเซต

วิธีเขียนเซตเขียนได้ 2 แบบ คือ

1. วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก
2. วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

วิธีเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

- เขียนแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C
- เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา
- ใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

ให้ A แทนเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 4

เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3\}$

อ่านว่า A เป็นเซตที่มี 1, 2, 3 เป็นสมาชิก

ให้ B แทนเซตของจำนวนเต็มคี่ที่มากกว่า 1 แต่น้อยกว่า 20

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

อ่านว่า B เป็นเซตที่มี 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 เป็นสมาชิก

การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก ให้เขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น เซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษที่อยู่ในคำว่า math คือ $\{m, a, t, h\}$ และในกรณีที่สมาชิกของเซตมีจำนวนมาก การเขียนเซตจะใช้จุดสามจุด (...) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างที่อยู่ในเซตนั้น เช่น $C = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ สัญลักษณ์ “...” แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7, 8, 9 เป็นสมาชิกของเซต C ด้วย

คำว่า “เป็นสมาชิกของ” หรือ “อยู่ใน” เขียนแทนด้วย “ $\in$ ”

และคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” หรือ “ไม่อยู่ใน” เขียนแทนด้วย “ $\notin$ ”

เช่น $D = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

4 เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $4 \in D$

0 ไม่เป็นสมาชิกของเซต D เขียนแทนด้วย $0 \notin D$

กำหนดให้ E แทนเซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2 จะเขียนเซต E แบบแจกแจงสมาชิกไม่ได้ เพราะจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 มีมากมายนับไม่ถ้วน นับสมาชิกได้ไม่ครบทุกตัว และไม่สามารถใช้จุดสามจุดเพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่นๆ ที่เข้าใจได้ตรงกันว่ามีสมาชิกอะไรบ้างอยู่ในเซต

วิธีเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกจะใช้ตัวแปรแทนสมาชิก และมีเงื่อนไขบอกให้ทราบว่าตัวแปรนั้นแทนสมาชิกใดบ้าง ซึ่งเงื่อนไขไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน แต่เมื่อเขียนแบบแจกแจงสมาชิกแล้วต้องมีสมาชิกเหมือนกัน

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จะเขียนเซต A แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายแบบ เช่น

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 4\}$$

หรือ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } 3\}$

กำหนดให้ $B = \{-2, 2\}$ จะเขียนเซต B แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายแบบ เช่น

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x \text{ เป็นรากที่สองของ } 4\}$$

หรือ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x^2 - 4 = 0\}$

หรือ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } (x+2)(x-2) = 0\}$

เครื่องหมาย “ $\mid$ ”
แทนคำว่า “โดยที่”



1.2 เซตจำกัดและเซตอนันต์

เซตจำกัด

- เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ เรียกว่า

เซตจำกัด (finite set) เช่น

$\{1, 5, 9\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 3 ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

$\{2, 4, 6, \dots, 20\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 10 ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

$\{1, 2, 3, \dots, n\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น เป็นเซตจำกัด

- เซตจำกัดที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์หรือเซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า **เซตว่าง (empty set)** หรือ

null set) เขียนแทนด้วย $\{\}$ หรือ ϕ เช่น

$\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกระหว่าง } 5 \text{ และ } 6\}$ พบว่าไม่มีจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 5 และ 6 เซตดังกล่าวจึงไม่มีสมาชิกอยู่ในเซต ดังนั้น เป็นเซตว่าง

- เซตว่างเป็นเซตจำกัด

เซตอนันต์

เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์ (infinite set)** เช่น

$\{1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้ ดังนั้น เป็นเซตอนันต์

$\{2, 4, 6, \dots\}$ เป็นเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้ ดังนั้น เป็นเซตอนันต์

ϕ เป็นอักษรกรีก
ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า
Phi (ฟี)



อึ้ง มีเซตบางเซตที่กล่าวถึงอยู่บ่อยๆ จึงมีการตกลงใช้สัญลักษณ์แทนเซตเหล่านั้น เช่น

R แทนเซตของจำนวนจริง

R^+ แทนเซตของจำนวนจริงบวก

R^- แทนเซตของจำนวนจริงลบ

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

Z แทนเซตของจำนวนเต็ม

Z^+ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก

Z^- แทนเซตของจำนวนเต็มลบ

N แทนเซตของจำนวนนับ

สัญลักษณ์แทนเซต
เขียนได้แบบ 2 ชุด เช่น
 $|R| R^+ |R^-| Z Z^+ Z^-$



1.3 เซตที่เท่ากัน

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 4, 3, 2\}$

จะเห็นว่าเซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ถึงแม้ว่าลำดับการเขียนสมาชิกจะต่างกัน ก็ถือว่าเซตทั้งสองเป็นเซตเดียวกัน

เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

บทนิยาม เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายถึง มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เช่น

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

จะเห็นว่า $5 \in B$ แต่ $5 \notin A$

ดังนั้น $A \neq B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{4, 2, 3\}$$

ตรวจสอบว่ามีเซตคู่ใดบ้างที่เท่ากัน และเซตคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

วิธีทำ $A \neq B$ เพราะมี $8 \in A$ แต่ $8 \notin B$

$A \neq C$ เพราะมี $8 \in A$ แต่ $8 \notin C$

$B = C$ เพราะมี $2 \in B$ และ $2 \in C$

$$3 \in B \text{ และ } 3 \in C$$

$$4 \in B \text{ และ } 4 \in C$$

หรือกล่าวได้ว่า สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต C และสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น $B = C$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = N$ ซึ่ง N เป็นเซตของจำนวนนับ

$$B = \{2n \mid n \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$$

ตรวจสอบว่าเซต A และเซต B เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมี $1 \in A$ แต่ $1 \notin B$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว}\}$

$$D = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$E = \{8, 6, 4, 2, \dots\}$$

ตรวจสอบว่าเซตคู่ใดบ้างที่เท่ากัน และเซตคู่ใดบ้างที่ไม่เท่ากัน เพราะเหตุใด

วิธีทำ เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

จะได้ว่า $C = D$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต D และสมาชิกทุกตัวของเซต D เป็นสมาชิกของเซต C

$$C \neq E \text{ เพราะมี } 10 \in C \text{ แต่ } 10 \notin E$$

$$D \neq E \text{ เพราะมี } 10 \in D \text{ แต่ } 10 \notin E$$

ตอบ

1.4 เอกภพสัมพัทธ์

- **เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)** คือ เซตที่กำหนดขึ้นโดยมีข้อตกลงว่า จะไม่กล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

- ใช้ u แทนเอกภพสัมพัทธ์

- การเขียนเอกภพสัมพัทธ์อาจเขียนให้อยู่ในเซตหรืออยู่นอกเซตก็ได้

$$\text{เช่น } A = \{x \in Z \mid x \geq 0\}$$

$$\text{หรือ } A = \{x \mid x \geq 0\} \text{ เมื่อ } u = Z$$

เช่น ในปีการศึกษา 2566 สมาคมศิษย์เก่าโรงเรียนประชาสามัคคีประกาศให้ทุนการศึกษาแก่นักเรียนในโรงเรียนที่ได้คะแนนเฉลี่ยของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 เป็นอันดับที่ 1 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละหนึ่งคน (ถ้าแต่ละชั้นมีคนได้คะแนนเฉลี่ยอันดับที่ 1 มากกว่า 1 คนให้จัดสอบแข่งขันเพื่อคัดเลือกนักเรียนเพียงชั้นละ 1 คนเท่านั้น) ในกรณีนี้ เอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนประชาสามัคคี

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{x \mid x < 5\}$ เมื่อ $u = Z^+$ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ (u) เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

เซต A มีสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 จะได้สมาชิกในเซต A คือ 1, 2, 3, 4

ดังนั้น เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $B = \{x \mid 2x - 1 = 5\}$ เมื่อ $u = Z$ เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จากสมการ $2x - 1 = 5$ คำตอบของสมการคือ $x = 3$

เนื่องจาก $u = Z$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

จะเห็นว่า $3 \in u$

ดังนั้น เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{3\}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $C = \{x \mid 1 < x < 9 \text{ และ } x \text{ หารด้วย 3 ลงตัว}\}$ เมื่อ $u = N$

เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $1 < x < 9$ และ x หารด้วย 3 ลงตัว

จำนวนที่แทน x ที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดคือ 3 และ 6

ดังนั้น เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $C = \{3, 6\}$

ตอบ



แบบฝึกหัดที่ 1

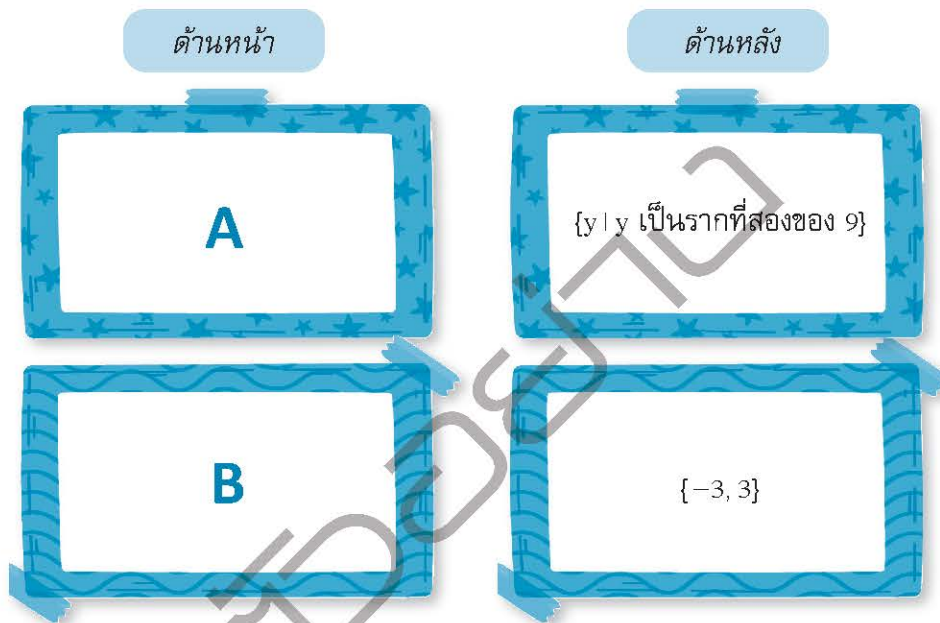
- ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
 - กำหนดให้ A เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ วันศุกร์ เป็นสมาชิกของเซต A
 - กำหนดให้ B เป็นเซตของตัวอักษรตัวพิมพ์เล็กที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ e และ u เป็นสมาชิกของเซต B
 - กำหนดให้ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า } 10 \text{ แต่น้อยกว่า } 20\}$ 10 เป็นสมาชิกของเซต C
 - กำหนดให้ $D = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก และ } (x-1)(x+2) = 0\}$ 1 และ -2 เป็นสมาชิกของเซต D
- เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
 - $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 10\}$
 - $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x+1)(2x+3) = 0\}$
 - $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x - 5 = 0\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 25\}$
 - $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$
- เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
 - $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 - $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$
 - $C = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$
 - $D = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$
 - $E = \{a, a+1, a+2, a+3, \dots\}$
- ตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตจำกัด และเซตใดเป็นเซตอนันต์
 - $A = \{2, 3, 4\}$
 - $B = \{2, 3, 4, \dots, 100\}$
 - $C = \{2, 3, 4, \dots, n\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -9 < x < 9\}$
 - $E = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid x \leq -10\}$
 - $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 100\}$
 - $G = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid x \leq 200\}$
 - $H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 200\}$
- ตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตว่าง และเซตใดไม่เป็นเซตว่าง
 - $\{x \mid x \text{ เป็นชื่อเดือนที่ไม่ได้ลงท้ายด้วยคำว่า "คม" หรือคำว่า "ยน"}\}$
 - $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า } 1\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x = x+1\}$
 - $\{x \in \mathbb{Z} \mid (2x-1)(3x+2) = 0\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$
- ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
 - ถ้า $A = \{3, 5, 7\}$ และ $B = \{7, 3, 5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$
 - ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 25 = 0\}$ และ $B = \{5\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$
 - ถ้า $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (3x-1)(x-3) = 0\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid (x+2)(2x-6) = 0\}$ แล้วจะได้ว่า $A = B$



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

ให้นักเรียนทำกิจกรรมข้อ 1-2 นอกเวลาเรียน

1. ให้นักเรียนตัดกระดาษขนาดเท่ากัน 26 ใบ เพื่อช่วยกันทำบัตรเซต
2. ด้านหน้าของบัตรให้เขียนตัวอักษร A-Z ใบละ 1 ตัวอักษร และด้านหลังของบัตรให้เขียนเซตที่เท่ากันทั้งหมด 13 คู่ เช่น



นำบัตรที่ได้มาทำกิจกรรมข้อ 3-5 ดังนี้

3. ให้นักเรียนแบ่งเป็น 4 กลุ่มเท่าๆ กัน หายหน้าบัตรด้านที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษขึ้น
4. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาเลือกบัตรกลุ่มละ 2 ใบ แล้วดูด้านหลังของบัตรที่เลือก
 - ถ้าเป็นเซตที่เท่ากัน ให้เก็บบัตรคู่นั้นไว้ที่กลุ่มของตนเอง
 - ถ้าไม่เป็นเซตที่เท่ากัน ให้วางบัตรโดยหายหน้าบัตรด้านที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษขึ้นเหมือนเดิม
5. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนคนใหม่ออกมา แล้วทำซ้ำตามข้อ 3-4 จนไม่เหลือบัตร กลุ่มใดมีบัตรเก็บไว้มากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ

2. สับเซตและเพาเวอร์เซต



แนวคิดสำคัญ

สำหรับเซต A ที่มีสมาชิกทุกตัวอยู่ในเซต B จะได้ว่าเซต A เป็นสับเซตของเซต B และเซตของสับเซตทั้งหมดของเซตใดๆ จะเรียกว่าเป็นเพาเวอร์เซตของเซตนั้น

2.1 สับเซต

กำหนดให้ $A = \{a, b\}$ และ $B = \{a, b, c, d, e\}$

A มีสมาชิก 2 ตัว คือ a และ b

B มีสมาชิก 5 ตัว คือ a, b, c, d และ e

จะเห็นว่าสมาชิกทั้งหมดของเซต A เป็นสมาชิก

ของเซต B

กล่าวได้ว่า เซต A เป็น **สับเซต (subset)** ของ

เซต B

บทนิยาม

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

1. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \subset A$
2. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $\phi \subset A$

ตัวอย่างที่ 1 จากเซต A และเซต B ที่กำหนดให้ พิจารณาว่าเซต A เป็นสับเซตของเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

(1) $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$

(2) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

วิธีทำ (1) $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

ตอบ

(2) $A \not\subset B$ เพราะมี $4 \in A$ แต่ $4 \notin B$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \{4, 5, 7\}$ และ $B = \{5, 7, 4\}$ พิจารณาว่าเซต A เท่ากับเซต B หรือไม่

วิธีทำ จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

และ $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

ดังนั้น $A = B$

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 2 พบว่า

กำหนดให้ A และ B เป็นเซต จะได้ว่า $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$

เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B แต่มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ไม่เป็นสมาชิกของเซต A

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ พิจารณาว่าเซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B หรือไม่

วิธีทำ จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

แต่ $B \not\subset A$ เพราะมี $7 \in B$ แต่ $7 \notin A$

ดังนั้น เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า } 4\}$
และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย } 5 \text{ ลงตัว}\}$
พิจารณาว่าเซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A หรือไม่

วิธีทำ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$

จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

$A \not\subset B$ เพราะมี $6 \in A$ แต่ $6 \notin B$

ดังนั้น เซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 4 พบว่า

กำหนดให้ A และ B เป็นเซต จะได้ว่าเซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

(1) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว

(2) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว

(3) หาจำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว

(4) หาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A

วิธีทำ กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

(1) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว มี 3 เซต

ตอบ

(2) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว คือ $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว มี 3 เซต

ตอบ

(3) สับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\{1, 2, 3\}$

ดังนั้น จำนวนสับเซตของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว มี 1 เซต

ตอบ

(4) เนื่องจากเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต จึงได้ว่า $\phi \subset A$

ดังนั้น จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A มี 8 เซต คือ $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\},$

$\{1, 2, 3\}, \phi$

ตอบ

พิจารณาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A ต่อไปนี้

⇒ เมื่อ $A = \{a\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ ϕ และ $\{a\}$

ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 2 เซต หรือ 2^1 เซต

⇒ เมื่อ $A = \{a, b\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ ϕ , $\{a\}$, $\{b\}$ และ $\{a, b\}$

ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 4 เซต หรือ 2^2 เซต

⇒ เมื่อ $A = \{a, b, c\}$ จะพบว่าสับเซตของเซต A คือ ϕ , $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$ และ $\{a, b, c\}$ ซึ่งมีจำนวนสับเซตเท่ากับ 8 เซต หรือ 2^3 เซต

ตัวอย่างที่กล่าวข้างต้นสรุปการหาจำนวนสับเซตได้ดังนี้

ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n ตัว แล้วจำนวนสับเซตของเซต A เท่ากับ 2^n เซต

2.2 เพาเวอร์เซต

กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ จะได้สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$ เขียนเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A ได้เป็น $\{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ เรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A ว่า **เพาเวอร์เซต (power set)** ของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

$$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

บทนิยาม

เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เรียกว่า **เพาเวอร์เซต** ของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $B = \{1, 2, 3\}$ หาจำนวนสมาชิกของ $P(B)$

วิธีทำ กำหนดให้ $B = \{1, 2, 3\}$

สมาชิกของ $P(B)$ ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีจำนวนสมาชิก มี 1 เซต คือ ϕ
2. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 1 ตัว มี 3 เซต คือ $\{1\}$, $\{2\}$ และ $\{3\}$
3. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 2 ตัว มี 3 เซต คือ $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ และ $\{2, 3\}$
4. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 3 ตัว มี 1 เซต คือ $\{1, 2, 3\}$

จะได้สับเซตของเซต B คือ ϕ , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต B หรือเพาเวอร์เซตของเซต B คือ

$$P(B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(B)$ มี $1+3+3+1$ ซึ่งเท่ากับ 8 หรือเท่ากับ 2^3 ตัว

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้ $C = \{a, b, c, d\}$ หาจำนวนสมาชิกของ $P(C)$

วิธีทำ กำหนดให้ $C = \{a, b, c, d\}$

สมาชิกของ $P(C)$ ประกอบด้วยเซตที่มีลักษณะดังนี้

1. เซตที่ไม่มีจำนวนสมาชิก มี 1 เซต คือ ϕ
2. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 1 ตัว มี 4 เซต คือ $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$ และ $\{d\}$
3. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 2 ตัว มี 6 เซต คือ $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{a, d\}$, $\{b, c\}$, $\{b, d\}$ และ $\{c, d\}$
4. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 3 ตัว มี 4 เซต คือ $\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$ และ $\{b, c, d\}$
5. เซตที่มีสมาชิกจำนวน 4 ตัว มี 1 เซต คือ $\{a, b, c, d\}$

จะได้สับเซตของเซต C คือ ϕ , $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{d\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{a, d\}$, $\{b, c\}$, $\{b, d\}$, $\{c, d\}$, $\{a, b, c\}$,

$\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{b, c, d\}$, $\{a, b, c, d\}$

ดังนั้น เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต C หรือเพาเวอร์เซตของเซต C คือ

$$P(C) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(C)$ มี $1+4+6+4+1$ ซึ่งเท่ากับ 16 หรือเท่ากับ 2^4 ตัว

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 6 และตัวอย่างที่ 7 จะเห็นว่า

1. ถ้าเซต A มีสมาชิก n ตัว แล้ว $P(A)$ จะมีสมาชิกทั้งหมดเท่ากับ 2^n ตัว
2. ถ้า $X \subset A$ แล้ว $X \in P(A)$
3. ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้วจะได้ว่า ϕ และเซต A เป็นสมาชิกของ $P(A)$ เสมอ

ตัวอย่างที่ 8 หาเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) $A = \{ก\}$

(2) $B = \{0, 1\}$

(3) $C = \{2, 5, 7\}$

วิธีทำ (1) จาก $A = \{ก\}$

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต A มี $2^1 = 2$ สับเซต คือ ϕ , $\{ก\}$

ดังนั้น $P(A) = \{\phi, \{ก\}\}$

ตอบ

(2) จาก $B = \{0, 1\}$

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต B มี $2^2 = 4$ สับเซต คือ ϕ , $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$

ดังนั้น $P(B) = \{\phi, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

ตอบ

(3) จาก $C = \{2, 5, 7\}$

จะได้ว่าสับเซตทั้งหมดของเซต C มี $2^3 = 8$ สับเซต คือ ϕ , $\{2\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 7\}$, $\{5, 7\}$, $\{2, 5, 7\}$

ดังนั้น $P(C) = \{\phi, \{2\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 5, 7\}\}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9 หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- (1) $A = \{ก\}$ (2) $B = \{ก, ข\}$
 (3) $C = \{ก, ข, ค, ง, จ\}$ (4) $D = \phi$

วิธีทำ (1) จาก $A = \{ก\}$ จะได้ว่าเซต A มีสมาชิก 1 ตัว

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ มี $2^1 = 2$ ตัว

ตอบ

(2) จาก $B = \{ก, ข\}$ จะได้ว่าเซต B มีสมาชิก 2 ตัว

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(B)$ มี $2^2 = 4$ ตัว

ตอบ

(3) จาก $C = \{ก, ข, ค, ง, จ\}$ จะได้ว่าเซต C มีสมาชิก 5 ตัว

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(C)$ มี $2^5 = 32$ ตัว

ตอบ

(4) จาก $D = \phi$ จะได้ว่าเซต D มีสมาชิก 0 ตัว

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(D)$ มี $2^0 = 1$ ตัว

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 9 จะเห็นว่า $D = \phi$ แต่ $P(D) = \{\phi\}$ นั่นคือ เพาเวอร์เซตของเซตใดๆ จะไม่เป็นเซตว่าง ทั้งนี้เนื่องจากเซตใดๆ มีเซตว่างเป็นสับเซตเสมอ



แบบฝึกหัดที่ 2

1. กำหนดให้ $A = \{2, 3, 4, 5\}$

- (1) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 1 ตัว
 (2) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 2 ตัว
 (3) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว
 (4) หาสับเซตทั้งหมดของเซต A ที่มีสมาชิก 4 ตัว

2. หาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

- (1) $\{a\}$ (2) $\{3, 5\}$
 (3) $\{3, 4, 5\}$ (4) $\{\phi\}$

3. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

- (1) $\{2, 3, 5, 7\} \subset \{2, 3, 4, 7, 8\}$
 (2) $\{3, 4\} \subset \{1, 2, \{3, 4\}\}$
 (3) $\{1, \{3, 4\}\} \subset \{1, 2, \{3, 4\}\}$
 (4) ถ้า $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{4, 2, 6, 8\}$ แล้วจะได้ว่า $A \subset B$
 (5) ถ้า $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{4, 2, 6, 8\}$ แล้วจะได้ว่า $B \subset A$
 (6) ถ้า $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid x \leq 10\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 11\}$ แล้วจะได้ว่า $A \subset B$
 (7) $A = \{n \mid n = 2x+1 \text{ เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนนับ}\} \subset \mathbb{N}$
 (8) กำหนดให้ $A = \{4, 3, 2, \dots, -2\}$ และ $B = \{-3, -2, -1, \dots, 3\}$ จะได้ว่า $B \subset A$
 (9) ถ้า $A = \{a\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{a\}\}$

- (10) ถ้า $A = \{4, 7\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{4\}, \{7\}, \{4, 7\}\}$
- (11) ถ้า $A = \{\phi\}$ แล้วจะได้ว่า $P(A) = \{\phi, \{\phi\}\}$
- (12) ถ้า $A = \phi$ แล้วจะได้ว่า $P(A)$ มี ϕ เป็นสมาชิกเสมอ
4. หาเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้
- (1) $A = \{1, 2, 3\}$ (2) $B = \{0, 4\}$
- (3) $C = \{0\}$ (4) $D = \{\phi\}$
- (5) $E = \phi$
5. หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้
- (1) $A = \{a\}$ (2) $B = \{0, \phi\}$
- (3) $C = \{0, \phi, \{0\}, \{\phi\}\}$ (4) $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- (5) $E = \{0, 1, 2, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}, \{0, 1, 2\}\}$



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 2

ให้นักเรียนเตรียมอุปกรณ์ต่อไปนี้

1. กระป๋อง 3 ใบ แต่ละใบติดป้าย ดังรูป



2. ตัดกระดาษสีเพื่อทำ “บัตรสับเซต” ของเซต A เซต B และเซต C โดยเขียนสับเซตทั้งหมดของเซต A เซต B และเซต C ลงในบัตร 1 ใบ ต่อ 1 สับเซต

ตัวอย่างเซต $A = \{\phi, \{1\}, 2\}$

$B = \{\{\phi\}, \{1, 2\}, 1\}$

$C = \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$

นำกระป๋องและบัตรสับเซตมาทำกิจกรรมดังนี้

ส่งตัวแทนออกมาหน้าห้องเรียน 1 คน ส่วนนักเรียนที่เหลือให้แบ่งเป็น 3 กลุ่มเท่าๆ กัน แต่ละกลุ่มไปยืนอยู่หลังกระป๋องที่เตรียมไว้

3. ตัวแทนสุ่มหยิบบัตรสับเซตทีละ 1 ใบ แสดงให้เพื่อนดู ถ้าเป็นสับเซตของกลุ่มใดให้คนที่ยืนอยู่หน้าสุดของแถววิ่งไปเอามาใส่กระป๋องหน้ากลุ่มของตนเอง

4. ทำซ้ำข้อ 3 ไปเรื่อยๆ กลุ่มใดมีบัตรสับเซตครบเป็นกลุ่มแรกจะเป็นฝ่ายชนะ

3. การดำเนินการของเซต

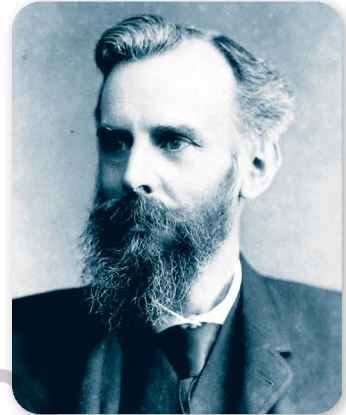


แนวคิดสำคัญ

การดำเนินการของเซตเป็นการสร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์เดียวกันด้วยวิธีการดังนี้คือ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต โดยสามารถใช้แผนภาพเวนน์ช่วยในการหาเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ได้

3.1 แผนภาพเวนน์

จอห์น เวนน์ นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษได้ใช้แผนภาพอธิบาย ความสัมพันธ์ระหว่างเซตต่างๆ เพื่อให้มองเห็นภาพของเซตได้ง่ายขึ้น



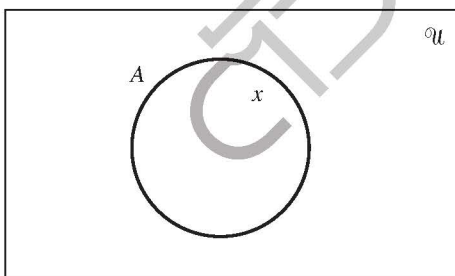
จอห์น เวนน์ ค.ศ. 1834-1923

การเขียนแผนภาพจะเขียนแทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) ด้วยรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และเซตต่างๆ ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์จะเขียนแทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปปิดใดๆ ก็ได้ แผนภาพที่ใช้เรียกว่า

แผนภาพเวนน์ (Venn diagram)

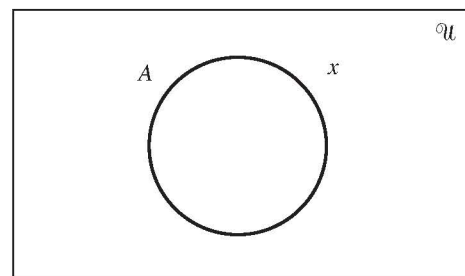
การบอกความสัมพันธ์ของเซตต่างๆ ทำได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานต่อไปนี้

1. เซตที่กล่าวถึงทุกเซตเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U เสมอ
2. ให้ A เป็นเซตๆ หนึ่ง และ x เป็นสมาชิกใดๆ ในเอกภพสัมพัทธ์



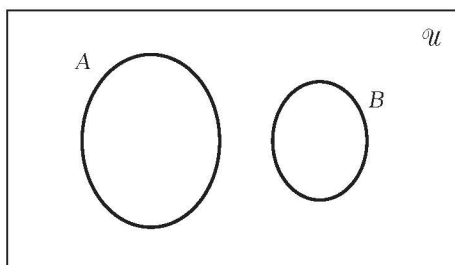
รูปที่ 1

$$x \in A$$



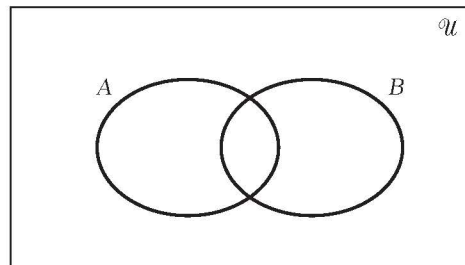
รูปที่ 2

$$x \notin A$$



รูปที่ 3

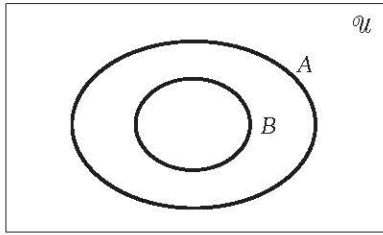
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



รูปที่ 4

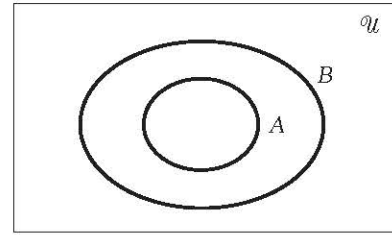
เซต A และเซต B มีสมาชิบบางส่วนร่วมกัน

นั่นคือ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$



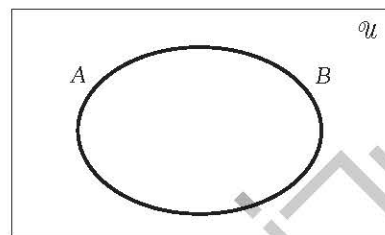
รูปที่ 5

สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

นั่นคือ $B \subset A$ 

รูปที่ 6

สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

นั่นคือ $A \subset B$ 

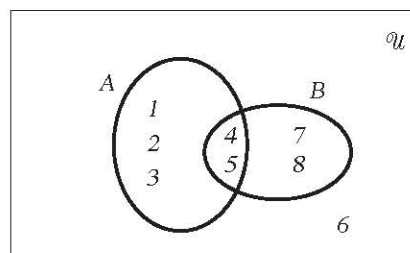
รูปที่ 7

สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B
และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต Aนั่นคือ $A = B$ **ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{4, 5, 7, 8\}$

เขียนแผนภาพของเซต A และเซต B

วิธีทำ จากสิ่งที่กำหนดให้ จะเห็นได้ว่าเซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันคือ 4 และ 5

เขียนแผนภาพของเซต A และเซต B ได้ดังนี้



ตอบ

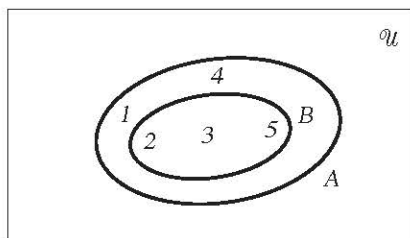
ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

เขียนแผนภาพของเซต A และเซต B

วิธีทำ จากสิ่งที่กำหนดให้ จะเห็นได้ว่าสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแผนภาพของเซต A และเซต B ได้ดังนี้



จากแผนภาพแสดงว่า $B \subset A$



ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$D = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$E = \{2, 5, 7, 8\}$$

เขียนแผนภาพของเซต C เซต D และเซต E

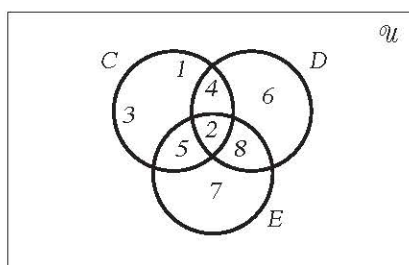
วิธีทำ จากสิ่งที่กำหนดให้ จะเห็นได้ว่า 2 เป็นสมาชิกของเซตทั้งสาม

2 และ 4 เป็นสมาชิกของเซต C และเซต D

2 และ 5 เป็นสมาชิกของเซต C และเซต E

2 และ 8 เป็นสมาชิกของเซต D และเซต E

เขียนแผนภาพของเซต C เซต D และเซต E ได้ดังนี้



ตอบ

3.2 ยูเนียน

ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และ A, B เป็นเซตใดๆ จะสามารถสร้างเซต C โดยที่สมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือของทั้งสองเซต เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5\}$$

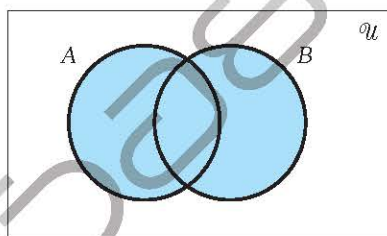
$$\text{จะได้ } C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

เรียกเซต C ว่า **ยูเนียน (union)** ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

บทนิยาม

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

เขียนแสดง $A \cup B$ ด้วยแผนภาพได้ดังนี้



ส่วนที่แรเงาคือ $A \cup B$

ตัวอย่างที่ 4 หา $A \cup B$ เมื่อกำหนดเซต A และเซต B ให้ดังนี้

$$(1) A = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$(2) A = \{2, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{2, 4, 5, 7, 9\}$$

$$(3) A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$(4) A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า } 3 \text{ แต่น้อยกว่า } 8\}$$

วิธีทำ

$$(1) A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

ตอบ

$$(2) A \cup B = \{2, 4, 5, 7, 9\}$$

ตอบ

$$(3) A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ตอบ

$$(4) \text{เขียนเซต } A \text{ แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น } A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{เขียนเซต } B \text{ แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น } B = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{จะได้ } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{หรือ } A \cup B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า } 8\}$$

ตอบ

การเขียนเซต $A \cup B$ แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในตัวอย่างที่ 4 ข้อ (4) อาจเขียนเงื่อนไขในแบบอื่นๆ ได้อีก เช่น

$$A \cup B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } 7\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า } 0 \text{ แต่น้อยกว่า } 8\}$$

จากตัวอย่างที่ 4 สอดคล้องกับ $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$



3.3 อินเตอร์เซกชัน

ถ้า u เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และ A, B เป็นเซตใดๆ จะสามารถสร้างเซต C โดยที่สมาชิกของเซต C คือสมาชิกของเซต A และเซต B ที่เหมือนกัน เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5\}$$

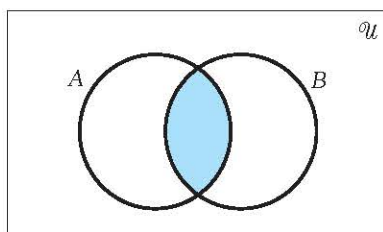
$$\text{จะได้ } C = \{2, 3\}$$

เรียกเซต C ว่า **อินเตอร์เซกชัน (intersection)** ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

บทนิยาม

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

เขียนแสดง $A \cap B$ ด้วยแผนภาพได้ดังนี้



ส่วนที่แรเงาคือ $A \cap B$

ตัวอย่างที่ 5 หา $A \cap B$ เมื่อกำหนดเซต A และเซต B ให้ดังนี้

- (1) $A = \{0, 2, 4, 5\}$
 $B = \{-2, 0, 2, 4, 8\}$
- (2) $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 แต่น้อยกว่า 4}\}$
 $B = \{2, 3\}$
- (3) $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -4}\}$
 $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 5}\}$

วิธีทำ

- (1) $A \cap B = \{0, 2, 4\}$
- (2) เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{2, 3\}$
 จะได้ $A \cap B = \{2, 3\}$
- (3) เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{-3, -2, -1\}$
 เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{1, 2, 3, 4\}$
 จะได้ $A \cap B = \{ \}$

ตอบ

ตอบ

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 5 สอดคล้องกับ $(A \cap B) \subset A$ และ $(A \cap B) \subset B$



3.4 คอมพลีเมนต์

กำหนดให้ U เป็นเซตที่มี u เป็นเอกภพสัมพัทธ์ เรียกเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ว่า **คอมพลีเมนต์ (complement)** ของเซต A เขียนแทนด้วย A' หรือ $\bar{A}$ หรือ A^c เช่น

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

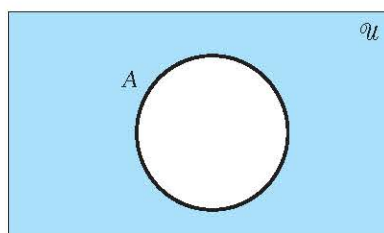
จะได้ A' เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ดังนี้

$$A' = \{2, 4\}$$

บทนิยาม

$$A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

เขียนแสดง A' ด้วยแผนภาพได้ดังนี้



ส่วนที่แรเงาคือ A'

ตัวอย่างที่ 6 หา A' เมื่อกำหนด U และเซต A ให้ดังนี้

(1) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{3, 5, 7, 9\}$

(2) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

$A = \{2, 4, 6, \dots\}$

(3) $U = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$

$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 5}\}$

วิธีทำ

(1) $A' = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) $A' = \{1, 3, 5, \dots\}$

(3) เขียน U แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$

จะได้ $A' = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

หรือ $A' = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับไม่เกิน 5}\}$

หรือ $A' = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 5}\}$

หรือ $A' = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 6}\}$

ตอบ

ตอบ

ตอบ

3.5 ผลต่างระหว่างเซต

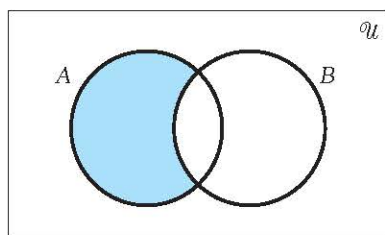
ถ้าเซต A และเซต B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์เดียวกัน จะหาคอมพลีเมนต์ของเซตหนึ่งเทียบกับอีกเซตหนึ่งซึ่งเรียกว่า **ผลต่างระหว่างเซต (difference of set)** ได้ดังนี้

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกอยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$

บทนิยาม

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

เขียนแสดง $A - B$ ด้วยแผนภาพได้ดังนี้



ส่วนที่แรเงาคือ $A - B$

ตัวอย่างที่ 7 หา $A-B$ และ $B-A$ เมื่อกำหนดเซต A และเซต B ให้ดังนี้

(1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(2) $A = \{3, 5, 7, 9\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(3) $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 4\}$

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า } -2 \text{ แต่น้อยกว่า } 2\}$

วิธีทำ

(1) $A-B = \{1, 2, 4\}$

(2) $A-B = \phi$

$B-A = \{7, 9\}$

ตอบ

$B-A = \{1\}$

ตอบ

(3) เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{1, 2, 3\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{-1, 0, 1\}$

จะได้ $A-B = \{2, 3\}$

$B-A = \{-1, 0\}$

ตอบ

สมบัติของการดำเนินการของเซต

ให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A, B, C และ D เป็นเซตใดๆ ที่เป็นสับเซตของ U

1. $A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$
5. $A-B = A \cap B'$	$B-A = B \cap A'$
6. $A \cup A = A$	$A \cup A' = U$
7. $A \cap A = A$	$A \cap A' = \phi$
8. $A \cup \phi = A$	$A \cap \phi = \phi$
9. $A \cup U = U$	$A \cap U = A$
10. $(A')' = A$	
11. $A' = U-A$	
12. $A-B \subset A$	
13. $A \subset A \cup B$	$A \cap B \subset A$
14. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$	ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$
15. $A-\phi = A$	
16. $A \cap (B-A) = \phi$	
17. $A \cup (B-A) = A \cup B$	
18. $A-(B \cup C) = (A-B) \cap (A-C)$	$A-(B \cap C) = (A-B) \cup (A-C)$
19. ถ้า $A \subset B$ และ $C \subset D$ แล้ว $A \cup C \subset B \cup D$	ถ้า $A \subset B$ และ $C \subset D$ แล้ว $A \cap C \subset B \cap D$

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดให้ $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$$A = \{a, c, d, e\}$$

$$B = \{b, c, e\}$$

เขียนแผนภาพของเซตต่อไปนี้

(1) A'

(2) B'

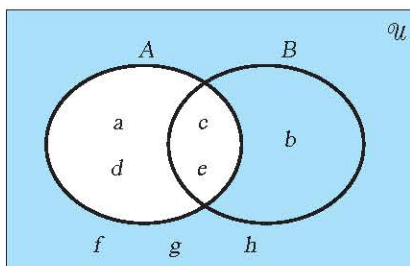
(3) $A \cap B$

(4) $(A \cap B)'$

(5) $A' \cup B'$

วิธีทำ เขียนแผนภาพของเซตที่กำหนดให้ได้ดังนี้

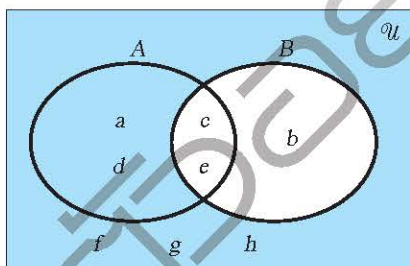
(1)



จากแผนภาพ จะได้ $A' = \{b, f, g, h\}$

ตอบ

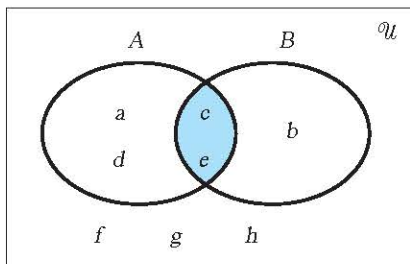
(2)



จากแผนภาพ จะได้ $B' = \{a, d, f, g, h\}$

ตอบ

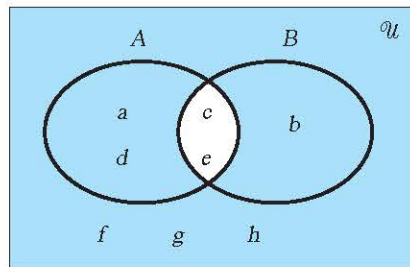
(3)



จากแผนภาพ จะได้ $A \cap B = \{c, e\}$

ตอบ

(4)



จากแผนภาพ จะได้ $(A \cap B)' = \{a, b, d, f, g, h\}$

ตอบ

(5) จากข้อ (1) $A' = \{b, f, g, h\}$

และข้อ (2) $B' = \{a, d, f, g, h\}$

จะได้ $A' \cup B' = \{a, b, d, f, g, h\}$

ตอบ

จากข้อ (4) และข้อ (5) สอดคล้องกับ
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$



แบบฝึกหัดที่ 3

1. กำหนดให้ $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{b, e\}$

เขียนแผนภาพของเซต A และเซต B

2. กำหนดให้ $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{5, 7, 11, 13\}$

เขียนแผนภาพของเซตต่อไปนี้

(1) $A \cup B$

(2) $A \cap B$

(3) A'

(4) B'

(5) $A - B$

(6) $B - A$

(7) $(A \cup B)'$

(8) $A' \cup B'$

(9) $(A \cap B)'$

(10) $A \cap B'$

(11) $B \cap A'$

(12) $A' \cap B'$