
ดร.สิงห์ทอง บัวชุม
D.P.A. ปร.ด. ร.ป.ด. ร.ป.ม. ร.ม. ร.บ.

สถาบัน THE BEST CENTER
2145/7 ซ.รามคำแหง 43/1 ถ.รามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240
โทร.0-2318-6868, 0-2314-1492 โทรสาร 0-2718-6274
www.thebestcenter.com facebook.com/bestcentergroup
คุณภาพทางวิชาการต้องมาที่ 1
คู่มือเตรียมสอบ

นายทหารสัญญาบัตร

(สายงานวิชาการอุตสาหกรรม รหัส 111)

สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

ความรู้ความสามารถทั่วไปและความสามารถที่ใช้เฉพาะตำแหน่ง ปี68

ขอบเขตวิชาสอบ

1. ความรู้คณิตศาสตร์ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ และสังคม (ระดับปริญญาตรี)
2. ระเบียบสำนักนายกรัฐมนตรีว่าด้วยงานสารบรรณ พ.ศ.2526 และที่แก้ไขเพิ่มเติม
3. ความรู้พื้นฐานด้านงานคอมพิวเตอร์
4. ระเบียบ กห. ว่าด้วยประมวลจริยธรรมและการรักษาจริยธรรม พ.ศ.2564
5. พระราชบัญญัติควบคุมยุทธภัณฑ์ พ.ศ.2530
6. พระราชบัญญัติโรงงานผลิตอาวุธของเอกชน พ.ศ.2550
7. พระราชบัญญัติควบคุมการส่งออกไปนอกราชอาณาจักรซึ่งอาวุธยุทธภัณฑ์ และสิ่งที่ใช้ในการสงคราม พ.ศ.2495

สนใจสั่งซื้อ หรือสอบถามเพิ่มเติม โทร.081-496-9907
LINE: @thebestcenter
280.-

คู่มือสอบนายทหารสัญญาบัตร (สายงานวิชาการอุตสาหกรรม รหัส 111)
สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

รวบรวมและเรียบเรียงโดย.....

ฝ่ายวิชาการ สถาบัน THE BEST CENTER

ห้ามตัดต่อหรือคัดลอกส่วนใดส่วนหนึ่งของเนื้อหา

สงวนลิขสิทธิ์ตาม พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

ราคา 280 บาท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

The Best Center InterGroup Co., Ltd.

บริษัท เดอะเบสท์ เซ็นเตอร์ อินเตอร์กรุ๊ป จำกัด

บริหารงานโดย ดร.สิงห์ทอง บัวชุมและอาจารย์จันทนี บัวชุม (ติวเตอร์กุ้ง ย่าน ม. ราม)

เลขที่ 2145/7 ซอยรามคำแหง 43/1 ถนนรามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทรศัพท์.081-496-9907,0-2314-1492, 0-2318-6868 โทรสาร. 0-2718-6274 line id: @ thebestcenter

www.thebestcenter.com หรือ www.facebook.com/bestcentergroup

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

1. วงกลมวงหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ มี Q เป็นจุดศูนย์กลางจากจุด A(1, 6) ลากเส้นตรงมาสัมผัสวงกลมที่จุด B และ C จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC มีค่าเท่ากับข้อใด

   1. 12 ตารางหน่วย
   2. 13 ตารางหน่วย
   3. 14 ตารางหน่วย
   4. 15 ตารางหน่วย

2. ในการสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าสมชายสอบได้ 80 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 2.4 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนในห้องนี้เป็น 25% จงหาว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเป็นเท่าใด

   1. 58.64
   2. 52.24
   3. 54.00
   4. 50.00

3. โยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

   1. $\frac{15}{18}$
   2. $\frac{13}{18}$
   3. $\frac{14}{18}$
   4. $\frac{12}{18}$

4. กำหนด $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ แล้วส่วนจริงของ $\frac{1}{1+Z^5}$ เท่ากับข้อใด

   1. -1
   2. 1
   3. $-\frac{1}{2}$
   4. $\frac{1}{2}$

5. ถ้ากำหนดให้ $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ จงหาผลบวกของค่า k ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} 2x + k^2 - k & , x \le 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{x^2} & , x > 0 \end{cases}$$

   ต่อเนื่องที่ $x = 0$

   1. -1
   2. 1
   3. 2
   4. 3

6. ต้องการสร้างภาชนะรูปทรงกระบอกขนาด 8 ลูกบาศก์เมตร พร้อมฝาปิดจากแผ่นวัสดุชนิดหนึ่ง จงหารัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด

1. $\frac{\sqrt[3]{4}}{\pi}$
2. $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$
3. $\frac{\sqrt[3]{3}}{\pi}$
4. $\frac{\sqrt[3]{2}}{\pi}$

7. ถ้าเซต A มีสมาชิก 8 จำนวน เซต B มีสมาชิก 6 จำนวน และ A กับ B มีสมาชิกร่วมกัน 3 จำนวน แล้วฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B มีจำนวนเท่ากับข้อใด

1. 60
2. 5
3. 10
4. 3

8. พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1. วีระไม่ไปห้องสมุดหรือดวงดาวไปว่ายน้ำ
2. ศักดิ์ชัยไม่ไปตีเทนนิส
3. ถ้าวีระไม่ไปห้องสมุดแล้วสุดาไม่นอนพักผ่อน
4. สุดานอนพักผ่อนหรือศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส

ประพจน์ต่อไปนี้ ประพจน์ใดเป็นผลที่ทำให้การอ้างเหตุผลข้างต้นสมเหตุสมผล

1. สุดานอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ
2. วีระไปห้องสมุดและดวงดาไม่ไปว่ายน้ำ
3. วีระไม่ไปห้องสมุด
4. สุดาไม่นอนพักผ่อน

9. ถ้าให้ $2^x = 3^y = 18^z$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. $\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$
2. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$
3. $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$
4. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$

10. ในการสอบวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่านายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และนายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ถ้าในการสอบครั้งนี้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24 และสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20% แล้วผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 175
2. 180
3. 190
4. 240

---

11. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $x^2 - x + a$ หาร $x^3 - 2x^2 + 3x + b$ มีเศษเหลือเท่ากับ -1 แล้วค่า $a^3 + b^3$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 18
2. 7
3. -19
4. -8

12. เซตคำตอบของอสมการ $\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -1] \cup [0, \infty)$
2. $(-1, 0]$
3. $(-\infty, -1) \cup [0, \infty)$
4. $[-1, 0]$

13. ค่า k ที่ทำให้วงกลม $x^2 + y^2 + 2x = 0$ สัมผัสกับเส้นตรง $y = 2x + k$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. -2 , 3
2. $5 \pm \sqrt{2}$
3. 2 , 3
4. $2 \pm \sqrt{5}$

14. ความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เป็น $\frac{1}{3}$ และสอบผ่านวิชาฟิสิกส์เป็น $\frac{3}{5}$ และความน่าจะเป็นที่สอบผ่านอย่างมาก 1 รายวิชาเป็น $\frac{4}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชามีค่าเท่าใด

1. $\frac{9}{15}$
2. $\frac{10}{15}$
3. $\frac{11}{15}$
4. $\frac{12}{15}$

15. กำหนดให้ $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ และ $f(x) = x^2 - 3x - 1$ แล้ว $f \circ g^{-1}(9)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1
2. -2
3. -3
4. -4

16. ในการสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีค่าตัวกลางเลขคณิตเป็น 3 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7 คะแนน จงหาว่านักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน จะมีตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

z	0.13	0.14	0.2	0.4	0.6	0.7
พื้นที่	0.0517	0.0557	0.0793	0.1554	0.2258	0.2583

1. 37.45
2. 36.26
3. 35.36
4. 34.46

---

17. ค่าของ $\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{3\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\sqrt{3}}{8}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{16}$
3. $\frac{1}{8}$
4. $\frac{1}{16}$

18. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ถ้า $A\cup B = B$ แล้ว $A'\subset B'$
2. $P(A - B) = P(A) - P(B)$
3. $A \in P(\{A\})$
4. ถ้าเซต A มีสมาชิก m ตัว และเซต B มีสมาชิก n ตัว โดยที่ $m < n$ ถ้า C เป็นเซตซึ่ง $A\subset C\subset B$ เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด 2^{n-m} เซต

19. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. **เหตุ** 1. แดงขยันดูหนังสือหรือแดงสอบได้ที่หนึ่ง
2. แดงไม่ขยันดูหนังสือ
ผล แดงสอบได้ที่หนึ่ง

ข. **เหตุ** 1. $p \vee \sim q$
2. $r \vee \sim p$
ผล $q \rightarrow r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข. สมเหตุสมผลเพียงข้อเดียว
2. ก. สมเหตุสมผลเพียงข้อเดียว
3. ก. และ ข. สมเหตุสมผลทั้งคู่
4. ก. และ ข. ต่างไม่สมเหตุสมผล

20. ถ้า $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย และ θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{4}(|\vec{u}+\vec{v}|^2 - |\vec{u}-\vec{v}|^2)$

ข. $\frac{1}{4}|\vec{u}-\vec{v}| = |\sin\frac{\theta}{2}|$

จากข้อความที่กำหนดให้ข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ผิด และ ข. ผิด
2. ก. ผิด และ ข. ถูก
3. ก. ถูก และ ข. ผิด
4. ก. ถูก และ ข. ถูก

---

21. ให้ A , B และ C เป็นเมตริกซ์ 2 x 2 โดยที่ $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ และ $2A^tB - 3A^tC^t = -A^{-1}$ แล้ว $\det(3C - 2B^t)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{7}{16}$
2. $\frac{1}{16}$
3. $\frac{3}{16}$
4. $\frac{5}{16}$

22. จากข้อมูลอนุกรมเวลา มีค่าแสดงในตารางข้างล่างนี้

พ.ศ.	2552	2553	2554	2555	2556
y	20	30	20	40	60

ถ้า y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา (x) ในลักษณะเส้นตรง ค่าของ y ในปี พ.ศ. 2561 สามารถทำนายได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 112
2. 100
3. 105
4. 97

23. ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า $(a + b)^2 - 3ab = c^2$ จงหาค่าของมุม C

1. 30 องศา
2. 37 องศา
3. 45 องศา
4. 60 องศา

24. ณ หมู่บ้านแห่งหนึ่งทางภาคเหนือของประเทศไทยมีครอบครัวทั้งหมด 800 ครอบครัว ประกอบอาชีพเลี้ยงสัตว์อย่างเดียว 10 ครอบครัว นอกนั้นทำสวนลำไย ลิ้นจี่ และสตรอเบอรี่ จากการสำรวจเฉพาะชาวสวน พบว่ามีครอบครัวที่ปลูกผลไม้ตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป 110 ครอบครัว ปลูกลำไยและลิ้นจี่ 70 ครอบครัว ปลูกลำไยและสตรอเบอรี่ 60 ครอบครัว ปลูกลิ้นจี่และสตรอเบอรี่ 50 ครอบครัว ไม่ปลูกลิ้นจี่เลย 290 ครอบครัว จงหาว่ามีกี่ครอบครัวที่ปลูกลิ้นจี่เพียงอย่างเดียว

1. 389 ครอบครัว
2. 395 ครอบครัว
3. 415 ครอบครัว
4. 425 ครอบครัว

25. สำนักงานบริการทำความสะอาดแห่งหนึ่งมีพนักงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน ชาย 9 คน มีลูกค้า 3 รายมาติดต่อขอใช้บริการ ลูกค้ารายที่หนึ่งต้องการพนักงานหญิง 3 คน ลูกค้ารายที่สองต้องการพนักงานชาย 5 คน ลูกค้ารายที่ 3 ต้องการพนักงาน 3 คน ไม่จำกัดเพศ จงหาจำนวนวิธีที่สำนักงานจะเลือกพนักงานไปบริการลูกค้าได้ทั้งหมดกี่วิธี

1. 68,250 วิธี
2. 75,600 วิธี
3. 88,200 วิธี
4. 37,800 วิธี

26. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f(3x - 5) = 18x^2 - 57x + 48$ จงหาค่าของ $fof(-1) - f^2(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -2
2. -1
3. 3
4. 5

27. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{เมื่อ } x \le 1 \\ x^2 + ax + b & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$$

จงหาค่าของ $2a^2 + 3b^2$ ที่ทำให้ $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ หาค่าได้คือข้อใดต่อไปนี้

1. 7
2. 5
3. 6
4. 4

28. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ถ้า $A^{-1}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = B$ แล้ว y มีค่าเท่าใด

1. -1
2. 0
3. 2
4. y หาค่าไม่ได้

29. นำเส้นลวดยาว 120 เซนติเมตร มาดัดเป็นโครงกล่องสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านยาวยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง จงหาปริมาตรมากที่สุดของกล่องใบนี้

1. $879\frac{8}{9}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. $779\frac{7}{9}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
3. $888\frac{8}{9}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. $989\frac{7}{9}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

30. ผลบวกอนันต์ของอนุกรม $\frac{3}{2} + \frac{27}{4} + \frac{135}{8} + \ldots$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. 18
2. 17
3. 16
4. 15

ตัวอย่าง

เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ชุดที่ 1.

1. **ตอบ 1.**

โจทย์ วงกลมวงหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ มี Q เป็นจุดศูนย์กลางจากจุด A(1, 6) ลากเส้นตรงมาสัมผัสวงกลมที่จุด B และ C

ต้องการหา พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC

แนวคิด

จากสมการวงกลม $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$

$$(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 7$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 7 + 2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$$

จะได้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) คือ (1, 1) และรัศมีวงกลม (r) เท่ากับ 3

พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก ABQ จะได้ว่า

$$AQ^2 = AB^2 + BQ^2$$

$$AB^2 = AQ^2 - BQ^2$$

$$= 5^2 - 3^2$$

$$= 16$$

$$AB = \sqrt{16} = 4$$

พิจารณา พื้นที่สามเหลี่ยม ABQ $= \frac{1}{2} \times BQ \times AB$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 6 \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยม ABQC $= 2 \times$ พื้นที่สามเหลี่ยม ABQ

$$= 2 \times 6$$

$$= 12 \text{ ตารางหน่วย}$$

$\therefore$ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC มีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย

---

2. **ตอบ 4.**

โจทย์ ในการสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าสมชายสอบได้ 80 คะแนนคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 2.4 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนในห้องนี้เป็น 25%

ต้องการหา คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมด

แนวคิด

ค่ามาตรฐาน $Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{S}$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (C.V.) $= \frac{S}{\overline{X}}$

จากโจทย์ จะได้ $X = 80$, $Z = 2.4$, C.V. $= 25\% = 0.25$

จากสูตร $$Z = \frac{X - \overline{X}}{S}$$

จะได้ $$2.4 = \frac{80 - \overline{X}}{S}$$

$$2.4S = 80 - \overline{X} \quad \text{------(1)}$$

จากสูตร $$C.V. = \frac{S}{\overline{X}}$$

จะได้ $$0.25 = \frac{S}{\overline{X}}$$

$$S = 0.25\overline{X} \quad \text{------(2)}$$

แทนสมการ (2) ใน (1) จะได้

$$2.4(0.25\overline{X}) = 80 - \overline{X}$$

$$0.6\overline{X} = 80 - \overline{X}$$

$$1.6\overline{X} = 80$$

$$\overline{X} = \frac{80}{1.6} = 50$$

$\therefore$ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 50.00 คะแนน

3. **ตอบ 2.**

โจทย์ โยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง

ต้องการหา ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

แนวคิด

ให้ S แทนเหตุการณ์ในการโยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง

E แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

E′ แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าแตกต่างกันหมด

จะได้ว่า $n(S) = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1,296$ วิธี

$n(E') = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ วิธี

นั่นคือ $P(E') = \frac{n(E')}{n(S)} = \frac{360}{1,296} = \frac{5}{18}$

ดังนั้น $P(E) = 1 - P(E')$

$= 1 - \frac{5}{18}$

$= \frac{13}{18}$

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูกเท่ากับ $\frac{13}{18}$

4. **ตอบ 4.**

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้ $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ต้องการหา ส่วนจริงของ $\frac{1}{1+Z^5}$

พิจารณา $Z^2 = (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^2$

$= (\frac{1}{2})^2 + 2(\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2}i) + (\frac{\sqrt{3}}{2}i)^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$Z^4 = (Z^2)^2$

$= (-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^2$

$$= (-\frac{1}{2})^2 + 2(-\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2}i) + (\frac{\sqrt{3}}{2}i)^2$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$Z^5 = Z.Z^4$$

$$= (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$= (\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})(-\frac{\sqrt{3}}{2}i) + (\frac{\sqrt{3}}{2}i)(-\frac{1}{2}) + (\frac{\sqrt{3}}{2}i)(-\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$= -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i - \frac{\sqrt{3}}{4}i + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

ดังนั้น $$\frac{1}{1+Z^5} = \frac{1}{1+(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)}$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} \times \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{(\frac{3}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{3}$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

$\therefore$ ส่วนจริงของ $\frac{1}{1+Z^5}$ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

5. **ตอบ 2.**

โจทย์ กำหนดให้ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + k^2 - k & , x \le 0 \\ \frac{1-\cos 2x}{x^2} & , x > 0 \end{cases}$$

ต้องการหา ผลบวกของค่า k ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน f(x) ต่อเนื่องที่ $x = 0$

แนวคิด

> ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = a$ ก็ต่อเมื่อ
>
> 1. f(a) หาค่าได้
> 2. $\lim_{x\to a} f(x)$ หาค่าได้
>
> นั่นคือ $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$
>
> 3. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
>
> ต้องมีสมบัติครบทั้ง 3 ข้อ

พิจารณาที่ x เข้าใกล้ 0 จะได้

กรณี $x < 0$ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} 2x + k^2 - k$

$= 2(0) + k^2 - k$

$= k^2 - k$

กรณี $x > 0$ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$

เนื่องจาก $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

ดังนั้น $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

จะได้ว่า $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\frac{1-(1-2\sin^2 x)}{x^2}$

$= \lim_{x\to 0^+}\frac{2\sin^2 x}{x^2}$

$= 2(\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x})^2$

โจทย์กำหนดให้ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

ดังนั้น $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 2(1)^2 = 2$

เนื่องจาก f(x) เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ x = 0 จะได้ว่า $\lim_{x\to 0} f(x)$ หาค่าได้ นั่นคือ

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$$k^2 - k = 2$$

$$k^2 - k - 2 = 0$$

$$(k - 2)(k + 1) = 0$$

$$k = 2, -1$$

ดังนั้น ผลบวกของค่า $k = 2 + (-1) = 1$

$\therefore$ ผลบวกของค่า k ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน f(x) ต่อเนื่องที่ x = 0 เท่ากับ 1

6. **ตอบ 2.**

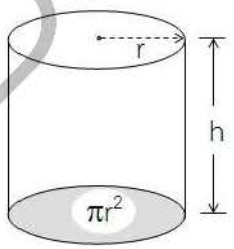
โจทย์ ต้องการสร้างภาชนะรูปทรงกระบอกขนาด 8 ลูกบาศก์เมตร พร้อมฝาปิดจากแผ่นวัสดุชนิดหนึ่ง

ต้องการหา รัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด

แนวคิด

ปริมาตรของทรงกระบอก $V = \pi r^2 h$

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก $A = 2\pi rh + 2\pi r^2$



จากโจทย์ ปริมาตรของทรงกระบอกเท่ากับ 8 ลูกบาศก์เมตร

จะได้ว่า $V = \pi r^2 h = 8$

$$h = \frac{8}{\pi r^2}$$

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก $A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$$= 2\pi r\left(\frac{8}{\pi r^2}\right) + 2\pi r^2$$

$$= \frac{16}{r} + 2\pi r^2$$

ดังนั้น $\frac{dA}{dr} = 16\frac{d}{dr}r^{-1} + 2\pi\frac{d}{dr}r^2$

$= 16(-r^{-2}) + 2\pi(2r)$

$= -\frac{16}{r^2} + 4\pi r$

รัศมีของทรงกระบอกที่ทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด เมื่อ $\frac{dA}{dr} = 0$

จะได้ว่า $-\frac{16}{r^2} + 4\pi r = 0$

$4\pi r = \frac{16}{r^2}$

$r^3 = \frac{4}{\pi}$

$r = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$

$\therefore$ รัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุดเท่ากับ $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$

7. **ตอบ 1.**

โจทย์ เซต A มีสมาชิก 8 จำนวน เซต B มีสมาชิก 6 จำนวน และ A กับ B มีสมาชิกร่วมกัน 3 จำนวน

ต้องการหา จำนวนของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B

แนวคิด

เนื่องจาก $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$= 8 - 3 = 5$

และ $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$

$= 65 - 3 = 3$

นั่นคือ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B จะมี $D_f = 3$ และ $R_f = 3$

ดังนั้น จะสามารถเลือกสมาชิก 3 จำนวนจาก A - B ได้เท่ากับ $C_{5,3}$ วิธี

จะได้ จำนวนฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B $= C_{5,3} \times 3!$

$= \frac{5!}{(5-3)!\,3!} \times 3!$

$= \frac{5!}{2!\,3!} \times 3!$

$= 5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี

$\therefore$ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B มีจำนวนเท่ากับ 60

---

8. **ตอบ 1.**

โจทย์ กำหนดให้ **เหตุ** 1. วีระไม่ไปห้องสมุดหรือดวงดาวไปว่ายน้ำ
2. ศักดิ์ชัยไม่ไปตีเทนนิส
3. ถ้าวีระไม่ไปห้องสมุดแล้วสุดาไม่นอนพักผ่อน
4. สุดานอนพักผ่อนหรือศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส

ต้องการ พิจารณาว่าประพจน์ใดเป็นผลที่ทำให้การอ้างเหตุผลข้างต้นสมเหตุสมผล

แนวคิด

ให้ p แทนวีระไปห้องสมุด
q แทนดวงดาวไปว่ายน้ำ
r แทนศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส
s แทนสุดานอนพักผ่อน

จากโจทย์ จะได้ว่า **เหตุ** : 1. $\sim p \vee q$
2. $\sim r$
3. $\sim p \rightarrow \sim s$
4. $s \vee r$

ให้ เหตุทุกข้อมีค่าความจริงเป็นจริง ถ้าผลเป็นจริงสรุปว่าการอ้างสมเหตุสมผล

พิจารณา

เหตุ 2. : $\sim r \equiv T$ ดังนั้น $r \equiv F$

เหตุ 4. : $s \vee r \equiv T$ เนื่องจาก $r \equiv F$ ดังนั้น $s \equiv T$

เหตุ 3. : $\sim p \rightarrow \sim s \equiv T$ เนื่องจาก $s \equiv T$ จะได้ $\sim s \equiv F$ ดังนั้น $\sim p \equiv F$ นั่นคือ $p \equiv T$

เหตุ 1. : $\sim p \vee q \equiv T$ เนื่องจาก $p \equiv T$ จะได้ $\sim p \equiv F$ ดังนั้น $q \equiv T$

นั่นคือ $p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F, s \equiv T$

พิจารณา

ตัวเลือก 1. สุดานอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ

จะได้ว่า $s \wedge q \equiv T \wedge T \equiv T$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล

ตัวเลือก 2. วีระไปห้องสมุดและดวงตาไม่ไปว่ายน้ำ

จะได้ว่า $p \wedge \sim q \equiv T \wedge \sim T \equiv T \wedge F \equiv F$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ตัวเลือก 3. วีระไม่ไปห้องสมุด

จะได้ว่า $\sim p \equiv \sim T \equiv F$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ตัวเลือก 4. สุดานอนพักผ่อนหรือศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส

จะได้ว่า $s \vee r \equiv T \wedge F \equiv F$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

$\therefore$ ตัวเลือก 1 สุดานอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ สมเหตุสมผล

9. **ตอบ 3.**

โจทย์ กำหนดให้ $2^x = 3^y = 18^z$

แนวคิด

พิจารณา $18^z = (2\times 9)^z$

$= 2^z . 9^z$

$= 2^z . 3^{2z}$ -----(1)

จากโจทย์ $2^x = 3^y$

ยกกำลัง $\frac{z}{x}$ ทั้งสองข้าง จะได้

$(2^x)^{\frac{z}{x}} = (3^y)^{\frac{z}{x}}$

$2^z = 3^{\frac{yz}{x}}$

จาก (1) จะได้ $18^z = 3^{\frac{yz}{x}} . 3^{2z} = (3)^{\frac{yx}{z}+2z}$ -----(2)

จากโจทย์ $3^y = 18^z$

จาก (2) จะได้ $3^y = (3)^{\frac{yx}{z}+2z}$

นั่นคือ $y = \frac{yz}{x} + 2z$

เอา yz หารตลอด $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$

ดังนั้น $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$

$\therefore$ ถ้าให้ $2^x = 3^y = 18^z$ แล้ว $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$ เป็นจริง

10. **ตอบ 4.**

โจทย์ ในการสอบวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่านายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และนายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ถ้าในการสอบครั้งนี้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24 และสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20%

ต้องการหา ผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์

แนวคิด

ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

จากโจทย์ นายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 จะได้ $P_{25} = Q_1$

นายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 จะได้ $P_{75} = Q_3$

$Q_1 + Q_3 = ?$

จากส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24

จะได้ $$24 = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q_3 - Q_1 = 48 \quad \text{------(1)}$$

จากสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20%

จะได้ $$0.2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \quad \text{------(2)}$$

แทนสมการ (1) ใน (2)

$$0.2 = \frac{48}{Q_3 + Q_1}$$

$$Q_3 + Q_1 = \frac{48}{0.2}$$

$$Q_1 + Q_3 = 240$$

$\therefore$ ผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์เท่ากับ 240

---

11. **ตอบ 3.**

โจทย์ ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $x^2 - x + a$ หาร $x^3 - 2x^2 + 3x + b$ มีเศษเหลือเท่ากับ -1

ต้องการหา ค่าของ $a^3 + b^3$

แนวคิด

$$
\begin{array}{r|l}
 & x - 1 \\
\hline
x^2 - x + a & x^3 - 2x^2 + 3x + b \\
 & \underline{x^3 - x^2 + ax} \\
 & -x^2 + (3 - a)x + b \\
 & \underline{-x^2 + \quad x - a} \\
 & \underline{(2 - a)x + (b + a)} \longleftarrow \text{เศษ}
\end{array}
$$

ดังนั้น $(2 - a)x + (b + a) = -1$

จะได้ว่า $2 - a = 0$

$a = 2$

และ $b + a = -1$

$b + 2 = -1$

$b = -3$

นั่นคือ $a^3 + b^3 = (2)^3 + (-3)^3$

$= 8 - 27$

$= -19$

$\therefore$ ค่า $a^3 + b^3$ เท่ากับ -19

12. **ตอบ 2.**

โจทย์ กำหนดให้ $\dfrac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$

ต้องการหา เซตคำตอบของอสมการนี้

แนวคิด

พิจารณา $\dfrac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$

$$\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} - 1 \geq 0$$

$$\frac{x^3 - x + 1 - (x^3 + 1)}{x^3 + 1} \geq 0$$

$$\frac{-x}{x^3+1} \geq 0$$

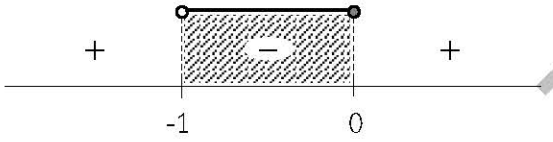
$$\frac{x}{x^3+1} \leq 0$$

$$\frac{x}{(x+1)(x^2-x+1)} \leq 0$$

เนื่องจาก $x^2 - x + 1 > 0$ ทุกๆ ค่า x

จะได้ว่า $$\frac{x}{x+1} \leq 0$$

$$x(x+1) \leq 0 \quad ; \quad x \neq -1$$



เนื่องจากอสมการมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ตอบ ช่วงที่เป็นลบ

∴ เซตคำตอบของอสมการนี้ คือ $(-1, 0]$

13. **ตอบ 4.**

โจทย์ กำหนดให้ วงกลม $x^2 + y^2 + 2x = 0$ สัมผัสกับเส้นตรง $y = 2x + k$

ต้องการหา ค่าของ k

แนวคิด

> ให้ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ
> แล้ว $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ให้ $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ------(1)

$y = 2x + k$ ------(2)

แทนสมการ (2) ใน (1) $x^2 + (2x + k)^2 + 2x = 0$

$x^2 + (4x^2 + 4kx + k^2) + 2x = 0$

$5x^2 + (4k + 2)x + k^2 = 0$ ------(3)

เนื่องจากเส้นตรง $y = 2x + k$ สัมผัสวงกลม $x^2 + y^2 + 2x = 0$

ดังนั้น จะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวคือจุดสัมผัส

จากสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ว่า $b^2 - 4ac = 0$

จากสมการ (3) จะได้ $(4k + 2)^2 - 4(5)(k^2) = 0$

$(16k^2 + 16k + 4) - 20k^2 = 0$

$$-4k^2 + 16k + 4 = 0$$

$$4k^2 - 16k - 4 = 0$$

$$k^2 - 4k - 1 = 0$$

จะได้ $$k = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{5}$$

$\therefore$ ค่า k ที่ทำให้วงกลม $x^2 + y^2 + 2x = 0$ สัมผัสกับเส้นตรงเท่ากับ $2 \pm \sqrt{5}$

14. **ตอบ 3.**

โจทย์ ความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เป็น $\frac{1}{3}$

ความน่าจะเป็นที่จะสอบสอบผ่านวิชาฟิสิกส์เป็น $\frac{3}{5}$

ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านอย่างมาก 1 รายวิชาเป็น $\frac{4}{5}$

ต้องการหา ความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชา

แนวคิด

ให้ A แทนเหตุการณ์ที่นายเต๋าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

B แทนเหตุการณ์ที่นายเต๋าจะสอบผ่านวิชาฟิสิกส์

จากโจทย์ $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B)' = \frac{4}{5}$, $P(A \cup B) = ?$

$$P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B)'$$

$$= 1 - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

จากสูตร $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

จะได้ $$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5+6}{15}$$

$$= \frac{11}{15}$$

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชาเท่ากับ $\frac{11}{15}$

15. **ตอบ 1.**

โจทย์ กำหนดให้ $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ และ $f(x) = x^2 - 3x - 1$

ต้องการหา ค่าของ $fog^{-1}(9)$

แนวคิด

พิจารณา $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$

$= x^3 - (3)(2)x^2 + (3)(4)x$

$= x^3 - 3(x^2)(2) + 3x(2^2) - 2^3 + 2^3$

$= (x - 2)^3 + 8$

จะได้ $y = (x - 2)^3 + 8$

หา $g^{-1}(x)$ โดยเปลี่ยน x เป็น y และ y เป็น x

$x = (y - 2)^3 + 8$

$x - 8 = (y - 2)^3$

$y - 2 = \sqrt[3]{x - 8}$

$y = \sqrt[3]{x - 8} + 2$

$g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 8} + 2$

จะได้ $g^{-1}(9) = \sqrt[3]{9 - 8} + 2$

$= \sqrt[3]{1} + 2$

$= 3$

นั่นคือ $fog^{-1}(9) = f(g^{-1}(9))$

$= f(3)$

$= (3)^2 - 3(3) - 1$

$= -1$

$\therefore$ $fog^{-1}(9)$ มีค่าเท่ากับ -1

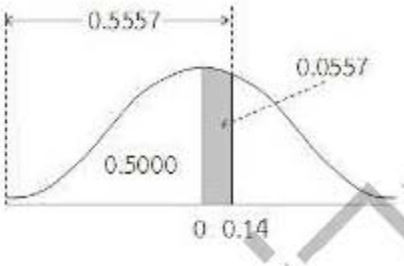
16. ตอบ 4.

โจทย์ ในการสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีค่าตัวกลางเลขคณิตเป็น 3 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7 คะแนน

ต้องการหา ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของนักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน

แนวคิด

พิจารณา 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7
จะได้พื้นที่เส้นโค้งปกติเท่ากับ 0.5557 ดังรูป



จากตาราง พื้นที่ A = 0.0557 จะได้ Z = 0.14

จากโจทย์ $X = 15.7$, $\overline{X} = 3S$

จากสูตร $$Z = \frac{X - \overline{X}}{S}$$

จะได้ $$0.14 = \frac{15.7 - 3S}{S}$$

$$0.14S = 15.7 - 3S$$

$$3.14S = 15.7$$

$$S = \frac{15.7}{3.14} = 5$$

จาก $\overline{X} = 3S$ จะได้ $\overline{X} = 3(5) = 15$

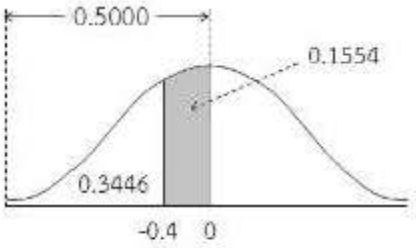
กรณีนักเรียนได้คะแนน 13 คะแนน $(X = 13)$

$$Z = \frac{13 - 15}{5}$$

$$= \frac{-2}{5}$$

$$= -0.4$$

จะได้เส้นโค้งปกติ ดังนี้



จากตารางที่กำหนดให้

พื้นที่ที่ $Z < -0.4$ = 0.5000 - พื้นที่ระหว่าง 0 ถึง 0.4

= 0.5000 - 0.1554

= 0.3446

$\therefore$ นักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน จะมีตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่ากับ 34.46

17. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ ค่าของ $\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{3\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9}$

$$\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{3\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9} = \cos 20^\circ\cdot\cos 40^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot\cos 80^\circ$$

$$= \frac{2\sin 20^\circ}{2\sin 20^\circ}\cdot\cos 20^\circ\cdot\cos 40^\circ\cdot\cos 80^\circ\cdot\cos 60^\circ$$

$$= \frac{(2\sin 20^\circ.\cos 20^\circ).\cos 40^\circ.\cos 80^\circ}{2\sin 20^\circ}\cdot(\frac{1}{2})$$

$$= \frac{\sin 40^\circ.\cos 40^\circ.\cos 80^\circ}{4\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{(2\sin 40^\circ.\cos 40^\circ).\cos 80^\circ}{2(4\sin 20^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 80^\circ.\cos 80^\circ}{2(4\sin 20^\circ)}$$

$$= \frac{2\sin 80^\circ.\cos 80^\circ}{2(8\sin 20^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 160^\circ}{16\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin (180^\circ - 20^\circ)}{16\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{16\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{16}$$

$\therefore$ ค่าของ $\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{3\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9}$ เท่ากับ $\frac{1}{16}$

18. **ตอบ 4.**

แนวคิด

ตัวเลือกที่ 1 ถ้า $A\cup B = B$ แล้ว $A'\subset B'$

พิจารณา ถ้า $A\cup B = B$ จะได้ว่า $A\subset B$ นั่นคือ $B'\subset A'$

ดังนั้น ถ้า $A\cup B = B$ แล้ว $A'\subset B'$ **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 2 $P(A - B) = P(A) - P(B)$

เนื่องจาก $\varnothing \in P(A - B)$ แต่ $\varnothing \notin P(A) - P(B)$

ดังนั้น $P(A - B) = P(A) - P(B)$ **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 3 $A \in P(\{A\})$

เนื่องจาก $A \not\subset \{A\}$ ดังนั้น $A \notin P(\{A\})$

ดังนั้น $A \in P(\{A\})$ **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 4 ถ้าเซต A มีสมาชิก m ตัว และเซต B มีสมาชิก n ตัว โดยที่ $m < n$

ถ้า C เป็นเซตซึ่ง $A\subset C\subset B$ เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด 2^{n-m} เซต

เนื่องจาก $A\subset C\subset B$ แสดงว่าสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ C

ดังนั้น สมาชิกที่เหลือ $n - m$ ตัว ใน B อาจจะเป็นหรือไม่เป็นสมาชิกของ C ก็ได้

นั่นคือ เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด 2^{n-m} เซต **ถูกต้อง**

19. **ตอบ 3.**

โจทย์ กำหนดให้

ก. **เหตุ** 1. แดงขยันดูหนังสือหรือแดงสอบได้ที่หนึ่ง

2. แดงไม่ขยันดูหนังสือ

ผล แดงสอบได้ที่หนึ่ง

ข. **เหตุ** 1. $p \vee \sim q$

2. $r \vee \sim p$

ผล $q \rightarrow r$

ต้องการ ให้พิจารณาว่าข้อความข้อใดสมเหตุสมผล

แนวคิด

ข้อ ก. ให้ p แทนแดงขยันดูหนังสือ

q แทนแดงสอบได้ที่หนึ่ง

จะได้ **เหตุ** 1. $p \vee q$

2. $\sim p$

ผล q

ให้ เหตุทุกข้อมีค่าความจริงเป็นจริง ถ้าผลเป็นจริงสรุปว่าการอ้างสมเหตุสมผล

พิจารณา จากเหตุ 2. : $\sim p \equiv T$ ดังนั้น $p \equiv F$

จากเหตุ 1. : $p \vee q \equiv T$ แต่ $p \equiv F$ ดังนั้น $q \equiv T$

ผล : $q \equiv T$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น ข้อ ก. สมเหตุสมผล

ข้อ ข. **เหตุ** 1. $p \vee \sim q$

2. $r \vee \sim p$

ผล $q \rightarrow r$

เนื่องจาก $\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$

พิจารณา จากเหตุ 1. : $p \vee \sim q \equiv \sim q \vee p \equiv q \rightarrow p$

จากเหตุ 2. : $r \vee \sim p \equiv \sim p \vee r \equiv p \rightarrow r$

จากเหตุ 1. และ 2. จะได้ $q \rightarrow r$

ดังนั้น ข้อ ข. สมเหตุสมผล

20. **ตอบ 3.**

โจทย์ กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย และ θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$

ก. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4}(|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$

ข. $\frac{1}{4}|\vec{u} - \vec{v}| = |\sin\frac{\theta}{2}|$

ต้องการให้ พิจารณาข้อความที่กำหนดให้ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

แนวคิด

ข้อ ก. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4}(|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$

พิจารณา $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

$= \vec{u} \cdot \vec{u} + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{v}$

$$= |\vec{u}|^2 + 2\vec{u}\cdot\vec{v} + |\vec{v}|^2 \quad \text{------(1)}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = (\vec{u} - \vec{v})\cdot(\vec{u} - \vec{v})$$

$$= \vec{u}\cdot\vec{u} - 2\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot\vec{v}$$

$$= |\vec{u}|^2 - 2\vec{u}\cdot\vec{v} + |\vec{v}|^2 \quad \text{------(2)}$$

นำสมการ (1) - (2) จะได้

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 4\vec{u}\cdot\vec{v}$$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{4}(|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$$

$\therefore$ ข้อ ก. $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{4}(|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$ **ถูกต้อง**

ข้อ ข. $\frac{1}{4}|\vec{u} - \vec{v}| = |\sin\frac{\theta}{2}|$

จาก $|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u}\cdot\vec{v} + |\vec{v}|^2$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + |\vec{v}|^2}$$

จากโจทย์ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย ดังนั้น $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 1$

จากสูตร $\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta$

จะได้ $\vec{u}\cdot\vec{v} = (1)(1)\cos\theta = \cos\theta$

พิจารณา $\frac{1}{4}|\vec{u} - \vec{v}| = \frac{1}{4}\sqrt{(1)^2 - 2\cos\theta + (1)^2}$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{2 - 2\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{2(1 - \cos\theta)}$$

จากสูตร $\sin^2\frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{2} \rightarrow 1 - \cos A = 2\sin^2\frac{A}{2}$

นั่นคือ $\frac{1}{4}|\vec{u} - \vec{v}| = \frac{1}{4}\sqrt{2(2\sin^2\frac{\theta}{2})}$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{(2\sin\frac{\theta}{2})^2}$$

$$= \frac{1}{4}|2\sin\frac{\theta}{2}|$$

$$= \frac{1}{2}|\sin\frac{\theta}{2}|$$

$\therefore$ ข้อ ข. $\frac{1}{4}|\vec{u} - \vec{v}| = |\sin\frac{\theta}{2}|$ **ไม่ถูกต้อง**

21. **ตอบ 2.**

โจทย์ ให้ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ 2×2 โดยที่ $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

และ $2A^tB - 3A^tC^t = -A^{-1}$

ต้องการหา ค่าของ $\det(3C - 2B^t)$

แนวคิด

1. $(A^t)^t = A$	5. $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$
2. $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$	6. $\det(A^t) = \det(A)$
3. $(AB)^t = B^tA^t$	7. $\det(AB) = \det(A).\det(B)$
4. $(cA)^t = cA^t$	8. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

จาก $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det A = (-3)(-2) - (2)(1) = 6 - 2 = 4$

พิจารณา

$$2A^tB - 3A^tC^t = -A^{-1}$$
$$A^t(2B - 3C^t) = -A^{-1}$$
$$-A^t(3C^t - 2B) = -A^{-1}$$
$$A^t(3C^t - 2B) = A^{-1}$$

ทรานสโพสเมทริกซ์ทั้ง 2 ข้าง

$$[A^t(3C^t - 2B)]^t = [A^{-1}]^t$$
$$(3C^t - 2B)^t(A^t)^t = (A^{-1})^t$$
$$(3(C^t)^t - 2B^t)(A) = (A^{-1})^t$$
$$(3C - 2B^t)A = (A^{-1})^t$$

จะได้ว่า

$$\det[(3C - 2B^t)A] = \det(A^{-1})^t$$
$$\det(3C - 2B^t)\det A = \det A^{-1}$$
$$\det(3C - 2B^t)\det A = \frac{1}{\det A}$$
$$\det(3C - 2B^t) = \frac{1}{(\det A)^2}$$

ดังนั้น

$$\det(3C - 2B^t) = \frac{1}{(4)^2} = \frac{1}{16}$$

$\therefore$ $\det(3C - 2B^t)$ เท่ากับ $\frac{1}{16}$

22. **ตอบ 4.**

โจทย์ จากข้อมูลอนุกรมเวลา มีค่าแสดงในตารางข้างล่างนี้

พ.ศ.	2552	2553	2554	2555	2556
y	20	30	20	40	60

ถ้า y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา (x) ในลักษณะเส้นตรง

ต้องการหา ค่าของ y ในปี พ.ศ. 2561

แนวคิด

สมการเส้นตรง $Y = aX + b$

$$a = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad \text{และ} \quad b = \frac{\sum Y}{N}$$

พ.ศ.	X	Y	XY	X^2
2552	-2	20	-40	4
2553	-1	30	-30	1
2554	0	20	0	0
2555	1	40	40	1
2556	2	60	120	4
	$\sum X = 0$	$\sum Y = 170$	$\sum XY = 90$	$\sum X^2 = 10$

เนื่องจาก Y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา (X) ในลักษณะเส้นตรง

สมการทำนาย คือ $Y = aX + b$

$$a = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{90}{10} = 9$$

$$b = \frac{\sum Y}{N} = \frac{170}{5} = 34$$

จะได้สมการทำนาย คือ $Y = 9X + 34$

พิจารณาปี พ.ศ. 2561 จะได้ $X = 2561 - 2554 = 7$

ดังนั้น $Y = 9(7) + 34 = 97$

$\therefore$ ค่าของ y ในปี พ.ศ. 2561 เท่ากับ 97

---

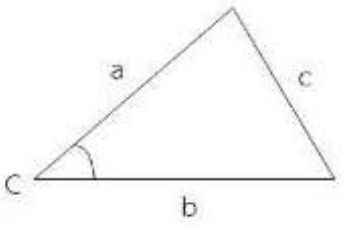
23. ตอบ 4.

โจทย์ ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า $(a + b)^2 - 3ab - c^2 = 0$

ต้องการหา ค่าของมุม C

แนวคิด

กฎของโคไซน์ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



จากสูตร $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

จะได้ $2ab \cos C = a^2 + b^2 - c^2$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad \text{----(1)}$$

พิจารณา $(a + b)^2 - 3ab - c^2 = 0$

$(a^2 + 2ab + b^2) - 3ab - c^2 = 0$

$a^2 + b^2 - c^2 - ab = 0$

$a^2 + b^2 - c^2 = ab$ ----(2)

แทน (2) ใน (1) จะได้ $\cos C = \frac{ab}{2ab}$

$\cos C = \frac{1}{2}$

$C = 60^\circ$

$\therefore$ ค่าของมุม C เท่ากับ 60 องศา

© THE BEST CENTER INTER GROUP CO., LTD.
All rights reserved

ห้ามผู้ใดทำการคัดลอก ตีพิมพ์ แจกจ่าย ปรับเปลี่ยน
ดัดแปลง หรือแก้ไขส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้
เพื่อการเผยแพร่หรือนำไปใช้ในเชิงพาณิชย์โดยเด็ดขาด

หากตรวจพบจะดำเนินการตามกฎหมายถึงที่สุด

หากผู้ใดพบเห็น สามารถแจ้งเบาะแสที่
081-496-9907 มีรางวัลตอบแทน