

ใช้ได้กับทุกระบบหลักสูตรม.ปลายในโรงเรียน

ข้อสอบ

เสริมความรู้

มุ่งสู่มหาวิทยาลัย คณิตศาสตร์ 1

เคล็ดลับการทำโจทย์ จากอาจารย์
สอนทวติชามาแล้วหลายปี

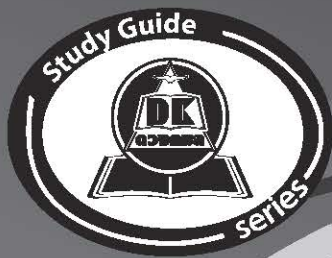
สำหรับ

ม. 4-5-6

O-NET GAT PAT

สมิทธิ์ นิลเกตุ





ใช้ได้กับทุกระบบหลักสูตร. ปลายในโรงเรียน

ข้อสอบ

เสริมความรู้

มุ่งสู่มหาวิทยาลัย คณิตศาสตร์

เคล็ดลับการทำโจทย์จากอาจารย์
สอนกวดวิชามาแล้วหลายปี

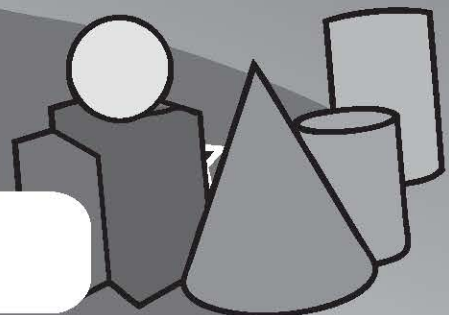
สำหรับ

N. 4-5-6

O-NET GAT PAT



สมิทธิ์ นิลเขต



คำนำสำนักพิมพ์

หนังสือข้อสอบเสริมความรู้มุ่งสู่มหาวิทยาลัย หนังสือเล่มนี้อาจารย์ผู้เขียน ได้รวบรวมโจทย์ จากประสบการณ์สอนโรงเรียนกวดวิชาและทราบข้อบกพร่องและวิธีอ่านหนังสือสอบของนักเรียน จึงมีวิธีการแนะนำและการเตรียมตัวตั้งแต่ ม.4 ทำโจทย์เล่มนี้ควบคู่ไปกับแบบฝึกหัดในชั้นเรียนทุกแบบฝึกหัด และควรมีคู่มือตำราเล่มนี้ เพื่อเป็นแนวทางในการเข้ามหาวิทยาลัย

สำนักพิมพ์ได้หวังว่าหนังสือเล่มนี้คงเป็น Study Guide เพื่อนำทางผู้อ่านไปสู่มหาวิทยาลัย และนักเรียนทุกท่านจะต้องประสบความสำเร็จในการเข้ามหาวิทยาลัยที่ฝันไว้ อย่างแน่นอน

ขอแสดงความนับถือ
ดวงกมลพับลีซิง



คำนำ

ตำราแนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้ามหาวิทยาลัยเล่มนี้ ใช้ได้กับระดับชั้น ม.4, ม.5 และ ม.6 เพราะการเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัยต้องเริ่มตั้งแต่ ม.4 จะดีที่สุด ถ้าเริ่มหลัง ม.4 จะสายไป

นักเรียน ม.4 และ ม.5 สามารถทำแบบฝึกหัดในเล่มนี้ ควบคู่กันไปกับที่เรียน ในโรงเรียน ครูสอนเรื่องใดให้ทำแบบฝึกหัดเรื่องนั้น จะทำให้เกิดความชำนาญ ความรู้ตกผลึก

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาคำนวณที่ประกอบด้วย ตัวเลข และสูตรต่างๆ มากมาย ดังนั้น นักเรียนจะต้องศึกษาให้เข้าใจและฝึกทำโจทย์ให้มากที่สุดจะได้เปรียบผู้อื่นอย่างแน่นอน ยิ่งทำแบบฝึกหัดมากเท่าไรยิ่งได้เปรียบ

ถ้าเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัยโดยเริ่มในระดับชั้น ม.6 นักเรียนจะต้องเลือก ศึกษาเรื่องที่มีโจทย์จำนวนข้อมากที่สุดไปหาหน่อยที่สุดตามลำดับเพื่อให้ทันเวลาก่อนสอบ ตำราเล่มนี้จึงสามารถตอบสนองความต้องการของนักเรียนผู้หวังความก้าวหน้าทาง วิชาการในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยให้ได้คะแนนตามที่นักเรียนต้องการอย่างแน่นอน

ดังนั้น นักเรียนที่ต้องการสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้คะแนนสูงๆตามต้องการ ควรมี ตำราเล่มนี้ไว้ในครอบครองอย่างยิ่ง

ด้วยความปรารถนาดี

สมิทธิ์ นิลเกตู



สารบัญ

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 เข้ามหาวิทยาลัย

โจทย์คณิตศาสตร์ 1 เซต	1
โจทย์คณิตศาสตร์ 2 ระบบจำนวนจริง	23
โจทย์คณิตศาสตร์ 3 ตรรกศาสตร์	58
โจทย์คณิตศาสตร์ 4 เลขคณิตและภาคตัดกรวย	82
โจทย์คณิตศาสตร์ 5 ฟังก์ชัน	141
โจทย์คณิตศาสตร์ 6 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	196
โจทย์คณิตศาสตร์ 7 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	248
โจทย์คณิตศาสตร์ 8 เมทริกซ์	287
โจทย์คณิตศาสตร์ 9 เวกเตอร์	333
โจทย์คณิตศาสตร์ 10 จำนวนเชิงซ้อน	367
โจทย์คณิตศาสตร์ 11 ลำดับและอนุกรมอนันต์	390
โจทย์คณิตศาสตร์ 12 แคลคูลัสเบื้องต้น	429
โจทย์คณิตศาสตร์ 13 ความน่าจะเป็น	497
โจทย์คณิตศาสตร์ 14 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น(สถิติ1)	553
โจทย์คณิตศาสตร์ 15 การแจกแจงปกติ(สถิติ2)	592
โจทย์คณิตศาสตร์ 16 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	616
โจทย์คณิตศาสตร์ 17 กำหนดการเชิงเส้น	629





1: เรื่องเซต

1. ระหว่างปิดภาคเรียนครั้งหนึ่ง เด็กนักเรียนคนหนึ่งได้ไปพักผ่อนที่ชายทะเลพัทยา ตลอดช่วงเวลาที่เขาพักผ่อนที่พัทยาเขาสังเกตว่า

- ก. มีฝนตก 7 วัน ในช่วงเช้าหรือช่วงเย็น ข. ถ้าวันใดฝนตกในช่วงเช้าแล้ว ฝนจะไม่ตกในช่วงเย็น
ค. มีอยู่ 6 วันที่ฝนไม่ตกในช่วงเช้า ค. มีอยู่ 5 วันที่ฝนไม่ตกในช่วงเย็น
ถามว่า นักเรียนคนนี้ไปพักผ่อนที่ชายทะเลพัทยากี่วัน

1. 7 วัน 2. 9 วัน 3. 12 วัน 4) 13 วัน

2. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ถ้า Q เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ และ $A = \{x \in Q \mid x^2 - 3 = 0\}$ แล้ว $\{x \mid x \in A\} \neq \emptyset$
2. ถ้า $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ และ $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A' - B' = B$
3. ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A - \emptyset$ หรือ $B - \emptyset$
4. A ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \not\subset B$ หรือ $B \not\subset A$

3. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ถ้า $A = B = U$ โดยที่ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์แล้ว $(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C) = C$
2. ถ้า $A = B = \emptyset$ แล้ว $(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C) = C'$
3. $[A \cap (A \cup B \cup C)] \cap (A' \cup B') = B'$
4. $[A \cup (A \cap B \cap C)] - (A \cap B) = A - B$

4. เซตในข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

1. $\{(x, y) \in R \times R \mid x - y > 1\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y^2 + x < 0\}$
2. $\{(x, y) \in I \times I \mid y = x + 2\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2 - 3x\}$
3. $\{(x, y) \in R \times R \mid y > |x|\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y < \sqrt{x}\}$
4. $\{(x, y) \in R \times R \mid -1 \leq x < 4\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y = -2\}$

5. ข้อความใดต่อไปนี้ เป็นจริง

1. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \in C$
2. กำหนดให้ $B_n = \left[-\frac{1}{n+2}, n+3\right)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับจะได้ $(B_3 \cup B_4) - B_2 = [5, 6)$
3. กำหนดให้ $A = \{2, 4, 8\}$ จะได้ $\{\{2, 4\}\} \subset P(A) - \{A\}$
4. กำหนดให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่น้อยกว่า } 7\}$ และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ } 4\}$ จะได้ $A \cap B = [4, 7)$

6. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ $A \not\subset B \cup C$ มีความหมายตรงกับข้อใด ๆ

1. สำหรับสมาชิก x ใด ๆ ถ้า $x \notin B$ และ $x \notin C$
2. มีสมาชิก x ใด ๆ ซึ่ง $x \in A$ แต่ $x \notin B$ และ $x \notin C$
3. สำหรับ x ใด ๆ $x \in A$ แต่ $x \notin B$ หรือ $x \notin C$
4. มีสมาชิก x ซึ่งถ้า $x \in A$ แต่ $x \notin B$ และ $x \notin C$

7. ในการสำรวจความนิยมเกี่ยวกับเพลงโดยสอบถามจากนักเรียนโรงเรียนหนึ่งจำนวน 300 คน พบว่าแต่ละคนชอบเพลงลูกทุ่ง เพลงลูกกรุง หรือเพลงไทยเดิมอย่างน้อยหนึ่งประเภท ปรากฏว่า

120 คน ชอบเพลงลูกทุ่ง

70 คน ชอบเพลงลูกกรุงอย่างเดียว

80 คน ชอบเพลงไทยเดิมอย่างเดียว

50 คน ไม่ชอบเพลงไทยเดิมและไม่ชอบเพลงลูกกรุง

45 คน ชอบเพลงลูกกรุงและเพลงไทยเดิม

30 คน ชอบเพลงลูกทุ่งและลูกกรุง แต่ไม่ชอบเพลงไทยเดิม

จะมีคนชอบเพลงลูกทุ่งและเพลงไทยเดิมแต่ไม่ชอบเพลงลูกกรุงกี่คน

1. 25 คน

2. 15 คน

3. 45 คน

4. 5 คน

8. ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. มีเซต S และ T ซึ่ง $S \subset T$ และ $S \in T$
2. มีเซต S, T และ U ซึ่ง $S \notin T$ และ $T \notin U$ แต่ $S \in U$
3. $P(\emptyset) \neq \{P(\emptyset)\}$ และ $P(\emptyset) \cap P(\emptyset) \neq \emptyset$
4. $P(S) \neq S$ สำหรับทุก ๆ เซต S

9. ให้เซต $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ และ $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $A \cap B = \{\{1, 2\}\}$
2. $A \cup B = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$
3. $A - B = \{\{1, 2, 3\}, 3\}$
4. $B - A = \emptyset$

10. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมีครอบครัวทั้งหมด 800 ครอบครัว ประกอบอาชีพค้าขายอย่างเดียว 10 ครอบครัว นอกจากนั้นทำสวนเงาะ มังคุด พุเรียน จากการสำรวจเฉพาะสวนพบว่า มีครอบครัวที่ปลูกผลไม้ตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป 110 ครอบครัว ปลูกเงาะและมังคุด 70 ครอบครัว ปลูกเงาะและพุเรียน 60 ครอบครัว ปลูกมังคุดและพุเรียน 50 ครอบครัว ไม่ปลูกมังคุดเลย 290 ครอบครัว จงหาว่ามีกี่ครอบครัวที่ปลูกแต่ มังคุดเพียงอย่างเดียวเท่านั้น

11. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ (30)

ก. จากแผนภาพข้างล่างนี้ ส่วนที่แรเงาคือ $C - (A \cap B)$

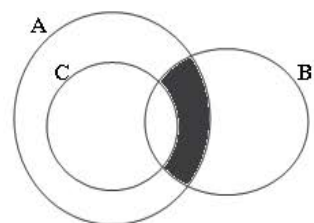
ข. ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า A ไม่เป็นสับเซตของ B

$$\text{แล้ว } A - (A \cap B) = B' - A'$$

ค. ให้เอกภพสัมพัทธ์ $u = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ และ $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{x \in u, x^2 - 1 \leq 0\} \quad C = \{y \mid y = -x, x \in A\} \quad \text{จงหาว่า } (A \cup B') \cap C = \{-2, -3\}$$

ง. จากเซต u, A, B และ C ที่กำหนดไว้ในข้อ ค. จะได้ว่า $(A \cap B) \cup (A \cap B) = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$



ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ถูกเฉพาะข้อ ก. และ ข.
2. ถูกเฉพาะข้อ ข. และ ค.
3. ถูกเฉพาะข้อ ค. และ ง.
4. ถูกเฉพาะข้อ ก. และ ง.

12. ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $\{x|x \text{ เป็นจำนวนจริงและ } x^2 + 1 = 0\}$ เป็นเซตที่ไม่มีสับเซตแท้
2. ให้ A, B, C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cap C = \phi$ แล้ว $A \cap (B \cup C) \subset B$
3. $\phi \cup \{\phi\} = \phi \cap \{\phi\}$
4. กำหนดให้ $P(E) = \{\phi, E, \{a\}, \{C\}\}$, $E \subset A, E \subset B, P(A)$ มีสมาชิก 8 ตัว $P(B)$ มีสมาชิก 16 ตัว และ $b, d \in A \cup B$ ถ้า $d \in A$ แล้ว $d \in B$

13. ตัวอย่างของเซต A, B และ C ในข้อใดที่แสดงว่าข้อความ “ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \in C$ ” มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. $A = \phi, B = \{\phi\}, C = \phi$
2. $A = \phi, B = \phi, C = \{\phi\}$
3. $A = \phi, B = \{\phi\}, C = \{\{\phi\}\}$
4. $A = \phi, B = \{\phi\}, C = \{\phi, \{\phi\}\}$

14. ในการสำรวจความนิยมของผู้ที่ไปเที่ยวสวนสัตว์จำนวน 100 คน พบว่ามี 50 คน ชอบช้าง , 35 คน ชอบลิง, 25 คน ชอบหมี, 32 คน ชอบช้างอย่างเดียว, 20 คน ชอบหมีแต่ไม่ชอบลิง, 10 คนชอบช้างและลิงแต่ไม่ชอบหมี จงหาจำนวนคนที่ไม่ชอบสัตว์สามชนิดนี้เลย

15. ถ้า $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x\}$ และ $B = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 4, \frac{y}{2} \leq x \leq 2\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. A เท่ากับ B
2. A ใ้ก้น B
3. A เป็นสับเซตแท้ของ B
4. B เป็นสับเซตแท้ของ A

16. จากการสำรวักเรียนห้องหนึ่งพบว่า(33)

- ก) มี 20 คน ที่เลือกเรียนฝรั่งเศส หรือคณิตศาสตร์
 - ข) ถ้าเลือกเรียนฝรั่งเศส แล้วจะต้องไม่เรียนคณิตศาสตร์
 - ค) มีอยู่ 17 คน ที่ไม่เรียนคณิตศาสตร์
 - ง) มีอยู่ 15 คน ที่ไม่เรียนฝรั่งเศส
- นักเรียนที่ไม่เรียนทั้งสองวิชามีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6
2. 12
3. 26
4. 32

17. จากการสอบถามผู้ดื่มกาแฟ 20 คน พบว่า

- ก. จำนวนผู้ที่ใส่ครีมในกาแฟน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนผู้ที่ใส่น้ำตาลในกาแฟอยู่ 7 คน
 - ข. จำนวนผู้ที่ใส่ทั้งครีมและน้ำตาลในกาแฟเท่ากับจำนวนผู้ที่ไม่ใส่ครีมและไม่ใส่น้ำตาลในกาแฟ
- จำนวนผู้ที่ใส่ครีมในกาแฟมีอยู่กี่คน

18. ให้ $A = \{1, a, 2, b, 3, c\}$, $B = \{1, 2\}$ จำนวนสับเซต S ของ A ซึ่ง $S \cap B \neq \emptyset$ เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

1. 48
2. 32
3. 24
4. 16

19. ถ้า $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 0, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$ และ $P(A)$ คือเพาเวอร์เซตของ A แล้วเซต $(P(A) - A) \cup (A - P(A))$ มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว
20. ถ้า $A = \{0, 1\}$ และ $B = \{0, \{1\}, \{0, 1\}\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
1. $A \in P(B)$
 2. $\{1\} \in P(A) \cap P(B)$
 3. จำนวนสมาชิกของ $P(A \cap B) = 2$
 4. จำนวนสมาชิกของ $P(A \cup B) = 8$
21. จากการสำรวจผู้ฟังเพลงจำนวน 180 คน พบว่า มีชอบเพลงไทยสากล 95 คน เพลงไทยเดิม 92 คน เพลงลูกทุ่ง 125 คน เพลงไทยสากลและเพลงไทยเดิม 52 คน เพลงไทยสากลและเพลงลูกทุ่ง 43 คน เพลงไทยเดิมและลูกทุ่ง 57 คน และทั้ง 180 คน จะชอบฟังเพลงอย่างน้อยหนึ่งประเภทในสามประเภทดังกล่าวข้างต้น จำนวนคนที่ชอบฟังเพลงไทยสากลเพียงอย่างเดียวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 20
 2. 25
 3. 30
 4. 35
22. ให้ A, B, C, D เป็นเซตใด ๆ $(A \cap C) - (B \cup D)$ เท่ากับเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(A - B) \cap (D - C)$
 2. $(A - B) \cap (C - D)$
 3. $(A - B) \cup (D - C)$
 4. $(A - B) \cup (C - D)$
23. ให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P(S)$ = เพาเวอร์เซตของ S ถ้า $X = \{A \in P(S) \mid 1 \in A \text{ และ } 7 \notin A\}$ และ $Y = \{A \in X \mid \text{ผลบวกของสมาชิกใน } A \text{ ไม่เกิน } 6\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของ X และ Y (ตามลำดับ) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 16, 5
 2. 16, 6
 3. 32, 5
 4. 32, 6
24. กำหนดให้ $A = \{a, \{a\}, \{b\}, \{b, c\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. $(A - \{b, c\}) \cup \{b\} = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{b, c\}\}$
 2. $(A - \{b, c\}) \cup \{b\} = \{a, \{a\}, \{b\}\}$
 3. $(A - \{a, \{b\}\}) - \{a\} = \{\{b, c\}\}$
 4. $(A - \{a, \{b\}\}) - \{a\} = \{b, c\}$
25. จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 และหารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 167
 2. 200
 3. 233
 4. 266
26. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซต $n(A \cup B) = 92$, $n(A \cup C) = 79$, $n(B \cup C) = 75$, $n(A \cap B \cap C) = 32$, $n(A \cap B) - C = 18$, $n(A \cap C) - B = 6$, $n(B \cap C) - A = 2$ ดังนั้น $n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 93
 2. 94
 3. 95
 4. 96
27. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 80 คน และมีชมรมกีฬา 3 ชมรม คือ ฟุตบอล กรีฑา และว่ายน้ำ นักเรียนทุกคนต้องเป็นสมาชิกอย่างน้อย 1 ชมรม ถ้ามีนักเรียน 30 คน ที่ไม่เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ มีนักเรียน 20 คน ที่เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ แต่ไม่เป็นสมาชิกชมรมฟุตบอล และมีนักเรียน 18 คนที่เป็นสมาชิกทั้งชมรมฟุตบอลและชมรมว่ายน้ำ แต่ไม่เป็นสมาชิกชมรมกรีฑา แล้วจำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกทั้ง 3 ชมรมเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 8
 2. 12
 3. 14
 4. 15
28. ถ้า $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ และ $B = \{a, b\}$ แล้วจำนวนเซต X ซึ่ง $B \subset X \subset A$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 4
 2. 15
 3. 16
 4. 32
29. เซตใดต่อไปนี้ เป็นเซตของจำนวนจริง
1. $\{x \mid |x| - x - 5\}$
 2. $\{x \mid |x| - x + 5\}$
 3. $\{x \mid x^2 - 2|x| - 3 = 0\}$
 4. $\{x \mid \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1}\}$

30. ถ้า $A = \{x \mid x = 1 - \frac{2}{n} \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$ $B = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$

และ $C = \{-1, 0, \frac{1}{2}, \{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}\}$ แล้ว $(A \cap C) - B$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1. เป็นเซตอนันต์
2. เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิกมากกว่าหนึ่งตัว
3. เป็นเซตที่มีสมาชิกตัวเดียว
4. เป็นเซตว่าง

31. ถ้า $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0\}, \{0, 1\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของ A แล้วเซต $P(A) - A$ มีสมาชิกกี่ตัว

32. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ และ $B = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, 6, 7, 8, \dots\}$ แล้ว $(A - B) \cup (B - A)$ มีสมาชิกกี่ตัว

33. ถ้า $A = \{5, 6, 7, \dots, 20\}$ และ $B = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ แล้วจำนวนสมาชิกในเซต

$\{X \mid X \text{ เป็นสับเซตของ } A \text{ และ } X \text{ ไม่เป็นสับเซตของ } B\}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 7×2^{10}
2. 31×2^{11}
3. 31×2^{10}
4. 63×2^{11}

34. ให้ $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 20\}$ และ $B = \{x \in A \mid \sqrt{|x|} \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

จำนวนสมาชิกของเซต $\{C \subset B \mid 0 \in C \text{ และ } I \notin C\}$ เท่ากับเท่าใด (มี.ค./43)

35. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^2 \leq 8x + 20$

ถ้า $A = \{x \in S \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะบวก}\}$ และ $B = \{x \in S \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคี่}\}$

แล้ว $(A \times B) - (B \times A)$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11
2. 15
3. 21
4. 2

36. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x - 4| > 5\}$ $B = \{x \mid \sqrt{x+3} - \sqrt{x} \leq 1\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $A \cup B = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
2. $(A \cap B)' = (9, \infty)$
3. $B - A = [1, 9)$
4. $A - B = (-\infty, -1)$

37. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซตโดยที่

$A \cap B \subset B \cap C$ ถ้า $n(A) = 25, n(C) = 23, n(B \cap C) = 7, n(A \cap C) = 10$ และ

$n(A \cup B \cup C) = 49$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11
2. 14
3. 15
4. 18

38. ถ้า $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0, 1\}\}$ และ $B = \{0, \{\emptyset\}, \{0, 1\}, \{0, \{1\}\}\}$ แล้วเซต $P(A) - B$ มีจำนวนสมาชิกเท่าใด

39. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซต ถ้า $n(B) = 42$

$n(C) = 28, n(A \cap C) = 8, n(A \cap B \cap C) = 3, n(A \cap B \cap C) = 2, n(A \cap B' \cap C') = 20$

และ $n(A \cup B \cup C) = 80$ แล้ว $n(A' \cap B \cap C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5
2. 7
3. 10
4. 13

40. ให้ A, B, C เป็นเซตที่มีสมาชิก เซตละ 2 ตัว และ $a \in A, b \in B, c \in C$ โดยที่

$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d\}$ ถ้า $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset$ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $d \in A$ ข. $B = C$ ข้อใดต่อไปนี้

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

41. กำหนดให้ $S = \{n \in I^+ \mid n \leq 1000, \text{ ห.ร.ม. ของ } n \text{ และ } 100 \text{ เท่ากับ } 1\}$ จำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับเท่าใด

42. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือเซต

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ A, B, C เป็นเซตซึ่งมีเงื่อนไขว่า $n(A) = n(B) = n(C) = 3$ และ $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = 2$ ถ้า $A \cup B \cup C = U$ แล้วข้อความใดต่อไปนี้ผิด

1. $n(A \cup B) = 4$

2. $n(A \cup (B \cap C)) = 3$

3. $n(A \cap (B \cup C)) = 2$

4. $n(A \cap B \cap C) = 1$

1: เรื่องเซต

1. ข้อ 2

ให้ A แทนเซตของวันที่ฝนไม่ตกในช่วงเช้า (ตกตอนเย็น หรือไม่ตกเลย)

B แทนเซตของวันที่ฝนไม่ตกในช่วงเย็น (ตกตอนเช้า หรือไม่ตกเลย)

ให้ x แทนจำนวนวันที่ฝนไม่ตกทั้งเช้าและเย็น นำมาเขียนเป็นแผนภาพจะได้ดังนี้

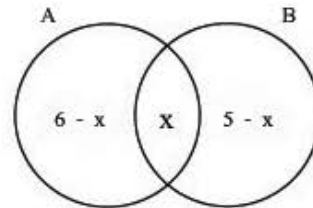
เนื่องจาก มีฝนตกในช่วงเช้าหรือเย็น 7 วัน

เพราะฉะนั้น

$$(6 - x) + (5 - x) = 7$$

$$11 - 2x = 7, 2x = 4, x = 2$$

เพราะฉะนั้น ฝนไม่ตกเลย 2 วัน



∴ เด็กคนนี้ไปเที่ยวทะเล $7 + 2 = 9$ วัน

2. ข้อ 2

1. ผิด เพราะ ถ้าตอบ $x^2 - 3 = 0$ คือ $x = \pm\sqrt{3}$ ซึ่งเป็นอตรรกยะทั้งคู่

ดังนั้น $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 3 = 0\} = \emptyset$ ทำให้ $\{x \mid x \in A\} = \emptyset$

2. ถูก เพราะ ถ้า $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ และ $A \cap B = \emptyset$ แล้ว จะได้ว่า $A \subseteq B'$ และ $B \subseteq A'$ ทำให้

$$A' - B' = \{x \mid x \in A' \wedge x \notin B'\}$$

$$= \{x \mid x \in A' \wedge x \in B\}$$

$$= \{A' \cap B\}$$

$$= B$$

3. ผิด เพราะ ถ้า $A \cap B = \emptyset$ ไม่จำเป็นที่ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ ตัวอย่างเช่น $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$

4. ผิด เพราะ ถ้า $A = B$ จะได้ว่า A ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B ซึ่ง $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$

3. ข้อ 4

1. ผิด เพราะ ถ้า $A = B = U$ แล้ว จะได้ $A' = B' = U' = \emptyset$ ทำให้

$$(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C) = C' \cup C' \cup \emptyset \\ = C'$$

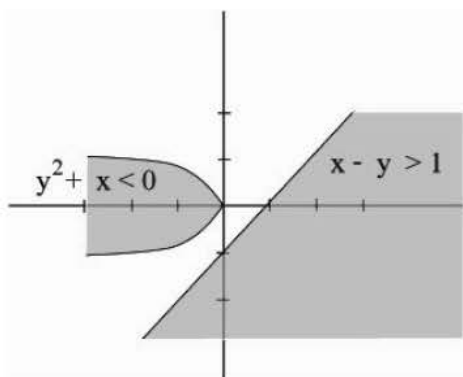
2. ผิด เพราะ ถ้า $A = B = \emptyset$ แล้วจะได้ $A' = B' = U$ ทำให้

$$(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C) = \emptyset \cup \emptyset \cup C \\ = C$$

3. ผิด เพราะ เนื่องจาก $A \subseteq A \cup B \cup C$ ทำให้ $A \cap (A \cup B \cup C) = A$ ดังนั้น

$$(A \cap (A \cup B \cup C)) \cap (A' \cup B') = A \cap (A' \cup B') \\ = (A \cap A') \cup (A \cap B') \\ = \emptyset \cup (A \cap B') = A \cap B'$$

4. ตอบข้อ 1 วิธีทำ เนื่องจากถ้านำมาเขียนกราฟจะได้



1. $\{(x, y) \in R \times R \mid x - y > 1\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y^2 + x < 0\} = \emptyset$ ดังรูป
2. $\{(x, y) \in I \times I \mid y = x + 2\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2 - 3x\} \neq \emptyset$ นำมาแก้สมการ

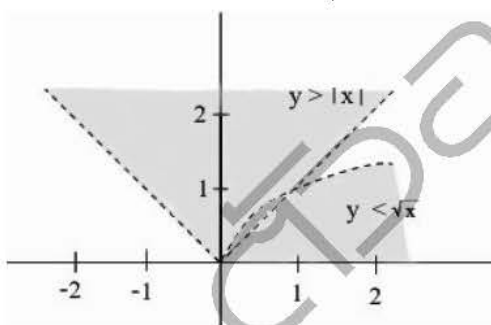
$$x + 2 = 2 - 3x$$

$$4x = 0$$

$$x = 0$$

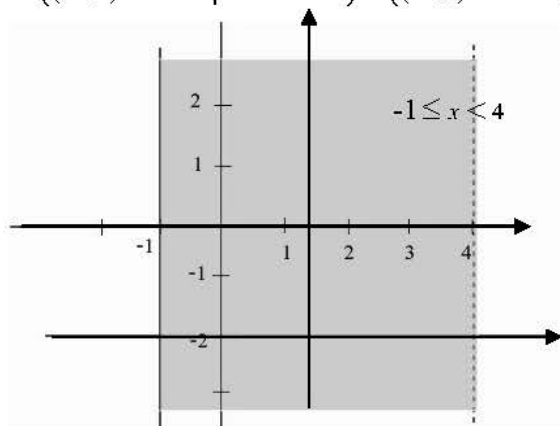
นั่นคือ มี $(0, 2)$ อยู่ในทั้งสองเซต

3. $\{(x, y) \in R \times R \mid y > |x|\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y < \sqrt{x}\} \neq \emptyset$ ดังรูป



(พาราโบลาครึ่งบน)

4. $\{(x, y) \in R \times R \mid -1 \leq x < 4\} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid y = -2\} \neq \emptyset$ ดังรูป



5. ตอบข้อ 3

1. ไม่จริง เช่น $A = \emptyset, B = \{0\}, C = \{0, \{0\}\}$ จะได้ $A \subset B, B \in C$ แต่ $A \notin C$

2. ไม่จริง เพราะ $B_3 \cup B_4 = \left[-\frac{1}{5}, 6\right) \cup \left[-\frac{1}{6}, 7\right) = \left[-\frac{1}{5}, 7\right)$
 $\therefore (B_3 \cup B_4) - B_2 = \left[-\frac{1}{5}, 7\right) - \left[-\frac{1}{4}, 5\right) = [5, 7)$

3. จริง เพราะ $A = \{2, 4, 8\}$ จะได้

$$P(A) - \{A\} = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}\}$$

จะเห็นว่า $\{2, 4\} \in P(A) - \{A\}$ ดังนั้น $\{\{2, 4\}\} \subseteq P(A) - \{A\}$

4. ไม่จริง เพราะ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่น้อยกว่า } 7\} = \{6, 5, 4, 3, \dots\}$

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ } 4\} = [4, \infty)$ ดังนั้น $A \cap B = \{4, 5, 6\}$

6. ตอบข้อ 2

เนื่องจาก $A \not\subset B \cup C$ มีความหมายคือ มีสมาชิกของ A อย่างน้อยหนึ่งตัว ที่ไม่อยู่ใน $B \cup C$ หรือ มีสมาชิกของ A อย่างน้อยหนึ่งตัวที่ไม่อยู่ใน B และไม่อยู่ใน C

นั่นคือ $\exists x [x \in A \wedge (x \notin B) \wedge x \notin C]$

7. ตอบข้อ 1

เพราะ เขียนแผนภาพประกอบได้ดังนี้

กำหนดให้ x คือ จำนวนคนที่ชอบฟังเพลงลูกทุ่งและ

ไทยเดิม แต่ไม่ชอบเพลงลูกกรุง

จากโจทย์ คนชอบลูกทุ่ง 120 คน ดังนั้นจะได้ คนไม่ชอบ

เพลงลูกทุ่ง คือ $300 - 120 = 180$

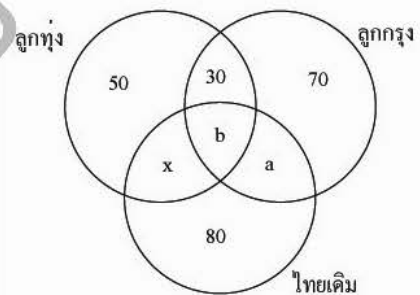
นั่นคือ $a + 70 + 80 = 180$ ดังนั้น $a = 30$

ชอบเพลงลูกกรุงและไทยเดิม 45 คน นั่นคือ $a + b = 30 + b = 45$ $b = 15$

$\therefore$ คนที่ชอบฟังเพลงลูกทุ่งมีทั้งหมด 120 คน

นั่นคือ $50 + 30 + b + x = 120$, $50 + 30 + 15 + x = 120$, $x = 25$

$\therefore$ จำนวนคนที่ชอบฟังเพลงลูกทุ่งและไทยเดิม แต่ไม่ชอบเพลงลูกกรุงมีจำนวน 25 คน



8. ตอบข้อ 3

1. ถูก เพราะถ้าให้ $S = \{0\}$ และ $T = \{0, \{0\}\}$ จะได้ $S \subseteq T$ และ $S \in T$

2. ถูก เพราะถ้าให้ $S = \{0\}$ และ $T = \{1\}$ และ $U = \{0, \{0\}\}$ จะได้ $S \notin T$ และ $T \notin U$
 แต่ $S \in U$

3. ผิด เพราะ $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$ และ $\{P(\emptyset)\} = \{\{\emptyset\}\}$ และ $P(\emptyset) \cap \{P(\emptyset)\} = \emptyset$

4. ถูก เพราะ $S \in P(S)$ สำหรับทุกเซต S ดังนั้น $S \neq P(S)$ สำหรับทุกเซต S

9. ตอบข้อ 3

1. ผิด เพราะ $A \cap B = \{1, 2\}$

2. ผิด เพราะ $A \cup B = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}\}$

3. ถูก เพราะ $A - B = \{3, \{1, 2, 3\}\}$

4. ผิด เพราะ $B - A = \{1, 2, 3\}$

10. ตอบ 415 ครอบครัว

วิธีทำ นำมาเขียนแผนภาพ

ให้ x = ครอบครัวที่ปลูกพืชทั้ง 3 ชนิด

จากโจทย์มีจำนวนครอบครัวที่ปลูกพืชตั้งแต่

2 ชนิดขึ้นไป 110 ครอบครัว นั่นคือ

$$(60 - x) + x + (70 - x) + (50 - x) = 110$$

$$180 - 2x = 110$$

$$x = 35$$

จากโจทย์ มีครอบครัวค้าขายอย่างเดียว 10 ครอบครัว

และครอบครัวที่ไม่ปลูกมังกุดเลย 290 ครอบครัว

จะได้ ครอบครัวที่ปลูกมังกุด $800 - 10 - 290 = 500$ ครอบครัว

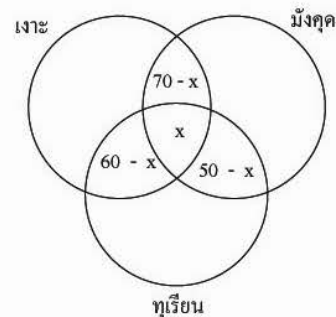
∴ จำนวนครอบครัวที่ปลูกมังกุดอย่างเดียว

$$= 500 - (70 - x) - x - (50 - x)$$

$$= 500 - (70 - 35) - 35 - (50 - 35)$$

$$= 500 - 35 - 35 - 15$$

$$= 415 \text{ ครอบครัว}$$



11. ตอบข้อ 2

ข้อ ก. ผิด เพราะส่วนที่แรเงาคือ $(A \cap B) - C$ ไม่ใช่ $C - (A \cap B)$

ข้อ ข. ถูก

$$A - (A \cap B) = A - B = A \cap B' = (A')' \cap B'$$

$$= B' \cap (A')' = B' - A'$$

ข้อ ค. ถูก เนื่องจาก

$$B' = \{-4, -3, -2, 2, 3, 4\} \quad [B = \{0, 1, -1\}]$$

$$\therefore A \cup B' = \{-4, -3, -2, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\therefore (A \cup B') \cap C = \{-2, -3\}$$

ข้อ ง. ผิด เนื่องจาก

$$(A \cap B) \cup (A \cap B') = [(A \cap B) \cup A] \cap [(A \cap B) \cup B']$$

$$= A \cap (A \cup B')$$

$$= A$$

$$= \{1, 2, 3\}$$

12. ตอบข้อ 3

1. ถูก เพราะว่า $\{x \mid x \in R \text{ และ } x^2 + 1 = 0\} = \emptyset$ จึง $\emptyset$ เป็นเซตที่ไม่มีสับเซตแท้

2. ถูก เพราะว่า $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $= (A \cap B) \cup \emptyset$ จึง $(A \cap B) \subseteq B$
 $= (A \cap B)$

3. ผิด เพราะว่า $\emptyset \cup \{\emptyset\} = \{\emptyset\}$ และ $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ ดังนั้น $\emptyset \cup \{\emptyset\} \neq \emptyset \cap \{\emptyset\}$

4. ถูก เพราะว่า

$$P(E) = \{\emptyset, E, \{a\}, \{c\}\} \text{ จะได้ } E = \{a, c\}$$

จาก $E \subset A$ และ $|A| = 3$ จากโจทย์กำหนด $b \in A$ จะได้ $A = \{a, b, c\}$

จาก $E \subset B$ และ $|B| = 4$ และ $b, d \in A \cup B$ จะได้ $B = \{a, b, c, d\}$

13. ตอบข้อ 3

เนื่องจากข้อความ “ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \in C$ ” เป็นเท็จ เมื่อข้อความ $A \in B$ และ $B \in C$ จริง แต่ $A \in C$ เป็นเท็จ ซึ่งเมื่อพิจารณาข้อ 3 จะเห็นว่า เป็นไปตามเหตุผลข้างต้น

14. ตอบ 13 คน วิธีทำ นำมาเขียนแผนภาพ ชอบช้าง 50 คน $\therefore x + y + 32 + 10 = 50$

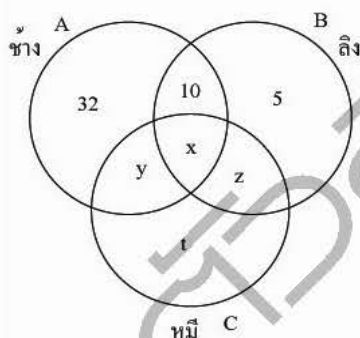
$$\therefore x + y = 8$$

ชอบหมีแต่ไม่ชอบลิง 20 คน $\therefore y + t = 20$

ชอบหมี 25 คน $\therefore x + z + y + t = 25$

$$\therefore x + z = 25 - 20$$

$$= 5 \text{ คน}$$



จากสูตร

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 50 + 35 + 25 - (10 + x) - (x + z) - (y + x) + x \\ &= 50 + 35 + 25 - (10 + x) - 5 - 8 + x \\ &= 87 \end{aligned}$$

$\therefore$ คนที่ไม่ชอบสัตว์ 3 ชนิดนี้ คือ $100 - 87 = 13$ คน

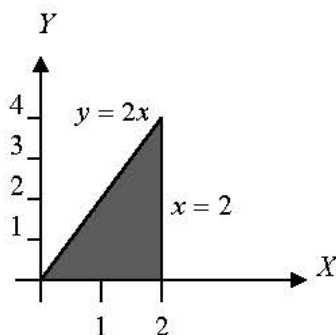
15. ตอบข้อ 1

จากกราฟของ $A = \{(x, y) \in R \times R \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x\}$

และ $B = \left\{ (x, y) \in R \times R \mid 0 \leq y \leq 4, \frac{y}{2} \leq x \leq 2 \right\}$

$$= \{(x, y) \in R \times R \mid 0 \leq y \leq 4, 0 \leq y \leq 2x\}$$

$\therefore A = B$ ข้อ 1 ถูกต้อง



16. ตอบข้อ 1

สมมติให้ A = เซตของนักเรียนที่เลือกเรียนฝรั่งเศส

B = เซตของนักเรียนที่เลือกเรียนคณิตศาสตร์

จากข้อ ก. มี 20 คนที่เลือกเรียนฝรั่งเศส หรือ คณิตศาสตร์ทำให้ได้ว่า $n(A \cup B) = 20 \dots\dots(1)$

จากข้อ ข. ถ้าเลือกเรียนฝรั่งเศส แล้วต้องไม่เรียนคณิตศาสตร์ทำให้ได้ว่า $A \cap B = \emptyset \dots\dots(2)$

จากข้อ ค. มีอยู่ 17 คนที่ไม่เรียนคณิตศาสตร์ ทำให้ได้ว่า $n(A') = 17 \dots\dots(3)$

จากข้อ ง. มีอยู่ 15 คน ที่ไม่เรียนฝรั่งเศสทำให้ได้ว่า $n(B') = 15 \dots\dots(4)$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

ดังนั้น $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20$

จาก (2) ทำให้ทราบว่า $n(A \cap B) = 0 \quad \therefore n(A) + n(B) = 20 \dots\dots(5)$

ให้ N = จำนวนนักเรียนในห้องนี้

จาก $n(A') = N - n(A)$ และ $n(B') = N - n(B)$

ดังนั้น โดย (3) และ (4) ทำให้ได้ว่า $N - n(A) = 17 \dots\dots(6)$

$N - n(B) = 15 \dots\dots(7)$

(6) - (7) $n(B) - n(A) = 2 \dots\dots(8)$

(5) + (8) $2n(B) = 22 \dots\dots(9)$

$\therefore n(B) = 11$

จาก (5) จะได้ $n(A) = 20 - n(B) = 20 - 11 = 9$

จาก (6) $N = 17 + n(A) = 17 + 9 = 26$

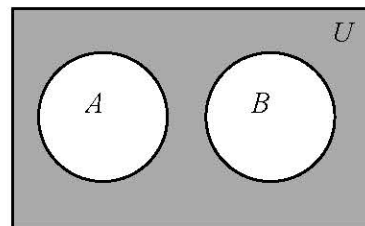
พิจารณา แผนภาพของเวนน์

ส่วนที่แรเงาคือ นักเรียนที่ไม่เรียนทั้งสองวิชา

$$= N - n(A \cup B)$$

$$= 26 - 20$$

$$= 6$$



17. ตอบ 11 คน ให้ A = เซตของผู้ที่ใส่ครีมในกาแฟ B = เซตของผู้ที่ใส่น้ำตาลในกาแฟ

จากข้อ ก. จำนวนผู้ที่ใส่ครีมในกาแฟน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนผู้ที่ใส่น้ำตาลในกาแฟอยู่ 7 คน

ทำให้ได้ว่า $2n(B) - n(A) = 7 \dots\dots(1)$

นำ (1) + (3); $3n(B) = 27 \quad \therefore n(B) = 9$

จากข้อ ข. จำนวนผู้ที่ใส่ทั้งครีมและน้ำตาลในกาแฟเท่ากับจำนวนผู้ที่ไม่ใส่ครีมและไม่ใส่น้ำตาลใน

กาแฟจะได้ว่า $n(A \cap B) = n(A' \cap B')$ $\dots\dots(2)$

จาก $A' \cap B' = (A \cap B)'$ ดังนั้น โดย (2) จะได้ $n(A \cap B) = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$
 $= 20 - n(A \cup B) = 20 - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$ ดังนั้น $n(A) + n(B) = 20 \dots\dots(3)$

นำ (1) + (3); $3n(B) = 27 \quad \therefore n(B) = 9$ จาก (3) $n(A) = 20 - n(B) = 20 - 9 = 11$

$\therefore$ จำนวนผู้ที่ใส่ครีมในกาแฟเท่ากับ 11

18. ตอบข้อ 1

$$A = \{1, a, 2, b, 3, c\} \quad B = \{1, 2\}$$

จำนวนสับเซต S ของ A ซึ่ง $S \cap B \neq \emptyset$ = จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A จำนวนสับเซต S ของ A ซึ่ง $S \cap B = \emptyset$

$$2^6 - 2^4 = 64 - 16 = 48$$

หมายเหตุ สำหรับสับเซต S ของ A เราได้ว่า $S \cap B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $S \subset \{a, b, 3, c\}$

ดังนั้น จำนวนสับเซต S ของ A ซึ่ง $A \cap B = \emptyset$

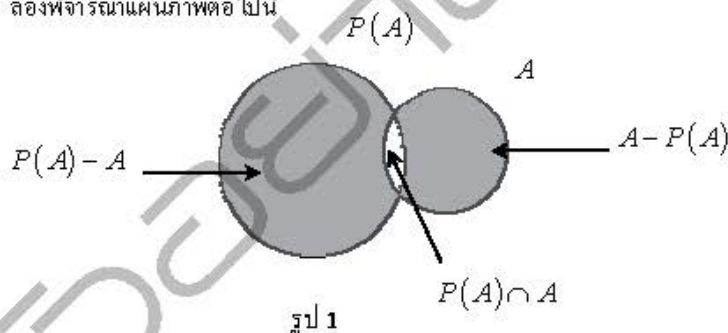
คือ จำนวนเซตทั้งหมดของ $\{a, b, 3, c\}$ ซึ่งมีจำนวนเท่ากับ $2^4 = 16$ สับเซต

19. ตอบ 64 ตัว

$$\text{จาก } A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 0, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

เราต้องการหา จำนวนสมาชิกของ $(P(A) - A) \cup (A - P(A))$

ถ้านักเรียนหา $P(A) - A$ และ $A - P(A)$ โดยตรงค่อนข้างลำบากและใช้เวลามาก จะทำอย่างไรจึงจะหาคำตอบได้โดยเร็ว ลองพิจารณาแผนภาพต่อไปนี้



เราต้องการหาจำนวนสมาชิกของเซตส่วนที่แรเงา แต่เราทราบว่า

$$\text{จำนวนสมาชิกใน } P(A) = 2^6 = 64$$

$$\text{และจำนวนสมาชิกใน } A = 6$$

ดังนั้น ถ้าเราทราบจำนวนของ $P(A) \cap A$ จะทำให้เราสามารถหาจำนวนสมาชิกของ

$$P(A) - A \text{ และ } A - P(A) \text{ ได้}$$

เรามหาจำนวนสมาชิกของ $P(A) \cap A$ กันเถอะ

การหาจำนวนสมาชิกของ $P(A) \cap A$ อาศัยการตรวจสอบโดยการใช้นิยามต่อไปนี้

$$P(A) = \text{เพาเวอร์เซตของ } A = \{B \mid B \subset A\} \text{ ดังนั้น } B \in P(A) \text{ ก็ต่อเมื่อ } B \subset A$$

$$\therefore B \in P(A) \cap A \text{ ก็ต่อเมื่อ } B \in P(A) \text{ และ } B \in A \text{ ก็ต่อเมื่อ } B \subset A \text{ และ } B \in A$$

ดังนั้น สมาชิกของ $P(A) \cap A$ คือเซต B ซึ่ง $B \subset A$ และ $B \in A$

$$\text{จากเซต } A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 0, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

$$\text{เราพบว่า } \emptyset \in A \text{ และ } \emptyset \subset A \text{ ดังนั้น } \emptyset \in P(A) \cap A$$

$$\{\emptyset\} \in A \text{ และ } \{\emptyset\} \subset A \text{ ดังนั้น } \{\emptyset\} \in P(A) \cap A$$

$$0 \in A \text{ และ } 0 \not\subset A \text{ ดังนั้น } 0 \notin P(A) \cap A$$

$$\{0\} \in A \text{ และ } \{0\} \subset A \quad \text{ดังนั้น } \{0\} \in P(A) \cap A$$

$$\{1\} \in A \text{ และ } \{1\} \not\subset A \quad \text{ดังนั้น } \{1\} \notin P(A) \cap A$$

$$\{0,1\} \in A \text{ และ } \{0,1\} \not\subset A \quad \text{ดังนั้น } \{0,1\} \notin P(A) \cap A$$

$$\therefore P(A) \cap A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{0\}\}$$

$$\text{ดังนั้น } n(P(A) \cap A) = 3$$

$$\begin{aligned} \text{จากรูป 1 } n(P(A) - A) &= n(P(A)) - n(P(A) \cap A) \\ &= 2^6 - 3 \\ &= 61 \end{aligned}$$

$$\text{และ } n(A - P(A)) = n(A) - n(P(A) \cap A) = 6 - 3 = 3$$

$$\text{ดังนั้น } n((P(A) - A) \cup (A - P(A))) = 61 + 3 = 64$$

20. ตอบข้อ 3

$$A = \{0,1\} \text{ และ } B = \{0, \{1\}, \{0,1\}\}$$

อาศัยหลักการเช่นเดียวกับข้อ 5 คือ $A \in P(B)$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

ข้อ 1 ผิด เพราะว่า $A \not\subset B$ (เพราะว่า $1 \in A$ แต่ $1 \notin B$) ดังนั้น $A \notin P(B)$

ข้อ 2 ผิด เพราะว่า $\{1\} \not\subset B$ ดังนั้น $\{1\} \notin P(B)$ เพราะฉะนั้น $\{1\} \notin P(A) \cap P(B)$

ข้อ 3 ถูก เพราะว่า $A \cap B = \{0\}$ ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ เท่ากับ $2^1 = 2$

ข้อ 4 ผิด เพราะว่า $A \cup B = \{0,1,\{1\},\{0,1\}\}$ มีจำนวนสมาชิก 4 ตัว ดังนั้น $P(A \cup B)$ มีจำนวนสมาชิก $2^4 = 16$

21. ตอบข้อ 1

ให้ A แทนเซตของผู้ที่ชอบฟังเพลงไทยสากล B แทนเซตของผู้ที่ชอบฟังเพลงไทยเดิม

C แทนเซตของผู้ที่ชอบฟังเพลงลูกทุ่ง

$$\text{จากโจทย์ จะได้ } n(A) = 95, n(B) = 92, n(C) = 125$$

$$n(A \cap B) = 52, n(A \cap C)$$

$$= 43, n(B \cap C)$$

$$= 57, n(A \cup B \cup C)$$

$$= 180$$

$$\text{โจทย์ให้หา } n(A - (B \cup C)) = ?$$

$$\text{จาก } n(A - (B \cup C)) = n(A) - n(A \cap (B \cup C))$$

$$= n(A) - n((A \cap B) \cup (A \cap C))$$

$$= n(A) - (n(A \cap B) + n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C))$$

$$= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{เราเพียงแต่ต้องหา } n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{โดย } n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore 180 = 95 + 92 + 125 - 52 - 43 - 57 + n(A \cap B \cap C) \therefore n(A \cap B \cap C) = 20$$

$$\text{แทนค่าสิ่งที่ทราบลงในสมการ จะได้ } n(A - (B \cup C)) = 95 - 52 - 43 + 20 = 20$$

22. ตอบข้อ 2 อาศัยกฎของเซตที่ว่า $A - B = A \cap B'$

$$\begin{aligned} &\text{จะได้ว่า } (A \cap C) - (B \cup D) = (A \cap C) \cap (B \cup D)' \\ &= (A \cap C) \cap (B' \cap D') = (A \cap B') \cap (C \cap D') = (A - B) \cap (C - D) \end{aligned}$$

หมายเหตุ กฎที่น่าสนใจ คือ สำหรับเซต A, B และ C ใดๆ

1. $A - B = A \cap B'$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
4. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
5. $(A')' = A$
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

23. ตอบข้อ 4 ให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$P(S)$ = เพนเวอร์เซตของ S

ถ้า $X = \{A \in P(S) \mid 1 \in A, 7 \notin A\}$

และ $Y = \{A \in X \mid \text{ผลบวกสมาชิกของใน } A \text{ ไม่เกิน } 6\}$

ต้องการหา $n(X)$ และ $n(Y)$ = ?

จากนิยามของ X เราพบว่า

$A \in X$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq S$ ซึ่ง $1 \in A$ แต่ $7 \notin A$ ก็ต่อเมื่อ $1 \in A$ และ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ก็ต่อเมื่อ $A = \{1\} \cup B$ เมื่อ $B \subset \{2, 3, 4, 5, 6\}$

ทำให้ได้ว่า $n(X) = \text{จำนวนสับเซตของ } \{2, 3, 4, 5, 6\} = 2^5 = 32$

จากนิยามของ Y เราพบว่า

$A \in Y$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq S$ ซึ่ง $1 \in A, 7 \notin A$ และผลบวกของสมาชิกใน A ไม่เกิน 6

ทำให้ได้ว่า $Y = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 3\}\}$

ดังนั้น $n(Y) = 6$

24. ตอบข้อ 1 กำหนดให้ $A = \{a, \{a\}, \{b\}, \{b, c\}\}$

$$(A - \{b, c\}) \cup \{b\} = \{a, \{a\}, \{b\}, \{b, c\}, b\} = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{b, c\}\}$$

ดังนั้น ข้อ 1 ถูกต้อง ข้อ 2 ผิด

$$\begin{aligned} &\text{พิจารณา } (A - \{a, \{b\}\}) - \{a\} \text{ จะได้ว่า } (A - \{a, \{b\}\}) - \{a\} = \{\{a\}, \{b, c\}\} - \{a\} \\ &= \{\{a\}, \{b, c\}\} \text{ จะเห็นได้ว่า ข้อ 3 และ ข้อ 4 ผิด} \end{aligned}$$

25. ตอบข้อ 3 ให้ $A =$ เซตของจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 ที่หารด้วย 3 ลงตัว

$B =$ เซตของจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 ที่หารด้วย 5 ลงตัว

เราต้องการหา $n(A \cup B) = ?$

$$\text{จากสูตร } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \dots \dots \dots (1)$$

เราสามารถหา $n(A), n(B)$ และ $n(A \cap B)$ ได้ดังนี้

สำหรับจำนวนเต็มบวก m และ k โดยที่ $k \leq m$

กำหนดให้ $\left\lceil \frac{m}{k} \right\rceil$ คือจำนวนเต็มบวกที่ใหญ่ที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{m}{k}$

$$\text{ตัวอย่าง เช่น } \left\lceil \frac{30}{7} \right\rceil = 4, \left\lceil \frac{100}{8} \right\rceil = 12$$

สูตรน่ารู้ “สำหรับจำนวนเต็ม n และ k ที่ $k \leq n$ จะได้ว่า ตั้งแต่ 1 ถึง n มีจำนวนที่หารด้วย k ลงตัว เท่ากับ

$$\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor \text{ จำนวน}” \text{ เช่น ตั้งแต่ 1 ถึง 500 มีจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับ } \left\lfloor \frac{500}{3} \right\rfloor = 166 \text{ จำนวน}$$

ดังนั้น $n(A) = 166$ และ ตั้งแต่ 1 ถึง 500 มีจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว เท่ากับ $\left\lfloor \frac{500}{5} \right\rfloor = 100$ จำนวน

ดังนั้น $n(B) = 100$ $A \cap B$ คือเซตของจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 500 ที่หารด้วย 3 และ 5 ลงตัว จะได้ว่า

$$A \cap B \text{ คือเซตของจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 500 ที่หารด้วย 15 ลงตัว ดังนั้น } n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{500}{15} \right\rfloor = 33$$

$$\text{จาก (1), } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 166 + 100 - 33 = 233$$

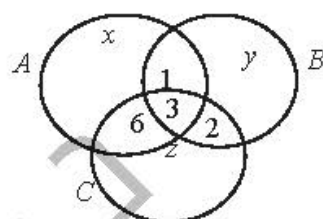
26. ข้อ 2

อาศัยแผนภาพของเวนน์ จากกำหนดให้ ----->

$$n(A \cap B \cap C) = 32,$$

$$n((A \cap B) - C) = 18, n((A \cap C) - B) = 6$$

$$\text{และ } n((B \cap C) - A) = 2$$



รูป 1

เราจะใส่ตัวเลขเหล่านี้ลงในแผนภาพได้ ดังนี้ ----->

กำหนดส่วนที่เหลือในแผนภาพเป็น x, y, z ตามลำดับ

จาก $n(A \cup B) = 92$ ทำให้ได้ว่า

$$x + y + (6 + 32 + 18 + 2) = 92$$

$$\text{หรือ } x + y + z + 58 = 92$$

$$\therefore x + y = 34 \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{จาก } n(A \cup C) = 79$$

$$\text{จะได้ } x + z + 58 = 79 \therefore x + z = 21 \quad \dots\dots(2)$$

$$\text{จาก } n(B \cup C) = 75$$

$$\text{จะได้ } y + z + 58 = 75 \therefore y + z = 17 \quad \dots\dots(3)$$

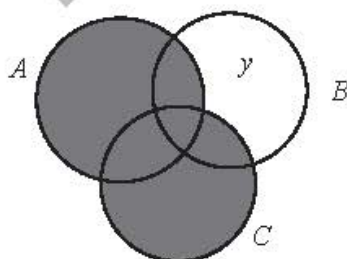
$$\text{สมการ (1) - (2) } y - z = 13 \quad \dots\dots(4)$$

$$\text{สมการ (3) + (4) } 2y = 30 \therefore y = 15$$

เราต้องการหา $n(A \cup B \cup C)$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A \cup C) + y \quad \text{รูปที่ 2}$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 79 + y = 79 + 15 = 94$$



รูป 2

27. ข้อ 2

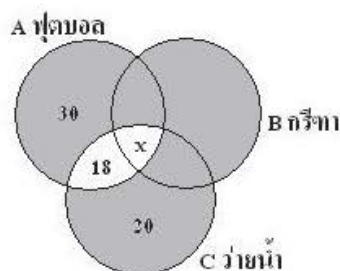
ใช้แผนภาพของเวนน์ ดังนี้

จากโจทย์ กำหนดให้ $n((A \cap C) - B) = 18$ ดังนั้น

เราสามารถใส่จำนวนนี้ลงในแผนภาพข้างต้น (ดูรูปข้างบน)

สมมติให้ จำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกทั้ง 3 ชมรม = x คน

มีนักเรียน 30 คนที่ไม่เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ



ดังนั้น $(A \cup B) - C$ มีจำนวนสมาชิก 30 คน

และจากกำหนดให้มี 20 คน เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ

แต่ไม่เป็นสมาชิกชมรมฟุตบอล ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $C - A$ เท่ากับ 20 คน

จากกำหนดให้ $A \cup B \cup C$ มีจำนวนสมาชิก 80 คน

$$\text{แต่จาก } n(A \cup B \cup C) = 30 + 18 + 20 + x = 68 + x$$

ดังนั้น $68 + x = 80 \therefore x = 80 - 68, x = 12$ จำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกทั้ง 3 ชมรม = 12 คน

28. ตอบข้อ 4

$$\text{จาก } A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{a, b\}$$

เราต้องการหาจำนวนเซต X ซึ่ง $B \subset X \subset A$ ดังกล่าวได้ว่า เซต x ซึ่ง $B \subset x \subset A$ คือเซตที่มี

คุณสมบัติว่า $X = B \cup C$ โดยที่ $C \subset \{c, d, e, f\}$ ดังนั้น จำนวนเซต X ซึ่ง $B \subset X \subset A$

เท่ากับจำนวนสับเซตของเซต $\{c, d, e, f\}$ ซึ่งเท่ากับ $2^4 = 16$ ดังนั้น คำตอบคือ 16

$$29. \text{ตอบข้อ 4} \quad \text{ข้อ 4} \quad \left\{ x \left| \frac{x-1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \right. \right\} \text{พิจารณา } \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1} \text{ ลงหนทบทวนนิยามของ } |x|$$

$$\text{นิยาม สำหรับ } x \in \mathbb{R} \quad |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

ดังนั้น โดยอาศัยนิยามของค่าสัมบูรณ์ เราสรุปได้ว่า

$$\left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ หรือ } x \geq 1$$



$$\text{ดังนั้น } \left\{ x \left| \frac{x-1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \right. \right\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1, x \geq 1\} \text{ เป็นเซตอนันต์}$$

$$30. \text{ตอบข้อ 3} \quad \text{กำหนดให้ } A = \left\{ x \mid x = 1 - \frac{2}{n} \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนนับ} \right\}$$

$$B = \left\{ 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\} \text{ และ}$$

$$C = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \dots \right\} \right\}$$

$$\text{เราเขียนเซต } A \text{ แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น } A = \left\{ -1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \dots \right\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2} \right\} \therefore (A \cap C) - B = \{-1\}$$

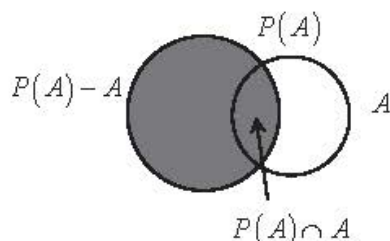
31. ตอบ 29 ตัว วิธีทำ จาก $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0\}, \{0, 1\}\}$ พิจารณา แผนภาพของเวนนต่อไปนี้เราต้องการหา จำนวนสมาชิกส่วนที่แรเงา จำนวนสมาชิก

ของ $P(A)$ เท่ากับ $2^5 = 32$

ต่อไปลองหา จำนวนสมาชิกของ $P(A) \cap A$

$\emptyset \in A$ และ $\emptyset \subset A$ ดังนั้น $\emptyset \in P(A) \cap A$

$0 \in A$ และ $0 \not\subset A$ ดังนั้น $0 \notin P(A) \cap A$



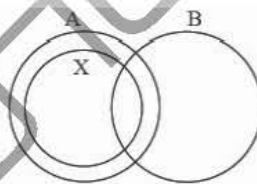
$$\begin{aligned}
 1 \in A \text{ และ } 1 \notin A \text{ ดังนั้น } 1 \notin P(A) \cap A \quad \{0\} \in A \text{ และ } \{0\} \subset A \text{ ดังนั้น } \{0\} \in P(A) \cap A \\
 \{0,1\} \in A \text{ และ } \{0,1\} \subset A \text{ ดังนั้น } \{0,1\} \in P(A) \cap A \\
 \therefore P(A) \cap A = \{\emptyset, \{0\}, \{0,1\}\} \\
 \text{ดังนั้น } n(P(A) - A) = n(P(A)) - n(P(A) \cap A) \\
 = 2^5 - 3 \\
 = 32 - 3 \\
 = 29
 \end{aligned}$$

32. ตอบ 7

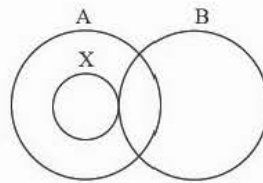
เนื่องจาก $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ และ $B = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, 6, 7, 8, \dots\}$
 ดังนั้น $A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $B - A = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}\}$
 จึงได้ว่า $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 3, 4, 5, \{1, 2\}, \{3, 4, 5\}\}$
 นั่นคือ $(A - B) \cup (B - A)$ มีสมาชิก 7 ตัว

33. ตอบข้อ 2 เนื่องจาก $A = \{5, 6, 7, \dots, 20\}$ และ $B = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$
 จากโจทย์จะสามารถพิจารณาได้สองกรณี ดังรูป

กรณีที่ 1 $X \subset A, X \cap B \neq \emptyset$



กรณีที่ 2 $X \subset A, X \cap B = \emptyset$



จากในกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 จะได้ว่า x ต้องประกอบด้วยสมาชิกของ $A - B$ อย่างน้อยหนึ่งตัว และอาจจะประกอบด้วยสมาชิกใดๆ ของ $A \cap B$ อีกด้วยก็ได้ เนื่องจาก $A - B = \{16, 17, 18, 19, 20\}$ จะได้ว่า $n(P(A)) = 2^5$ แต่เนื่องจาก x ต้องประกอบด้วยสมาชิกของ $A - B$ อย่างน้อยหนึ่งตัว ดังนั้นในกรณีนี้จึงได้ว่าสามารถสร้างเซตย่อย x ที่สอดคล้องเงื่อนไขได้ $2^5 - 1 = 31$ วิธี (ตัดกรณีที่ $x = \emptyset$ ออกไป) และ $A \cap B = \{5, 6, 7, \dots, 15\}$ จะได้ว่า $n(P(A \cap B)) = 2^{11}$ เนื่องจาก x จะประกอบด้วยสมาชิกใน $A \cap B$ หรือไม่ก็ได้ ดังนั้น ในกรณีนี้จะสามารถสร้างเซตย่อย x ที่สอดคล้องได้ 2^{11} วิธี นั่นคือ จะมี x ที่สอดคล้องเงื่อนไขได้ 31×2^{11} วิธี

34. ตอบ 128 จากโจทย์ $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 20\}$

จะได้ว่า $B = \{x \in A \mid \sqrt{|x|} \text{ เป็นจำนวนเต็ม} \} = \{0, \pm 1, \pm 4, \pm 9, \pm 16\}$

สมาชิกของเซต C ซึ่ง $C \subset B$ โดยที่ $0 \in C$ และ $1 \notin C$ สามารถเขียนได้เป็น $C = \{0\} \cup D$

โดยที่ $D \subset \{-1, 4, -4, 9, -9, 16, -16\}$ ดังนั้น จำนวนเซต C ดังกล่าวข้างต้น

เท่ากับจำนวนสับเซตของ $\{-1, 4, -4, 9, -9, 16, -16\}$ ซึ่งเท่ากับ $2^7 = 128$

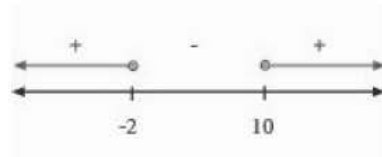
35. ตอบข้อ 2 พิจารณาเซต S ก่อน

$$x^2 \leq 8x + 20$$

$$x^2 - 8x - 20 \leq 0$$

$$(x-10)(x+2) \leq 0$$

$$x = 10, -2$$



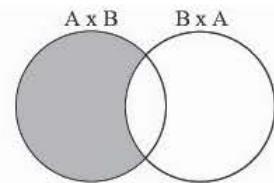
ดังนั้น $S = [-2, 10]$ จึงได้ว่า $A = \{x \in S / x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะบวก} \}$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

และ $B = \{x \in S / x \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่} \}$

$$= \{-1, 1, 3, 5, 7, 9\}$$

พิจารณารูปบริเวณที่แรเงา คือ $(A \times B) - (B \times A)$



ดังนั้น $n((A \times B) - (B \times A))$

$$= n(A \times B) - [(n(A \cap B)) \times (n(B \cap A))]$$

$$= n(A \times B) - [n(A \cap B)]^2$$

$$= n(A) \times n(B) - [n(A \cap B)]^2$$

$$= n(A \times B) - [n(A \times B) \cap (B \times A)]$$

$$(\text{เพราะว่า } (A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A))$$

$$= (4 \times 6) - 3^2 \quad (\text{เพราะว่า } A \cap B = \{3, 5, 7\}) = 24 - 9 = 15$$

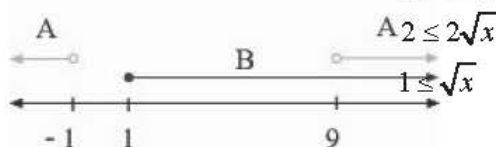
36. ตอบข้อ 4

พิจารณาเซต A จาก $A = \{x \mid |x-4| > 5\}$ จะได้ว่า $x-4 > 5$ หรือ $x-4 < -5$

ดังนั้น $x > 9$ หรือ $x < -1$ นั่นคือ $A = (-\infty, -1) \cup (9, \infty)$

พิจารณาเซต B จาก $B = \{x \mid \sqrt{x+3} - \sqrt{x} \leq 1\}$ จะได้ว่า $\sqrt{x+3} \leq 1 + \sqrt{x}$ และ $1 + \sqrt{x} \geq 0$

$$x+3 \leq 1 + 2\sqrt{x} + x$$



นั่นคือ $1 \leq x$ ดังนั้น $B = [1, \infty)$ จะได้ 1) $A \cup B = (-\infty, -1) \cup [1, \infty)$

2) $A \cap B = (9, \infty)$ ดังนั้น $(A \cap B)' = (-\infty, 9]$ 3) $B - A = [1, 9]$ 4) $A - B = (-\infty, -1)$

37. ตอบ 18

$$\text{เนื่องจาก } n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \dots (*)$$

จากโจทย์ต้องการทราบ $n(B)$ ดังนั้น เหลือตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่าคือ $n(A \cap B)$ และ

$$n(A \cap B \cap C) \quad \text{แต่จาก } A \cap B \subset B \cap C$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = (A \cap B) \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$$

$$\text{นั่นคือ } n(A \cap B) = n(A \cap B \cap C)$$

แทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดในสมการ (*) จะได้

$$49 = 25 + n(B) + 23 - n(A \cap B) - 10 - 7 + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{นั่นคือ } n(A \cap B) = n(A \cap B \cap C) \quad \text{ดังนั้น } n(B) = 49 - 25 - 23 + 10 + 7 = 18$$

38. ตอบ 13

$$\text{จาก } A = \{\emptyset, 0, 1, \{0, 1\}\} \text{ ดังนั้น } n(P(A)) = 2^4 = 16$$

$$\text{ต้องการทราบ } n(P(A) - B)$$

$$\text{จาก } P(A) - B = \{X / X \in P(A) \text{ แต่ } X \notin B\}$$

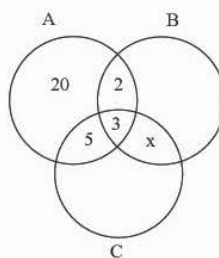
$$\text{ดังนั้น } n(P(A) - (B)) = n(P(A)) - n(P(A) \cap B) \text{ พิจารณา } B \text{ และ } P(A)$$

$$\text{จะเห็นได้ว่า } B \cap P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{0, 1\}\} \text{ จึงได้ว่า } n(P(A) - B) = 16 - 3 = 13$$

39. ตอบ ข้อ 2 เขียนแผนภาพของเวนนัน-ฮอยเลอร์

แล้วใส่ข้อมูลตามโจทย์กำหนด

$$\text{โดยที่ } x = n(A' \cap B \cap C)$$



ดังนั้น

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{จะได้ } 80 = 30 + 42 + 28 - 5 - 8 - (3 + x) + 3 \quad 80 = 90 - (3 + x)$$

$$3 + x = 10 \quad x = 7$$

40. ตอบ ข้อ 1

$$\text{เนื่องจาก } (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C) \text{ ดังนั้น จากโจทย์จะได้ว่า } A \cap (B \cup C) = \emptyset$$

นั่นคือ A และ $B \cup C$ ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

ดังนั้น เนื่องจาก $a \in A$ และ $b \in B \cup C$ และ $c \in B \cup C$

จึงได้ว่า $a \notin B \cup C, b \notin A$ และ $C \notin A$ นั่นคือ $a \notin B, a \notin C, b \notin A$ และ $C \notin A$

ดังนั้นเนื่องจาก A, B, C เป็นเซตที่มีสมาชิกแต่ละ 2 ตัว และจาก $A \cup B \cup C = \{a, b, c, c\}$

ทำให้ได้ว่า $A = \{a, b, c, d\} - \{b, c\} = \{a, d\}$

และยังได้อีกว่า $\{a, d\} \cup B \cup C = \{a, b, c, d\}$ ดังนั้น $B \cup C = \{b, c\}$

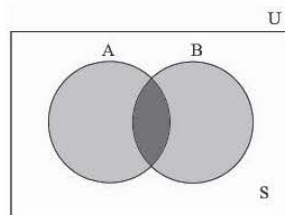
ดังนั้นจาก B และ C ต้องมีสมาชิก 2 ตัว จึงสรุปได้ทั้งหมดว่า $B = \{b, c\} = C$

41. ตอบ 400 กำหนดให้ $u = \{1, 2, \dots, 1000\}$ เนื่องจาก $100 = 2^2 \times 5^2$

จากนิยาม $s = \{n \in u \mid n \leq 1000, \text{ ห.ร.ม. ของ } n \text{ และ } 100 \text{ เท่ากับ } 1\}$ ดังนั้น ถ้า $n \in s$

จะได้ว่า $2 \nmid n$ และ $5 \nmid n$ ให้ $A = \{n \in u \mid 2 \text{ หาร } n \text{ ลงตัว}\}$, $B = \{n \in u \mid 5 \text{ หาร } n \text{ ลงตัว}\}$

พิจารณารูป



จากรูป จะได้ว่า $n(u) = n(A) + n(B) + n(s) - n(A \cap B) \dots\dots\dots (*)$

ดังนั้นสิ่งที่ต้องทราบคือ $n(A), n(B)$ และ $n(A \cap B)$

จากนิยามของเซต A จะได้ $n(A) = \frac{1000}{2} = 500$

และจากนิยามของเซต B จะได้ $n(B) = \frac{1000}{5} = 200$

และจากนิยามของ A และ B จะได้ $n(A \cap B) = \frac{1000}{2 \times 5} = 100$

นำมาแทนค่าลงในสมการ (*) จะได้ $1000 = 500 + 200 + n(s) - 100$

$$n(s) = 1000 - 500 - 200 + 100 = 400$$

42. ตอบข้อ 4

เนื่องจาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่าจากโจทย์ จะได้ $5 = 3 + 3 + 3 - 2 - 2 - 2 + n(A \cap B \cap C)$

$$n(A \cap B \cap C) = 2 \dots (*)$$

พิจารณา ตัวเลือก 1. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 3 - 2 = 4$ (1. ถูกต้อง)

พิจารณา ตัวเลือก 2. $n(A \cup (B \cap C)) = n(A) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$

$$= 3 + 2 - 2 = 3 \quad \text{ดังนั้น ตัวเลือก 2. ผิด}$$

พิจารณาตัวเลือก 3. $n(A \cap (B \cup C)) = n((A \cap B) \cup (A \cap C))$
 $= n(A \cap B) + n(A \cap C - n(A \cap B \cap C))$
 $= 2 + 2 - 2 = 2$
 (3. ถูกต้อง)

พิจารณาตัวเลือก 4. จาก (*) จะได้ $n(A \cap B \cap C) = 2$ ดังนั้น ตัวเลือก 4. ผิด

ครอ. ย. 1

2: ระบบจำนวนจริง

1. เซตคำตอบของ $\frac{|3x-2|}{|x+1|-1} > 5$ คือ

- 1). $(-6, -2) \cup (0, \frac{1}{4})$ 2). $(-6, -2) \cup (-1, \frac{1}{4})$ 3). $(-6, -1) \cup (0, \frac{1}{4})$ 4). $(-6, -1) \cup (-1, \infty)$

2. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดผิด

- 1). ถ้า $a > 0, b > 0$ และ $a \neq b$ แล้ว $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 2$ เสมอ
 2). ถ้า $a > 0, b > 0$ และ $a \neq b$ แล้ว $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ เสมอ
 3). ถ้า $a^2 + b^2 = 1$ และ $c^2 + d^2 = 1$ แล้ว $ac + bd \leq 1$ เสมอ
 4). เซตของจำนวนตรรกยะและการบวกเป็นกลุ่ม

3. เซตคำตอบของ $\left| \frac{3-2x}{2+x} \right| < 4$ คือ

- 1). $(-\frac{11}{2}, \frac{-5}{6}) \cup (\frac{-5}{6}, \infty)$ 2). $(-\infty, -11) \cup (\frac{-5}{6}, \infty)$
 3). $(-\infty, \frac{-11}{2}) \cup (\frac{-5}{6}, \infty)$ 4). $(-\infty, \frac{-3}{2}) \cup (\frac{-5}{6}, \infty)$

4. สำหรับจำนวนจริง x และ y ใด ๆ $|x+y| \leq |x| + |y|$ ค่าของ M ซึ่งทำให้ $|x^3 - 2x^2 + 3x - 4| \leq M$ สำหรับทุก ๆ x ใน $[-3, 2]$ คือ

- 1). 4 2). -4 3). 2 4). 58

5. สมการในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีรากในระบบจำนวนจริง

- 1). $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 2$ 2). $\sqrt{x+12} + \sqrt{x} = 2$
 3). $\sqrt{x-4} + \sqrt{x-8} = 2$ 4). $\sqrt{x-3} = \sqrt{x} - 3$

6. ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวกและ m, n, p เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว ข้อความข้อใดต่อไปนี้จริง

- 1). $\frac{a^m}{a^{-n}} = a^{m-n}$ 2). ถ้า $\frac{a^n}{a^n} = a^p$ แล้ว $m-n-p=0$
 3). ถ้า $a^m - a^n = 0$ แล้ว m เป็นอินเวอร์สการคูณของ n
 4). ถ้า $\frac{a^m}{a^n} = 1$ แล้ว a^n เป็นอินเวอร์สการคูณของ a^m

7. $\frac{(\sqrt{32} - \sqrt{243}) + (\sqrt{72} + \sqrt{27})}{(\sqrt{12} + 3\sqrt{8}) - (\sqrt{75} - \sqrt{48})}$ เท่ากับปริมาณในข้อใดต่อไปนี้

- 1). $\frac{2}{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 2). $\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 3). $\frac{2}{3}(\sqrt{2} - \sqrt{6})$ 4). $\frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

หมวดคู่มือเตรียมสอบ

ข้อสอบ

เสริมความรู้

มุ่งสู่มหาวิทยาลัย
คณิตศาสตร์ 1

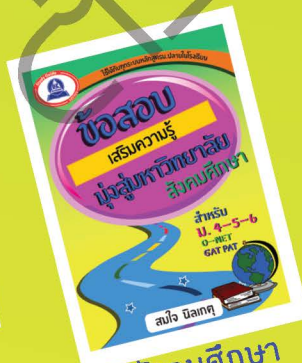
“อยากเข้ามหาวิทยาลัย
คะแนนสูงๆ ตามต้องการ
ควรมีตำราเล่มนี้ไว้ในครอบครอง”

สำหรับอาจารย์ทุกท่านสามารถนำตำราเล่มนี้
เข้าไปให้นักเรียนศึกษา ควบคู่บทเรียนได้

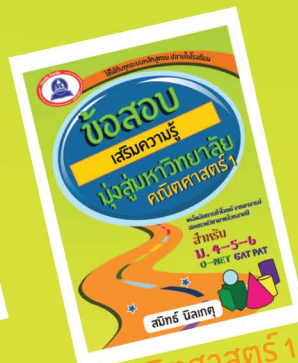
เริ่มต้นตั้งแต่ ม.4 ไม่สาย



ภาษาไทย



สังคมศึกษา



คณิตศาสตร์ 1



ภาษาอังกฤษ

ข้อสอบเสริมความรู้มุ่งสู่มหาวิทยาลัย
วิชา คณิตศาสตร์



ดวงกมลพับลิชชิ่ง
นำเสนอหนังสือดี มีคุณค่า

ISBN 978-616-511-242-0



9 786165 112420