



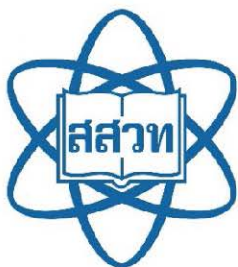
แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

หลักการนับเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

4-6





แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

หลักการนับเบื้องต้น

ตามผลการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2567

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สรุปเนื้อหาสาระ

1. หลักการบวก (กรณีทั่วไป)

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งวิธีทำงานออกเป็น k กรณี โดยที่

กรณีที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

⋮

กรณีที่ k สามารถทำได้ n_k วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง k กรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้
งานเสร็จสมบูรณ์ แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ วิธี

2. หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน
ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3
ต่อไปได้ n_3 วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k-1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k
ต่อไปได้ n_k วิธี

แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$ วิธี

3. บทนิยาม

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก

แฟกทอเรียล n คือ การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n!$ (อ่านว่า “เอ็น แฟกทอเรียล”)

$$\text{นั่นคือ } n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n-1) \times n$$

$$\text{หรือ } n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

และให้ $0! = 1$

4. ให้ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการนำสิ่งของ r ชิ้น จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น โดยที่ $0 \leq r \leq n$ มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จะได้ว่า $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี
5. ถ้ามีสิ่งของ n ชิ้น ในจำนวนนี้มี n_1 ชิ้นที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 ชิ้นที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... และมี n_k ชิ้นที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$ แล้ว จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n ชิ้น ดังเงื่อนไขข้างต้น เป็น $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \cdots \times n_k!}$ วิธี
6. จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี
7. ให้ $C_{n,r}$ หรือ $\binom{n}{r}$ แทนจำนวนวิธีเลือกสิ่งของ r ชิ้น จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น เมื่อ $0 \leq r \leq n$ มาจัดหมู่ จะได้ว่า $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี
8. จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น โดยเลือกคราวละ r ชิ้น จะเท่ากับ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น โดยเลือกคราวละ $n-r$ ชิ้น

9. ทฤษฎีบททวินาม

ให้ x, y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้

$$(x + y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \cdots + \binom{n}{r}x^{n-r}y^r + \cdots + \binom{n}{n}y^n$$

เรียก $\binom{n}{r}$ โดยที่ $r \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ว่า สัมประสิทธิ์ทวินาม

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง

แบบฝึกทักษะ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น

1. สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตูสำหรับเข้าและออก 5 ประตู ถ้ามะลิ ปราย และหนึ่ง เดินเข้าและเดินออกสนามกีฬา โดยที่แต่ละคนออกโดยไม่ใช้ประตูซ้ำกับที่เข้า จงหาจำนวนวิธีที่ทั้งสามคนเดินเข้าและเดินออกจากสนามกีฬาแห่งนี้
2. จงหา
 - 1) จำนวนวิธีในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสามครั้ง
 - 2) จำนวนวิธีในการโยนเหรียญสามเหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง
 - 3) จำนวนวิธีในการทำข้อสอบแบบถูกผิดจำนวน 3 ข้อ โดยทำข้อสอบฉบับนี้ด้วยวิธีสุ่มครบทุกข้อ

4) จำนวนวิธีในการตอบรับว่าไปหรือไม่ไปปลูกต้นไม้กับเพื่อนสามคน

5) จำนวนวิธีในการทอดลูกเต๋านึงลูกและโยนเหรียญหนึ่งเหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง

3. จงเรียงลำดับจำนวนวิธีของสถานการณ์ต่อไปนี้จากมากไปน้อย

สถานการณ์ที่ 1 : การโยนเหรียญ 5 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง

สถานการณ์ที่ 2 : การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 9 ครั้ง

สถานการณ์ที่ 3 : การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 4 ครั้ง

สถานการณ์ที่ 4 : การทำข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ

โดยทำข้อสอบฉบับนี้ด้วยวิธีสุ่มครบทุกข้อ

สถานการณ์ที่ 5 : การตอบรับว่าไปหรือไม่ไปบริจาคโลหิตกับเพื่อนสี่คน

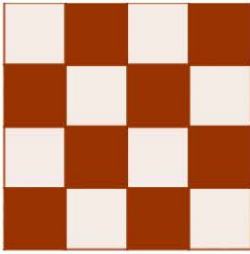
สถานการณ์ที่ 6 : การที่นก 6 ตัว เลือกเกาะกิ่งไม้ 5 กิ่ง

สถานการณ์ที่ 7 : การที่นก 4 ตัว เลือกเกาะกิ่งไม้ 7 กิ่ง ซึ่งหนึ่งในนั้นเป็นจำฝู่ง
ถ้านกจำฝู่งเกาะกิ่งไม้ใด แล้วนกตัวอื่นจะไม่เกาะกิ่งไม้นั้น

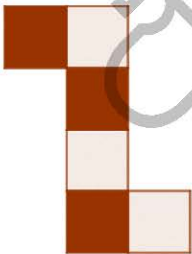
ตัวอย่าง

4. ตัวเรือในหมากรุกไทยสามารถกินหมากตัวอื่น ๆ ที่อยู่แนว หรือหลักเดียวกับตัวเอง จงหาจำนวนวิธีในการวางตัวเรือสีขาว และตัวเรือสีดำบนกระดาน โดยที่ตัวเรือทั้งสองตัว ไม่สามารถกินกันเองได้ ถ้ากระดานมีลักษณะดังนี้

1)

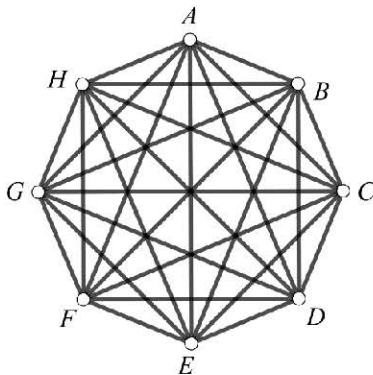


2)

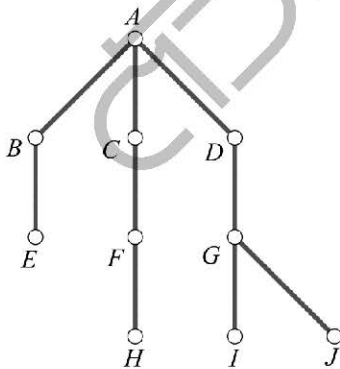


5. กำหนดให้มีสีทั้งหมด n สี จงหาจำนวนวิธีในการระบายสีจุดยอดในกราฟแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยจุดยอดที่มีเส้นเชื่อมกันต้องมีสีต่างกัน

1)



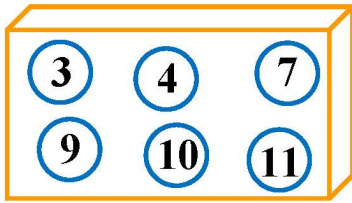
2)



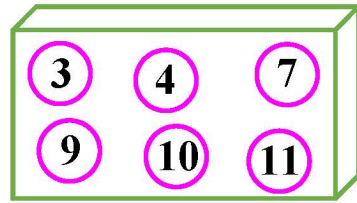
6. เตยทอดลูกเต๋าสามลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง ส่วนชิมโยนเหรียญจำนวนหนึ่งพร้อมกันหนึ่งครั้ง ถ้าต้องการให้จำนวนวิธีในการโยนเหรียญของชิมมากกว่าจำนวนวิธีในการทอดลูกเต๋าสามลูกของเตย แล้วชิมควรโยนเหรียญอย่างน้อยที่สุดกี่เหรียญ

ตัวอย่าง

7. มีกล่องสองใบ แต่ละใบบรรจุลูกปิงปองจำนวน 6 ลูก ซึ่งมีหมายเลขกำกับ ดังรูป



กล่องที่ 1



กล่องที่ 2

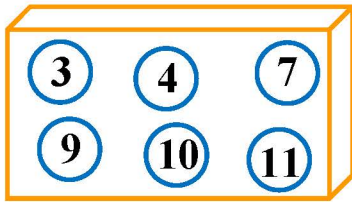
จากสถานการณ์ต่อไปนี้

- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก พร้อมกัน
สถานการณ์ที่ 1 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 2 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกและใส่คืนก่อนจะหยิบครั้งถัดไป
สถานการณ์ที่ 3 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 4 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกและไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบครั้งถัดไป
สถานการณ์ที่ 5 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 6 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน

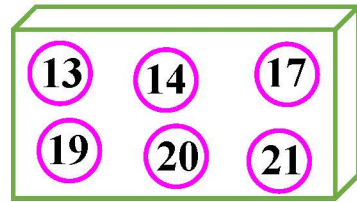
- 1) จงเปรียบเทียบจำนวนวิธีของสถานการณ์ที่กำหนดให้
 - 1.1) สถานการณ์ที่ 1 กับ สถานการณ์ที่ 2
 - 1.2) สถานการณ์ที่ 3 กับ สถานการณ์ที่ 4
 - 1.3) สถานการณ์ที่ 5 กับ สถานการณ์ที่ 6

- 2) จงเรียงลำดับจำนวนวิธีของสถานการณ์ต่อไปนี้จากน้อยไปมาก
 - 2.1) สถานการณ์ที่ 1 สถานการณ์ที่ 3 และสถานการณ์ที่ 5
 - 2.2) สถานการณ์ที่ 2 สถานการณ์ที่ 4 และสถานการณ์ที่ 6

8. มีกล่องสองใบ แต่ละใบบรรจุลูกปิงปองจำนวน 6 ลูก ซึ่งมีหมายเลขกำกับ ดังรูป



กล่องที่ 1



กล่องที่ 2

จากสถานการณ์ต่อไปนี้

- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก พร้อมกัน
สถานการณ์ที่ 1 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 2 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกและใส่คืนก่อนจะหยิบครั้งถัดไป
สถานการณ์ที่ 3 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 4 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
- ในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากแต่ละกล่องจำนวน 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกและไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบครั้งถัดไป
สถานการณ์ที่ 5 : ได้ผลบวกของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน
สถานการณ์ที่ 6 : ได้ผลต่างของหมายเลขบนลูกปิงปองที่หยิบได้จากทั้งสองกล่องเท่ากัน

1) จงพิจารณาว่าจำนวนวิธีของสถานการณ์ที่ 1 สถานการณ์ที่ 3 และสถานการณ์ที่ 5 เท่ากันหรือไม่

2) จงเรียงลำดับจำนวนวิธีของสถานการณ์ที่ 2 สถานการณ์ที่ 4 และสถานการณ์ที่ 6 จากน้อยไปมาก

9. กำหนดสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1 : การจัดคน 9 คน ยืนเป็นแถวหน้ากระดาน 3 แถว แถวละ 3 คน

สถานการณ์ที่ 2 : การจัดคน 9 คน ยืนเป็นแถวหน้ากระดาน 2 แถว แถวที่หนึ่ง 4 คน
และแถวที่สอง 5 คน

จำนวนวิธีของสถานการณ์ทั้งสองเท่ากันหรือไม่

10. พาลินโดรม (palindrome) ในทางคณิตศาสตร์ เป็นจำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากซ้ายไปขวา แล้วได้จำนวนเดิม เช่น 77, 484, 5225, 22122

- 1) สร้างพาลินโดรมได้กี่จำนวน จากแผ่นป้ายทั้งหมดที่มีตัวเลขกำกับ จำนวน 8 แผ่น
ดังนี้





สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST)

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น เป็นแบบฝึกทักษะที่สอดคล้องกับเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2 ของ สสวท. แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์นี้เหมาะสำหรับครู นักเรียน ผู้ปกครอง หรือผู้ที่สนใจสามารถใช้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเสริมทักษะคณิตศาสตร์ และฝึกทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ควบคู่กับการเรียนในชั้นเรียนได้เป็นอย่างดี โดยแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้ประกอบไปด้วย กรอบสรุปเนื้อหาสาระ แบบฝึกทักษะ และเฉลยแบบฝึกทักษะ พร้อมวิธีทำอย่างละเอียด

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

475 อาคารสิริปัญญา ชั้น 9 ถนนศรีอยุธยา

แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพฯ 10400

โทรศัพท์ 0-2392-4021 โทรสาร 0-2381-0750

(สำนักงานชั่วคราว)

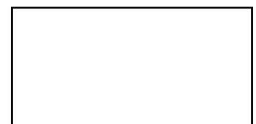
<https://www.ipst.ac.th>

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องหลักการนับเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

ISBN xxx-xxx-xxx-xxx-x



ราคา XXX บาท