

ตะลุยโจทย์ สอบ. คณิตศาสตร์

พิชิตเหรียญทองโอลิมปิก



เหมาะสำหรับเตรียมความพร้อมเพื่อคัดเลือกเข้าสู่ ค่าย สอบ.
และเตรียมความพร้อมสู่การแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ

ตะลุยโจทย์ ส่วน. คณิตศาสตร์

(พีชคณิตเรขาคณิตของโอลิมปิก)

โดย ณัฐพล บัณฑิตแสน

ตะลุยโจทย์ สอวน. คณิตศาสตร์ (พิชิตเหรียญทองโอลิมปิก)

นักเขียน : ณัฐพล บัณฑิตเสน

บรรณาธิการ : จันทราจิรา มีนิตี

ราคา 380 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

(National Library of Thailand Cataloging in Publication Data)

ณัฐพล บัณฑิตเสน.

ตะลุยโจทย์ สอวน. คณิตศาสตร์ (พิชิตเหรียญทองโอลิมปิก).-- นนทบุรี : ริงค์ บียอนด์บุ๊กส์, 2565.

320 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย. 2. คณิตศาสตร์ -- การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

510.76

Barcode 885-90993-0917-2

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ
ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท
ริงค์ บียอนด์ บুকส์ จำกัด ห้ามลอก
เลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือ
เล่มนี้ ไม่ว่ารูปแบบใดๆ นอกจากจะได้
รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจาก
ผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

ฝ่ายผลิต

ผู้ช่วยบรรณาธิการ : รตนภรณ์ สุขประดิษฐ์

ออกแบบปก : Duckable Studio

ออกแบบรูปเล่ม : วัทธัญ พรอมรา

พิสูจน์อักษร : วลีษฐา ญาณสุคนธ์

เรียบเรียง : สุนิสา ไพโรจิตร์

ตรวจสอบวิชาการ : ชูบิน, ณัฏวดี ศรีประทุม, วลีษฐา ญาณสุคนธ์

เทคนิคการผลิต : ระพีพัฒน์ โทสาปา

พิมพ์ครั้งที่ 2 : 2566

E-Book : พลศจิกายน 2567

พิมพ์ที่

บริษัท ตำนานสุทธาการพิมพ์ จำกัด

307 ซอยลาดพร้าว 87 ถนนลาดพร้าว แขวงคลองเจ้าคุณสิงห์

เขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร 10310

Tel.02-966-1600-6 Fax.02-966-1609

จัดพิมพ์โดย



บริษัท ริงค์ บียอนด์ บุกส์ จำกัด

200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1903A

จัสตินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์ ถ.แจ้งวัฒนะ

ต.ปากเกร็ด อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี ประเทศไทย 11120

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)

โทรสาร 0-2962-1084

เสนองานเขียน/งานแปล/งานวาดได้ที่

www.thinkbeyondbook.com

จัดจำหน่ายโดย



บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด

200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901 จัสตินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์

ถ.แจ้งวัฒนะ ต.ปากเกร็ด อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120

โทรศัพท์ 0-2962-1081, 0-2962-2626 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)

โทรสาร 0-2962-1084

สำหรับร้านค้า และตัวแทนจำหน่าย สนใจสั่งซื้อจำนวนมาก

โทรศัพท์ 0-2962-1081, 0-2962-2626 ต่อ 112-114 โทรสาร 0-2962-1084

หากต้องการนำเนื้อหาภายในเพื่อใช้ในการสอนหรือใช้เป็นเอกสารประกอบการสอน
ติดต่อขออนุญาตได้ที่ Email : Thinkbeyondbooks@gmail.com หรือ โทร 0-2962-2626 ต่อ 708

คำนำ

โอลิมปิกวิชาการเป็นโครงการที่พัฒนาและเพิ่มทักษะทางวิชาการให้กับนักเรียน ก่อให้เกิดการแข่งขันด้านวิชาการของนักเรียนทั่วประเทศ โครงการนี้มีการแข่งขันในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และคอมพิวเตอร์

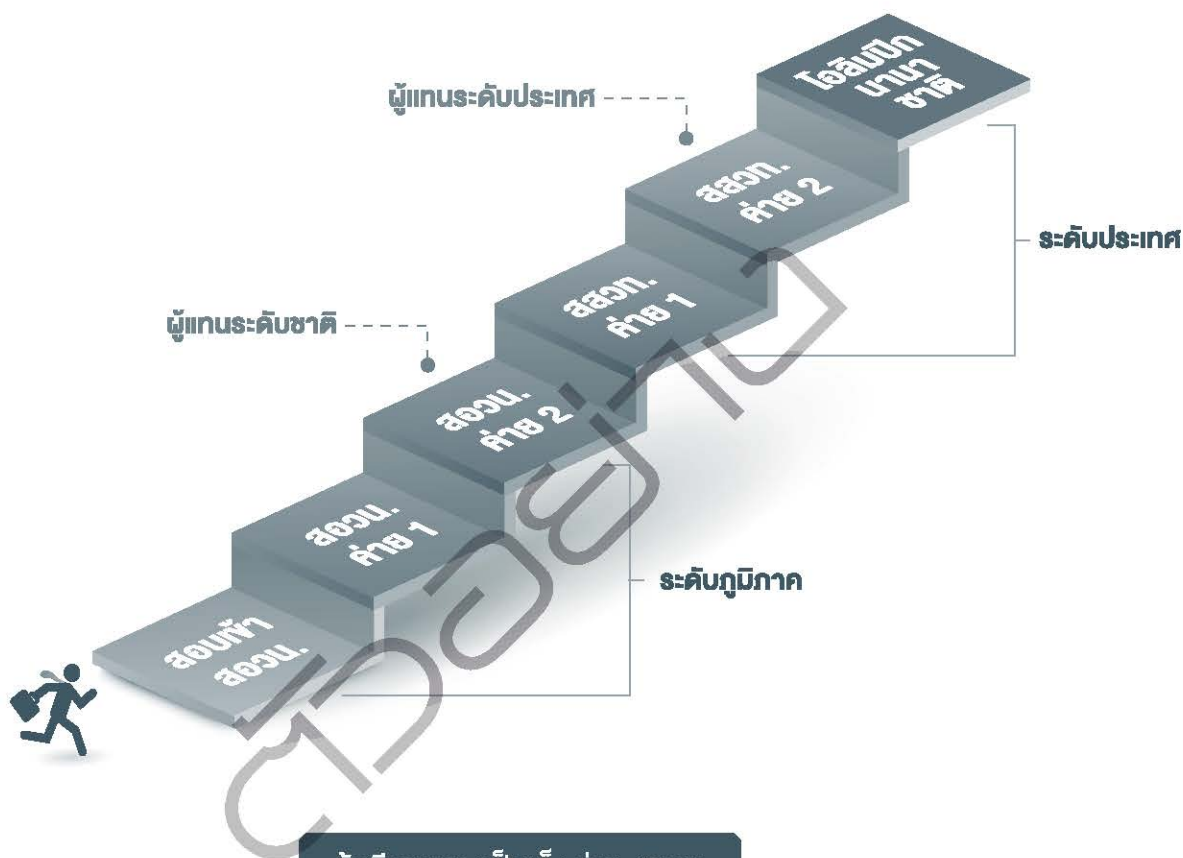
การที่จะเข้าร่วมแข่งขันดังกล่าวได้ นักเรียนต้องมีพื้นฐานที่ดี ฝึกทำโจทย์ที่หลากหลาย เพื่อพัฒนาตัวเอง เตรียมความพร้อมเมื่อสอบผ่าน จะได้ก้าวเข้าสู่ค่ายโอลิมปิกวิชาการของมูลนิธิ สอนวน.

ค่าย สอนวน. นั้นเป็นสิ่งที่ดีต่อนักเรียน ที่รักในวิชาคณิตศาสตร์ ถึงแม้ว่านักเรียนจะไม่ได้เป็นผู้แทนประเทศในการร่วมแข่งขันโอลิมปิกวิชาการ แต่การได้ผ่านค่าย สอนวน. ก็ช่วยเตรียมความพร้อมและเป็นใบเบิกทางที่ดีในการเข้าเรียนต่อในมหาวิทยาลัยชั้นนำของประเทศ จะเห็นได้จากโครงการรับเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรีของมหาวิทยาลัย จะมีทั้งโครงการที่รับนักเรียนที่ผ่านค่าย สอนวน. โดยเฉพาะ และนำไปเป็นผลงานในแฟ้มสะสมผลงาน ก็ถือว่าช่วยให้ผลงานด้านวิชาการของนักเรียนโดดเด่นอย่างมาก

ผู้เขียนจึงได้รวบรวมแนวข้อสอบตามข้อสอบจริงที่ใช้ในการคัดเลือกเข้าค่ายโอลิมปิกวิชาการ วิชาคณิตศาสตร์ไว้ ผู้เขียนหวังว่านักเรียนที่สนใจจะนำหนังสือเล่มนี้ไปฝึกฝนและให้เป็นส่วนหนึ่งของความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ณัฐพล บัณฑิตเสน

เส้นทาง สู่โอลิมปิกวิชาการ



ข้อดีของการเป็นเด็กค่าย สอน.

- ได้ประสบการณ์ที่มากกว่าในโรงเรียนปกติ
- ได้เรียนเกินจากหลักสูตรกับอาจารย์ระดับมหาวิทยาลัย
- ได้เป็นตัวแทนระดับประเทศ
- ได้รับประกาศนียบัตรสำหรับเข้ามหาวิทยาลัย
- ได้ทุนการศึกษา
- ได้มิตรภาพ ได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนในค่าย
- ได้ความภูมิใจในตนเอง 😊

ตะลุยโจทย์ ส่วน.

คณิตศาสตร์

(พิชิตเหรียญทองโอลิมปิก)

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์

1. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวก และ $a + a^{-1} = 3\sqrt{3}$ จงหาค่าของ $(a^3 - a^{-3})^2$

2. จงหาจำนวนเต็มบวก i ที่น้อยที่สุด ที่ทำให้มีจำนวนเต็มบวก j ที่สอดคล้องกับสมการ
 $1,000 = i + (i + 1) + (i + 2) + \dots + (i + j)$

3. จำนวนเต็มบวก X ในเลขฐานสิบจำนวนหนึ่ง ประกอบด้วยเลขหลักหลักเขียนแทนได้เป็น $\overline{a_5a_4a_3a_2a_1a_0}$ ถ้า $a_5 = 9$ และ $\overline{a_4a_3a_2a_1a_0} = \frac{1}{25}X$ แล้ว $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ เท่ากับเท่าไร

4. จงหาจำนวนเต็มที่มีมากที่สุด ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ A เมื่อ $A = \frac{10^{97}}{10^{94} + 5}$

5. จงหาจำนวนเต็มบวก P ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $3^{\frac{1}{9}} \cdot 3^{\frac{3}{9}} \cdot 3^{\frac{5}{9}} \cdot \dots \cdot 3^{\frac{2P-1}{9}}$ มีค่ามากกว่า 6,000

6. ให้ $U = \{|x-3| + |x+5| + |x-7| \mid 0 \leq x \leq 10\}$ ถ้า $U = [m, n]$ แล้ว $m + n$ มีค่าเท่าไร

7. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวก และ $a + \frac{1}{a} = n$ จงหาค่า n ที่ทำให้ $\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 = 12,100$

8. จงหา ค.ร.น. ที่มากที่สุดที่จะเป็นไปได้ของ m และ n เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $m + n = 900$

9. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ จงหาผลรวมของสมาชิกของ A ที่มี ห.ร.ม. ของจำนวนนั้นและ 21 เป็น 1

10. จงหาค่า x เมื่อ $x = \sqrt[3]{3^{12} - 3^9 \cdot 5^2 + 3^5 \cdot 5^4 - 5^6}$

11. จงหาค่าของ $\sqrt{12 + \sqrt{140}} + \sqrt{12 - \sqrt{140}}$

12. จงหา pq ในรูปตัวแปร a, b เมื่อ $p = 100\dots07$ และ $q = 100\dots04$

13. จงหาผลบวกของกำลังสองของรากที่เป็นจำนวนจริงทุกรากของสมการ $x^{108} - 27^{36} = 0$

14. จงหาค่าของ $\sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ เมื่อ $x \in (1, 4)$

15. เมื่อ $\frac{x-3}{x^2+20}$ ไม่เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ โดยมี x เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว x ที่น้อยที่สุดมีค่าเท่าใด

16. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก กำหนด $P(n)$ เป็นผลคูณของตัวประกอบที่เป็นบวกทั้งหมดของ n เช่น $P(2) = 1 \times 2$, $P(9) = 1 \times 3 \times 9 = 27$ เป็นต้น
จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่น้อยที่สุด ที่สอดคล้องกับ $P(n) = n^{10}$

17. ให้ a เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $f(a)$ แทนผลบวกของเลขโดดทุกจำนวนที่เขียนแทน a จงหาผลรวมของจำนวนเต็มบวก a ทุกจำนวนที่สอดคล้องกับ $a - f(a) = 567$

18. กำหนดให้ A เป็นจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 2,000 ถึง 8,888 จะมี A ที่จำนวน ที่ผลต่างระหว่างหลักหน่วยกับหลักพันเท่ากับ 2

19. ให้ $N = (10^2 + 1)(10^4 + 1)(10^8 + 1) \dots (10^{64} + 1)$ จงหา $\text{sum}(N)$

บทนิยาม สำหรับจำนวนเต็มบวก n กำหนดให้ $\text{sum}(n)$ แทนผลบวกของเลขโดดทุกจำนวนที่เขียนแทน n ในระบบเลขฐาน 10 เช่น $\text{sum}(112) = 1 + 1 + 2 = 4$ เป็นต้น

20. ให้ n เป็นจำนวนจริงบวกที่เป็นคำตอบของสมการ $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = x$

จงหาจำนวนเต็มที่ยกที่สุด ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ n

21. กำหนดให้ p เป็นจำนวนเต็มลบที่น้อยกว่า -350 จงหา p ที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับ
- ก. p เป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบที่ติดกัน 3 จำนวน
 - ข. p เป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบที่ติดกัน 4 จำนวน
 - ค. p เป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบที่ติดกัน 5 จำนวน

22. กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้
- ก. $A > B$
 - ข. ค.ร.น. ของ A, B เท่ากับ 500
- จงหา (A, B) มีทั้งหมดกี่คู่อันดับ

23. จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่ไม่เกิน 100,000 โดยที่จำนวนตั้งแต่ 2 ถึง 13 หารลงตัว
แต่จะมีสองจำนวนต่อเนื่องกันที่หารจำนวนนั้นไม่ลงตัว

24. กำหนดให้ $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{2}(3^{a_1} + 3^{a_2} + 3^{a_3} + \dots + 3^{a_n})$

จงหาค่าของ $n^2 + 2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$

25. จากอสมการ $200 < \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} \leq 400$

จะได้ $x \in (a, b]$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

26. เลขสามหลักจำนวนหนึ่งประกอบขึ้นจากเลขโดดที่ไม่มีเลขศูนย์ จะมีกี่จำนวนที่เลขโดดในหลักสิบมากกว่าเลขโดดในหลักหน่วย และเลขโดดในหลักร้อยมีค่ามากกว่าเลขโดดในหลักสิบ

27. $\sum_{i=1}^{2564} i! - \sum_{i=1}^{1281} \frac{(2i+1)!}{2i} = A$ แล้ว A มีค่าเท่าใด

28. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้ $a^2 + 2021$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์ แล้ว a เป็นจำนวนใดได้บ้าง

29. จำนวนเต็มสามจำนวนมีผลคูณของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เท่ากับ 1764 แล้วสามจำนวนนั้นรวมกัน จะมีค่ามากที่สุดได้เท่าใด

30. การหา ห.ร.ม. ของจำนวนเต็ม x และ y ด้วยขั้นตอนของยูคลิด จะทำขั้นตอนการหารในลักษณะดังต่อไปนี้

$$x = yq_1 + r_1$$

$$y = r_1q_2 + r_2$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3$$

$$\vdots$$

$$r_{n-3} = r_{n-2}q_{n-1} + r_{n-1}$$

$$r_{n-2} = r_{n-1}q_n$$

ถ้า $0 < x \leq y \leq 120$ แล้ว n จะมีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

31. จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{2000} \left(\frac{1}{i} \sum_{j=1}^i j \right)$

32. กำหนดให้ p, q, r, s และ t เป็นจำนวนเต็มทีลอดคล้องกับ

8. $p > q > r > s > t$

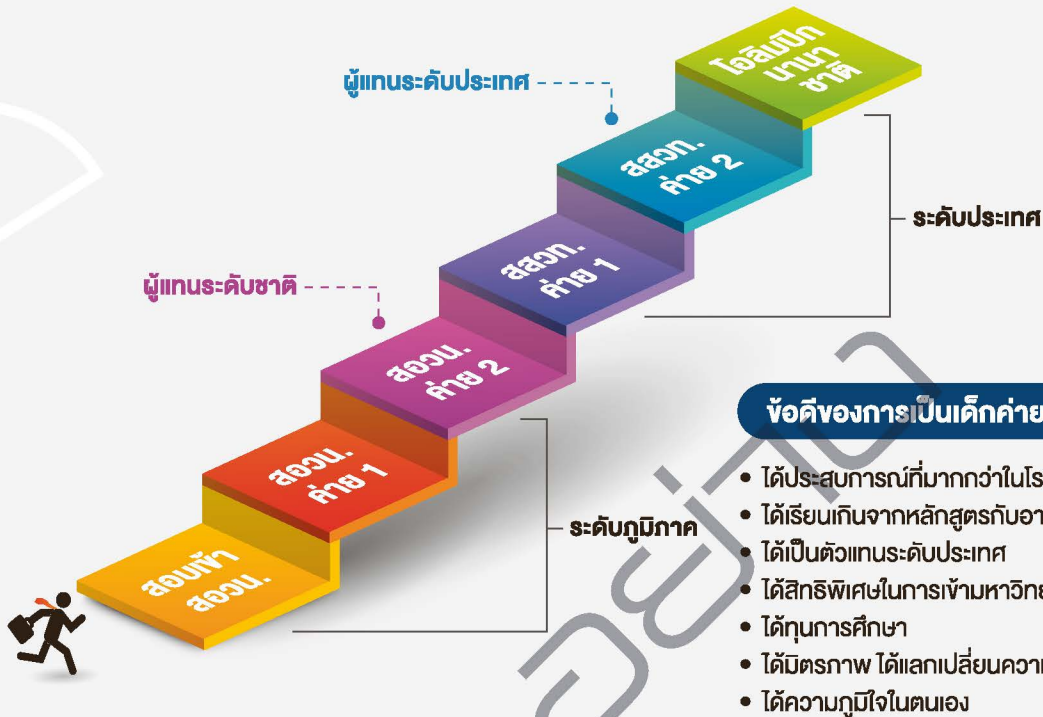
2. $(5 - p)(5 - q)(5 - r)(5 - s)(5 - t) = 175$

จงหา $p + q + r + s + t$

33. นิยาม $[x]$ แทนจำนวนเต็มที่ยกมากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x เช่น $[10.7] = 10$, $[-12.5] = -13$
 จงหาค่าของ $\left\lfloor \frac{1}{2[\sqrt{1}] + 1} + \frac{1}{2[\sqrt{2}] + 1} + \frac{1}{2[\sqrt{3}] + 1} + \dots + \frac{1}{2[\sqrt{50}] + 1} \right\rfloor$

34. กำหนดให้ $O(x)$ เป็นผลบวกของเลขโดดที่เป็นจำนวนคี่ทุกจำนวนของ x
 เช่น $O(34651) = 3 + 5 + 1 = 9$ จงหา $\sum_{x=1}^{100} O(x)$

เส้นทางสู่โอลิมปิกวิชาการ



ข้อดีของการเป็นเด็กค่าย สอบน.

- ได้ประสบการณ์ที่มากกว่าในโรงเรียนปกติ
- ได้เรียนเกินจากหลักสูตรกับอาจารย์ระดับมหาวิทยาลัย
- ได้เป็นตัวแทนระดับประเทศ
- ได้สิทธิพิเศษในการเข้ามหาวิทยาลัยชั้นนำของรัฐ
- ได้ทุนการศึกษา
- ได้มิตรภาพ ได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนในค่าย
- ได้ความภูมิใจในตนเอง

เกี่ยวกับผู้เขียน

ณัฐพล บัณฑิตเสน

www.facebook.com/peenuke
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
วิทยาศาสตร์ (วท.บ.) ฟิสิกส์



อดีตนักเรียนค่าย

- โอลิมปิกวิชาการ สอบน.
ศูนย์มหาวิทยาลัยขอนแก่น สาขาวิชาฟิสิกส์ดาราศาสตร์
- โอลิมปิกวิชาการ สอบน.
ศูนย์มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี สาขาวิชาฟิสิกส์

ผู้ตีพิมพ์ประจำสถาบันกวดวิชา

- ฟิสิกส์ คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
ถึงระดับอุดมศึกษา
- วิทยาศาสตร์ทั่วไป ดาราศาสตร์
- พื้นฐานวิศวกรรมศาสตร์

สแกน QR Code เพื่อเข้าสู่ร้าน
Think Beyond Books Official



Shopee



Lazada



ซื้อหนังสือสะดวก ส่งถึงบ้านบนช่องทางออนไลน์ที่ Shopee และ Lazada
หรือผ่านทางร้านหนังสือออนไลน์ www.serazu.com



thinkbeyond books

จัดทำโดย

Think
Beyond

Barcode 885-90993-0917-2



8 859099 309172

ราคา 380 บาท