

ฟิสิกส์ เล่ม ๑

ชั้น ม.๔

ผศ.สุชาติ สุภาพ

พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

133/471 หมู่ ๑ ต. พิมลราช อําเภอบางบัวทอง จังหวัดนนทบุรี 11110

E - mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจก.ส.ส 1999 ม.เพชรบูรณ์ เขตคันทนาขาว กรุงเทพฯ 10230

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

สุชาติ สุภาพ.

ฟิสิกส์ เล่ม ๑ ชั้น ม.๔ -- กรุงเทพฯ : หจก.ส.ส 1999 , 25๖2.

375 หน้า.

1. ฟิสิกส์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา). 1. ชื่อเรื่อง.

530.07

ISBN 978-616-497-307-7

คำนำ

หนังสือเล่มนี้จัดทำขึ้นเพื่อเสริมสร้างความรู้และความเข้าใจในเนื้อหาวิชาฟิสิกส์ ระดับชั้น ม. 4 โดยมีเนื้อหา ๓ บท ได้แก่ สมดุลกล, งานและพลังงาน, และ โมเมนตัมและการชน ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้ฟิสิกส์ในระดับที่สูงขึ้น รวมถึงการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เนื้อหาในเล่มถูกเรียบเรียงอย่างเป็นระบบ พร้อมตัวอย่างประกอบที่เข้าใจง่าย และแบบฝึกหัดเพื่อฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการประยุกต์ใช้ความรู้ เหมาะสำหรับนักเรียน ครูผู้สอน รวมถึงผู้สนใจทั่วไป ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้อ่านในการเสริมสร้างความรู้ พัฒนาทักษะ และจุดประกายความสนใจในวิชาฟิสิกส์ อันจะนำไปสู่การเรียนรู้อย่างยั่งยืน ขอขอบคุณทุกท่านที่ให้ความสนใจ และขออภัยหากมีข้อผิดพลาดประการใด

ถ้าท่านสนใจหนังสือนี้ในรูปแบบ E-BOOK ก็มีจำหน่ายที่เว็บไซต์ ร้านนายอินทร์ , MEB , อุกฤษ, ซีเอ็ด , hystexts , ศูนย์หนังสือจุฬาฯ และ DDebook

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อตามร้านหนังสือทั่วไปไม่ได้ สามารถซื้อออนไลน์ที่แอปต่าง ๆ โดยสแกน QR โค้ดข้างล่างนี้
(ที่ช้อปปีมีหนังสือมากที่สุด)



สุชาติ สุภาพ

มือถือ 083-920-3825

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 4 สมดุลกล	5
4.1 จุดศูนย์กลางมวล และจุดศูนย์กลางถ่วง	7
4.2 แผนภาพวัตถุอิสระ	36
4.3 สมดุลต่อการเลื่อนที่	55
4.4 สมดุลต่อการหมุน	71
4.4.1 โมเมนต์ของแรง	71
4.4.2 โมเมนต์ของแรงคู่ควบ	91
4.5 เสถียรภาพของวัตถุ	101
บทที่ 5 งานและพลังงาน	108
5.1 งานเนื่องจากแรงคงตัว	109
5.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงตัว	146
5.3 กำลัง	152
5.4 พลังงานกล	161
5.4.1 พลังงานจลน์	161
5.4.2 พลังงานศักย์	162
5.5 การอนุรักษ์พลังงานกล	183
5.5.1 งานเนื่องจากแรงอนุรักษ์	186
5.5.2 กฎการอนุรักษ์พลังงานกล	187
5.6 ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงาน	212
บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน	230
6.1 โมเมนตัม	230
6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม	233
6.3 การดลและโมเมนตัม	240
6.4 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม	254

สารบัญ

	หน้า
๖.๕ การชน	๒70
๖.๕.1 การชนใน 1 มิติ	๒70
๖.๕.๒ การดีดตัวแยกออกจากกัน	๒83
บทที่ 7 การเคลื่อนที่แนวโค้ง	๒95
7.1 การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์	๒95
7.2 การนำความรู้เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์มาใช้ให้เกิดประโยชน์	312
7.3 การเคลื่อนที่แบบวงกลม	344
7.4 แรงดึงดูดระหว่างมวลกับการเคลื่อนที่เป็นวงกลมของดาวเทียม	368
7.5 การนำความรู้เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบวงกลมมาใช้ให้เกิดประโยชน์	373

%%%%%%%%%

บทที่ 4

สมดุลกล

ในชีวิตประจำวัน เรามักพบเห็นวัตถุต่าง ๆ ที่อยู่ในสภาวะสมดุล เช่น โต๊ะที่วางนิ่งอยู่กับพื้น หรือแม่แต่ว่าคนที่พยายามทรงตัวขณะเดินบนเชือก สิ่งเหล่านี้ล้วนเกี่ยวข้องกับหลักการทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า สมดุลกล ซึ่งเป็นสถานะที่แรงและโมเมนต์(แรงบิด)ลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ การทำความเข้าใจสมดุลกลเป็นสิ่งสำคัญ เพราะเป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์โครงสร้างต่าง ๆ เช่น อาคาร สะพาน เครื่องจักร และกลไกในวิศวกรรมศาสตร์ นอกจากนี้ แนวคิดเรื่องสมดุลยังมีบทบาทในการอธิบายพฤติกรรมของวัตถุในสภาวะไร้น้ำหนักหรือในระบบที่ซับซ้อนอย่างการเคลื่อนที่ของดาวเทียม ในบทเรียนนี้ เราจะศึกษาประเภทของสมดุล แรงและโมเมนต์ที่เกี่ยวข้องกับสมดุล เงื่อนไขของสมดุล

สมดุล หมายถึง การที่วัตถุรักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิม ในชีวิตประจำวันของทุกคนเกี่ยวข้องกับสมดุลเกือบตลอดเวลา เนื่องจากทุกคนจะต้องมีการรักษาและปรับสมดุลของร่างกายตนเองตลอดเวลา เช่น เมื่อต้องเดินบนสะพานแคบ ๆ ทุกคนจะต้องมีการปรับและรักษาสมดุลด้วยการเดินางแน่น เพื่อให้ปรับสมดุลได้ง่ายขึ้น

การเดินบนเส้นลวด หรือเดินบนเหล็กปลายแหลมของนักแสดงกรรม มักจะมีการถือไม้ยาว ๆ เพื่อช่วยให้รักษาและปรับสมดุลของร่างกายทำได้ง่ายขึ้น



สมดุล คือ การที่วัตถุคงสภาพการเคลื่อนที่เดิมอยู่ได้ กล่าวคือถ้าวัตถุอยู่นิ่งก็ยังคงสภาพนิ่งต่อไป หรือถ้าเคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเดิมต่อไป สมดุลแบ่งได้เป็น ๒ ประเภท คือ

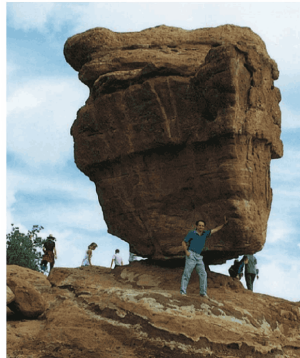
1) สมดุลสถิต

ในการดำรงอยู่ของวัตถุต่าง ๆ รอบตัวเรา ไม่ว่าจะเป็นเก้าอี้ โต๊ะ อาคาร หรือสะพาน ล้วนต้องออกแบบให้มั่นคงแข็งแรง และไม่ล้มง่าย ซึ่งความมั่นคงเหล่านี้เกี่ยวข้องกับโดยตรงกับหลักการทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า “สมดุลสถิต” สมดุลสถิตเป็นสภาวะที่วัตถุหยุดนิ่ง โดยไม่มีการเคลื่อนที่ไปข้างไหนหรือหมุนรอบตัวเอง นั่นหมายความว่าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ และโมเมนต์ลัพธ์รอบจุดหมุนใด ๆ ก็เป็นศูนย์เช่นกัน การทำความเข้าใจสมดุลสถิตมีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนรู้ฟิสิกส์และวิศวกรรมศาสตร์ เพราะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับแรงที่กระทำต่อวัตถุได้อย่างถูกต้อง และยังนำไปประยุกต์ใช้กับงานในชีวิตจริง เช่น การออกแบบโครงสร้าง การสร้างเครื่องจักร และแม้กระทั่งการออกแบบหุ่นยนต์ให้สามารถยืนทรงตัวได้ ในหัวข้อนี้ เราจะได้เรียนรู้เงื่อนไขของการเกิดสมดุลสถิต ประเภทของสมดุล

และการวิเคราะห์แรงและโมเมนต์ที่กระทำต่อวัตถุ เพื่อให้สามารถเข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ด้านสมดุลสถิตได้อย่างถูกต้องและมั่นใจ

สมดุลสถิต คือสมดุลของวัตถุที่หยุดนิ่ง เช่น วัตถุสิ่งของต่าง ๆ ที่หยุดนิ่ง

$$\text{เงื่อนไขของสมดุลนี้คือ } \sum F = 0 \text{ และ } \sum M = 0$$

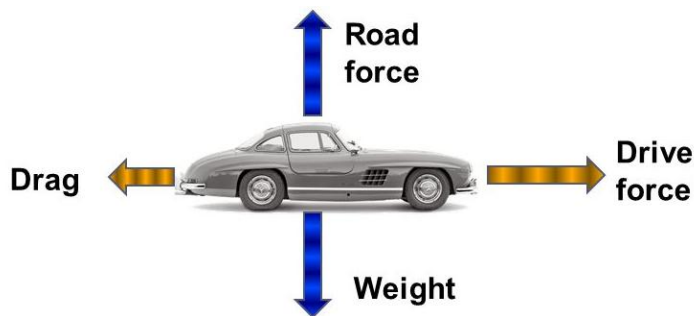


รูป 4.3 สมดุลสถิต

2) สมดุลจลน์

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ไม่ว่าจะเป็นรถยนต์ที่แล่นตรงด้วยความเร็วสม่ำเสมอ หรือนักปั่นจักรยานที่เคลื่อนที่ไปข้างหน้าอย่างต่อเนื่อง วัตถุเหล่านี้ไม่ได้อยู่กับที่ แต่ก็ไม่ได้เปลี่ยนแปลงความเร็วหรือทิศทางในการเคลื่อนที่ ซึ่งสถานะเช่นนี้เรียกว่า “สมดุลจลน์” สมดุลจลน์เป็นสถานะที่แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้วัตถุสามารถเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็วคงที่ โดยไม่เร่งหรือชะลอ ซึ่งแตกต่างจากสมดุลสถิตที่วัตถุอยู่นิ่ง ในขณะที่สมดุลจลน์ วัตถุยังคงมีการเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องตลอดเวลา ความเข้าใจในสมดุลจลน์มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุในชีวิตประจำวัน และการออกแบบระบบต่าง ๆ เช่น การควบคุมการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ หรือการออกแบบเครื่องจักรให้ทำงานได้อย่างราบรื่น ในหัวข้อนี้เราจะได้ศึกษาเงื่อนไขของสมดุลจลน์ การประยุกต์ใช้กฎของนิวตัน และตัวอย่างของการเคลื่อนที่ในสถานะสมดุลจลน์

สมดุลจลน์ คือสมดุลของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เช่น รถยนต์หรือยานพาหนะต่าง ๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เป็นต้น



รูป 4.4 สมดุลจลน์

สมดุลจลน์แบ่งออกเป็น ๒ ลักษณะ คือ

1) สมดุลต่อการเลื่อนที่ คือสมดุลของวัตถุที่เลื่อนด้วยความเร็วคงตัว เรือใบไฟของสมดุลนี้คือ

$$\sum F = 0$$

2) สมดุลต่อการหมุน คือสมดุลที่วัตถุหมุนด้วยความเร็วคงตัว เรือใบไฟของสมดุลนี้คือ

$$\sum M = 0$$

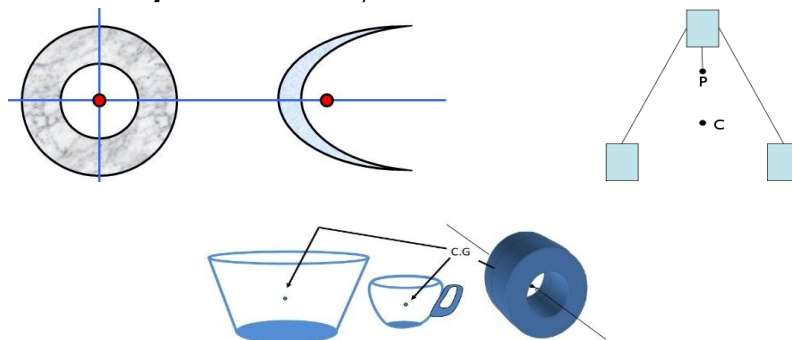
ในการศึกษาเรื่องสมดุล ทอร์ก หรือโมเมนต์จำเป็นจะต้องทราบตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล เพราะว่าถ้าแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลก็จะทำให้เกิดแรงบิด จุดทั้งสองนี้คนทั่วไปจะคิดว่ามีความหมายเหมือนกัน แต่ในความจริงแล้วจุดทั้งสองนี้มีความหมายแตกต่างกัน ดังนี้

4.1 จุดศูนย์กลางมวล และจุดศูนย์ถ่วง

เมื่อเรานำวัตถุขึ้นไปตั้งไว้บนปลายของดินสอ หรือแขวนวัตถุจากจุดใดจุดหนึ่งแล้วพบว่าวัตถุนั้นสามารถทรงตัวได้โดยไม่เอียงหรือพลิกตก นั่นคือการทดลองที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับแนวคิดเรื่อง จุดศูนย์กลางมวล และ จุดศูนย์ถ่วง ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานในกลศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วง **จุดศูนย์กลางมวลคือจุดสมดุลของมวลทั้งหมดของวัตถุ ซึ่งพิจารณาโดยไม่คำนึงถึงแรงภายนอก เช่น แรงโน้มถ่วง ในขณะที่ จุดศูนย์ถ่วง คือจุดที่แรงโน้มถ่วงของโลกเหมือนจะกระทำต่อวัตถุทั้งหมด จุดนี้เป็นจุดที่ใช้พิจารณาการทรงตัวของวัตถุในโลกแห่งความเป็นจริง ความเข้าใจเกี่ยวกับสองจุดนี้ช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ การทรงตัว และการออกแบบโครงสร้างต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำ ตัวอย่างเช่น การออกแบบหุ่นยนต์ให้ไม่ล้มง่าย การจัดสมดุลของรถยนต์ หรือแม้กระทั่งการออกแบบเครื่องบินและจรวด ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษาแนวคิดพื้นฐานของจุดศูนย์กลางมวลและจุดศูนย์ถ่วง วิธีการคำนวณ และการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งในชีวิตประจำวันและในทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม**

จุดศูนย์กลางมวล

ศูนย์กลางมวล คือจุดที่เปรียบเสมือนเป็นจุดรวมของมวลวัตถุทั้งก้อน ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงตำแหน่งและไม่ขึ้นกับสถานที่ที่วัตถุนั้นอยู่ จุดศูนย์กลางมวลอาจอยู่ในหรือนอกเนื้อวัตถุก็ได้

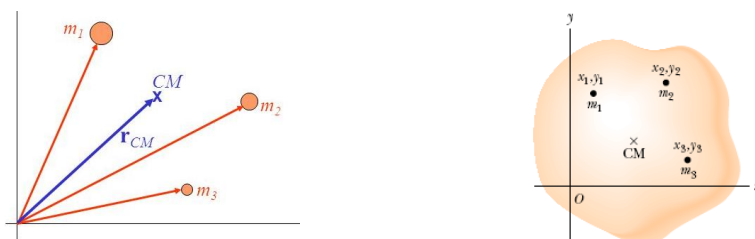


รูป 4.5 จุดศูนย์กลางมวลอยู่นอกวัตถุ

๒) วิธีการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล

ในทางฟิสิกส์ จุดศูนย์กลางมวล คือจุดที่แสดงตำแหน่งเฉลี่ยของมวลทั้งหมดในระบบหนึ่ง ๆ ไม่ว่าวัตถุนั้นจะเป็นของแข็งชิ้นเดียว หรือเป็นระบบที่ประกอบด้วยอนุภาคหลาย ๆ ตัว จุดศูนย์กลางมวลมีความสำคัญอย่างยิ่งในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุและระบบ โดยเฉพาะเมื่อต้องศึกษาการเคลื่อนที่แบบกลุ่ม เช่น การเคลื่อนที่ของฝูงดาว อนุภาคในแก๊ส หรือกลุ่มวัตถุที่กำลังหมุนหรือกระจายออกในกรณีของระบบอนุภาค การหาจุดศูนย์กลางมวลนั้นต้องอาศัยการพิจารณาดำแหน่งและมวลของอนุภาคแต่ละตัวอย่างละเอียด จุดศูนย์กลางมวลของระบบจะอยู่ที่ตำแหน่งที่ถ่วงน้ำหนักด้วยมวลของอนุภาคแต่ละตัว ซึ่งสามารถคำนวณได้ด้วยสูตรทางคณิตศาสตร์ที่สะท้อนถึงการเฉลี่ยของตำแหน่งโดยมีมวลเป็นตัวคูณ ในหัวข้อนี้ เราจะได้เรียนรู้หลักการและขั้นตอนการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค โดยเริ่มจากกรณีง่าย ๆ เช่น ระบบ ๒ อนุภาค และต่อขยายไปยังกรณีที่มีอนุภาคมากขึ้น ทั้งในมิติเดียว สองมิติ และสามมิติ เพื่อให้เข้าใจการวิเคราะห์และการประยุกต์ใช้แนวคิดนี้ในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างถูกต้อง.

ให้พิจารณาว่าวัตถุทุกชิ้นประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมาก และให้แต่ละอนุภาคมีมวล $m_1, m_2, \dots, m_n$ ตามลำดับ และมวลดังกล่าวอยู่ที่ตำแหน่ง $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ตามลำดับ ดังรูป

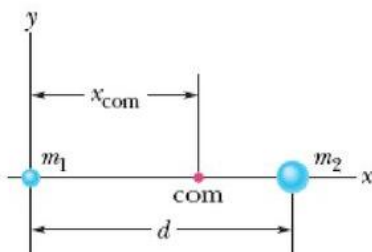


รูป 4.6 วัตถุทุกชิ้นประกอบด้วยอนุภาคเล็ก ๆ จำนวนมากมาย

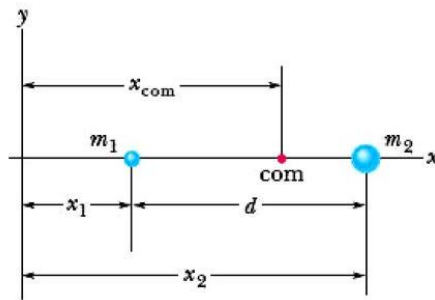
ถ้าให้ (x_{CM}, y_{CM}) เป็นจุดศูนย์กลางมวล เราสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล ได้จากสมการ ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_{CM} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

สมการ (4-1) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ



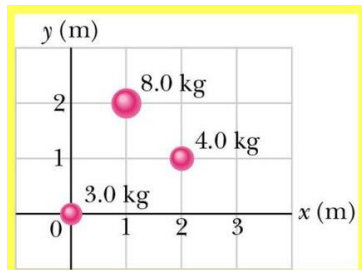
รูป 4.7 จุดศูนย์กลางมวลอยู่ที่ตำแหน่ง $x_{CM} = \frac{m_2 x_2}{m_1 + m_2}$



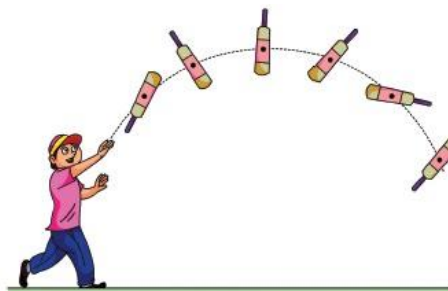
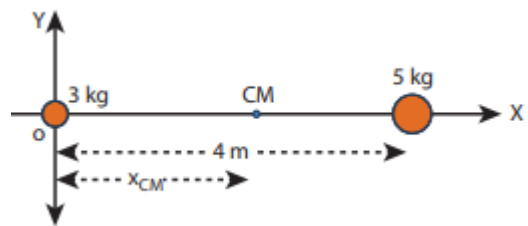
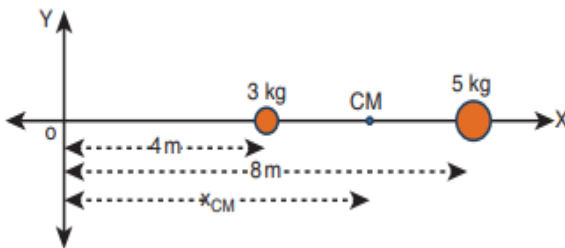
รูป 4.8 จุดศูนย์กลางมวลอยู่ที่ตำแหน่ง $x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

แบบทดสอบระหว่างเรียน

1) จากรูป จงหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค (1.1, 1.33)



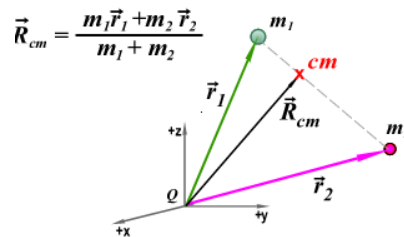
2) จากรูป จงหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค (๐.5, ๒.5)



รูป 4.9 เมื่อโยนวัตถุให้เคลื่อนที่วิถีโค้ง จุดศูนย์กลางมวลจะเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา

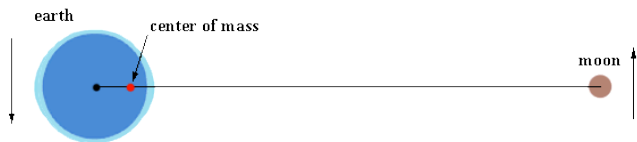
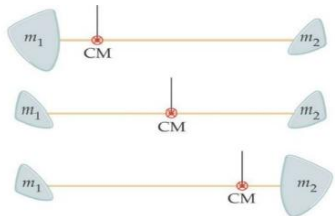
ข้อสังเกต

1. จุดศูนย์กลางมวล (C.M.) ไม่ได้เป็นสิ่งจำเป็นเฉพาะการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างเดียว แต่จุดศูนย์กลางมวลยังเป็นสิ่งจำเป็นเฉพาะการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของระบบอนุภาคอีกด้วย เช่น ดาวเคราะห์ต่างๆ ต่างก็เคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลางมวลของระบบสุริยะเป็นต้น ดังนั้นการหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคก็เป็นสิ่งที่จำเป็น



รูป 4.10 จุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค

2. ระบบอนุภาคที่มีวัตถุ ๒ ก้อน จุดศูนย์กลางมวลจะอยู่ระหว่างวัตถุเหล่านั้น โดยจะค่อนไปก้นที่มีมวลมากกว่า



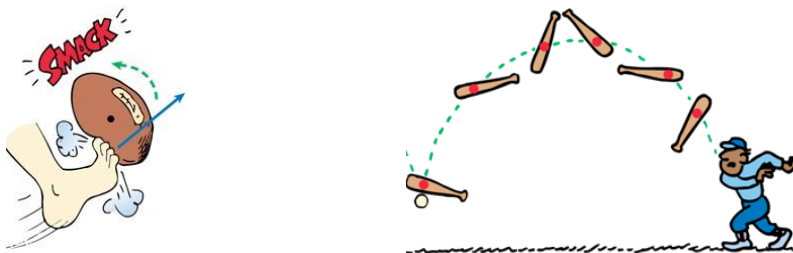
รูป 4.11 จุดศูนย์กลางมวลของโลกและดวงจันทร์

๓. ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีแนวแรงผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่งเพียงอย่างเดียวโดยไม่หมุน



รูป 4.12 แรงที่กระทำผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง

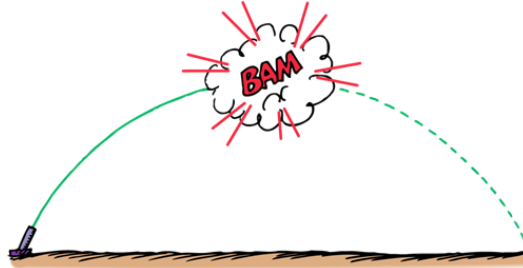
4. ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง และเคลื่อนที่แบบหมุนด้วยพร้อม ๆ กัน



รูป 4.13 แรงที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง และหมุนพร้อม ๆ กัน

5. เนื่องจากในธรรมชาติมีแรงเสียดทานหรือแรงต้าน ดังนั้นเมื่อขว้างออกไปในอากาศโดยแรงที่ทำให้อัตถุมีแนวแรงผ่านจุดศูนย์กลางมวล แต่อัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นที่และแบบหมุนด้วย เนื่องจากมีแรงต้านที่แนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลอยู่ด้วย

6. ในการยิงลูกระเบิดด้วยเครื่องยิงลูกระเบิด ถ้าระเบิดกลางอากาศ จุดศูนย์กลางมวลของสะเก็ดระเบิดทั้งหมดยังคงเป็นเส้นโค้งพาราโบลาเหมือนเดิม



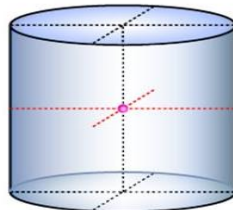
รูป 4.14 จุดศูนย์กลางมวลเคลื่อนที่เหมือนกับไม่มีการระเบิด

จุดศูนย์กลางของมวลของวัตถุรูปต่าง ๆ

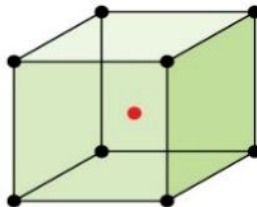
1. จุดศูนย์กลางมวลของคานตรงสม่ำเสมอ อยู่ที่จุดกึ่งกลางคาน



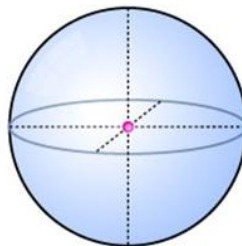
2. จุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอก อยู่ที่จุดกึ่งกลางของเส้นแกนกลางของทรงกระบอก



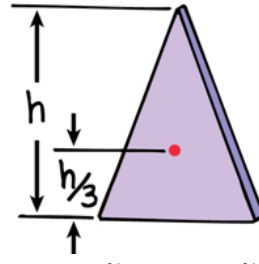
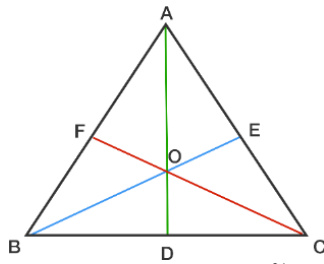
3. จุดศูนย์กลางมวลของรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ อยู่ที่จุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมลูกบาศก์



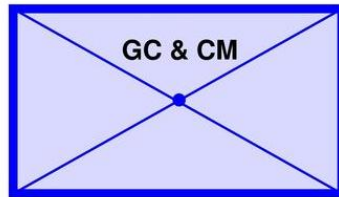
4. จุดศูนย์กลางมวลของทรงกลม อยู่ที่จุดกึ่งกลางของทรงกลม



5. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นรูปสามเหลี่ยมสม่ำเสมอ อยู่ที่จุดตัดของเส้นมัธยฐานทั้งสาม



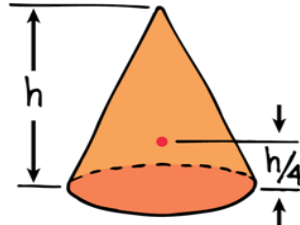
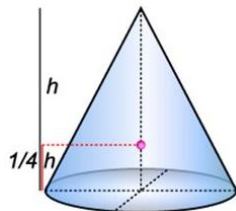
6. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานสม่ำเสมอ อยู่ที่จุดตัดของเส้นทแยงมุมทั้งสอง



7. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นกลมสม่ำเสมอ อยู่ที่จุดศูนย์กลางของแผ่นกลม

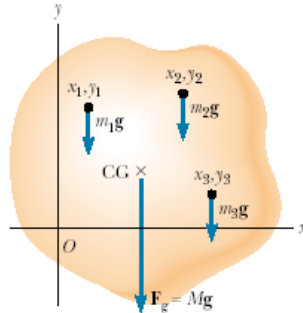


9. จุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปกรวยกลมหัน อยู่ที่ในแนวเส้นแกนของกรวยเป็นระยะ $\frac{1}{4}$ ของความสูงจากฐาน



จุดศูนย์กลางมวล

จุดศูนย์กลางมวล คือจุดที่แรงลัพธ์ของแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อวัตถุที่จุดนั้น เป็นจุดที่เสมือนเป็นศูนย์กลางมวลของน้ำหนักทั้งหมดของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลอาจอยู่ในหรือนอกเนื้อวัตถุก็ได้ จุดศูนย์กลางมวลสามารถเปลี่ยนตำแหน่งได้ขึ้นกับแรงโน้มถ่วงในบริเวณนั้น และจุดศูนย์กลางมวลจะไม่เมื่อวัตถุอยู่ในที่ที่ไม่มีแรงโน้มถ่วง



รูป 4.15 ทุ กอนุภาคได้รับแรงโน้มถ่วง (g) ที่มีขนาดเท่ากัน

ถ้าให้ (x_{CG}, y_{CG}) เป็นจุดศูนย์กลางมวล เราสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล ได้จากสมการดังนี้

$$\left. \begin{aligned} x_{CG} &= \frac{m_1 g_1 x_1 + m_2 g_2 x_2 + \dots + m_n g_n x_n}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \dots + m_n g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i g_i} \\ y_{CG} &= \frac{m_1 g_1 y_1 + m_2 g_2 y_2 + \dots + m_n g_n y_n}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \dots + m_n g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i g_i} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

สมการ (4-2) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ

จากสมการ (4-1) และ (4-2) จะเห็นว่าสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล (CM) และจุดศูนย์กลางมวล (CG) นั้นแตกต่างกัน แต่เนื่องจากความเร่งโน้มถ่วง (g) ของโลกที่กระทำต่ออนุภาคต่าง ๆ โดยทั่วไปจะมีค่าเท่ากันคือ $g_1 = g_2 = \dots = g_N$ ดังนั้นสมการ (4-2) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left. \begin{aligned} x_{CG} &= \frac{m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + \dots + m_n g x_n}{m_1 g + m_2 g + \dots + m_n g} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g x_i}{\sum_{i=1}^n m_i g} \\ y_{CG} &= \frac{m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \dots + m_n g y_n}{m_1 g + m_2 g + \dots + m_n g} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g y_i}{\sum_{i=1}^n m_i g} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)'$$

หรือ

$$\left. \begin{aligned} x_{CG} &= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_{CG} &= \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

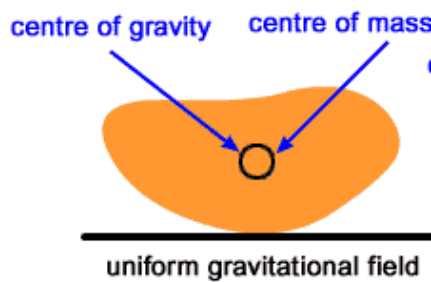
สมการ (4-3) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ(4-1) กับสมการ(4-3) แล้วจะพบว่าสมการทั้ง ๒ เหมือนกัน ดังนั้นจุดศูนย์กลางถ่วง(CG) กับจุดศูนย์กลางมวล(CM) ของวัตถุทั่วไปจึงอยู่ที่จุดเดียวกัน

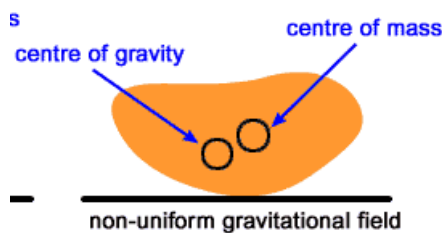
ข้อสังเกต ถ้าส่งก้อนธำมรงค์ที่หนักมาก ๆ ลงมาที่ g ที่ปลายด้านหนึ่งกับค่า g ที่ปลายอีกด้านหนึ่งมีค่าไม่เท่ากัน จุดศูนย์กลางถ่วงกับจุดศูนย์กลางมวลจะอยู่คนละที่กัน



รูป 4.17 อาคารสูงต่าง ๆ จุดศูนย์กลางถ่วงกับจุดศูนย์กลางมวลจะอยู่คนละตำแหน่งกัน



รูป 4.18 วัตถุที่อยู่ในสนามโน้มถ่วงสม่ำเสมอ จุด CG กับจุด CM จะอยู่ตำแหน่งเดียวกัน

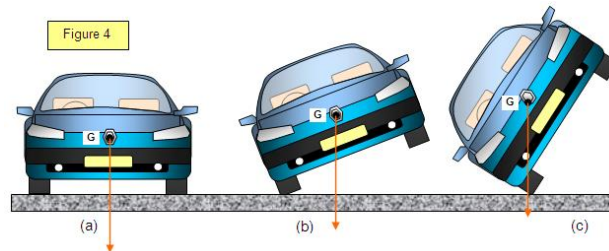


รูป 4.19 วัตถุที่อยู่ในสนามโน้มถ่วงไม่สม่ำเสมอ จุด CG กับจุด CM จะอยู่คนละตำแหน่งกัน

วัตถุโดยทั่วไปที่ไม่ใหญ่หรือสูงมาก ๆ แล้วศูนย์กลางมวลของกับศูนย์กลางจะอยู่ที่จุดเดียวกัน

จุดศูนย์กลางของสิ่งต่าง ๆ

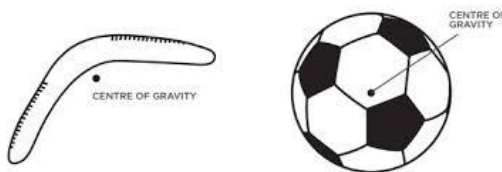
โลกดึงดูดวัตถุด้วยแรงเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ จุดศูนย์กลางเป็นจุดที่เสมือนว่าแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อวัตถุที่จุดนี้ ถ้าแนวแรงของแรงโน้มถ่วงตกพื้นฐานของวัตถุ วัตถุนั้นก็จะล้ม



รูป 4.๒๓ ถ้าแนวแรงของแรงโน้มถ่วงเคลื่อนที่พ้นฐานของวัตถุ วัตถุนั้นก็จะล้ม

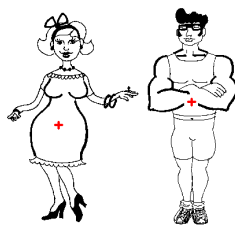
ข้อสังเกตเกี่ยวกับจุดศูนย์กลาง

- 1) จุดศูนย์กลางอาจจะอยู่ในหรือนอกวัตถุก็ได้



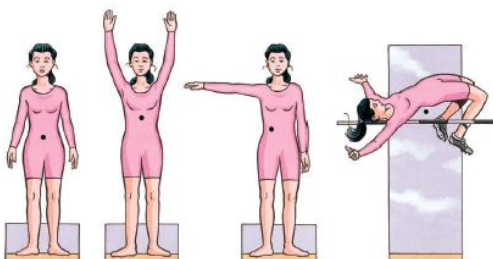
รูป 4.๒๕ จุดศูนย์กลางของสิ่งต่าง ๆ

- 2) สำหรับเพศชายจุดศูนย์กลางของร่างกายจะอยู่สูงกว่าเพศหญิง เนื่องจากสะโพกของผู้หญิงกว้างกว่าของเพศชาย



รูป 4.๒๖ จุดศูนย์กลางของผู้หญิงจะอยู่ต่ำกว่า จุดศูนย์กลางของผู้ชาย

- 3) จุดศูนย์กลางของร่างกายเลื่อนตำแหน่งได้ เมื่อเปลี่ยนท่าทาง



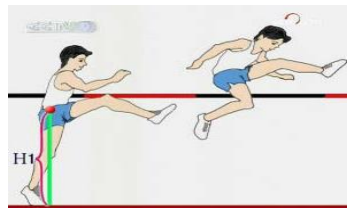
รูป 4.๒๗ จุดศูนย์กลางของร่างกายเลื่อนตำแหน่งได้ เมื่อเปลี่ยนท่าทาง

4) จุดศูนย์ถ่วงของร่างกายมีความสำคัญกับนักกีฬาแต่ละชนิดแตกต่างกัน กีฬาบางชนิดถ้านักกีฬามีจุดศูนย์ถ่วงต่ำก็จะได้เปรียบ เช่นการวิ่งระยะสั้นที่ต้องการความเร็วสูงซึ่งมีจุดศูนย์ถ่วงต่ำก็จะทำให้รักษามomentum ของร่างกายได้ง่ายขึ้น รวมถึงกีฬาชกน้ำหนักด้วยเนื่องจากนักกีฬาน้ำหนักที่มีจุดศูนย์ถ่วงต่ำจะทรงตัวได้ดีกว่า



รูป 4.๒8 นักวิ่งที่มีจุดศูนย์ถ่วงต่ำจะทรงตัวได้ดีกว่านักวิ่งที่มีจุดศูนย์ถ่วงสูง

แต่กีฬาบางชนิดที่นักกีฬาที่มีจุดศูนย์ถ่วงสูงได้เปรียบ คือการกระโดดสูง วิ่งข้ามรั้ว เพราะว่าการกระโดดสูง และวิ่งข้ามรั้ว คือการทำให้จุดศูนย์ถ่วงเคลื่อนที่ข้ามไม่พาดขวางอยู่ ซึ่งนักกีฬามีจุดศูนย์ถ่วงสูงเท่าใด นักกีฬาก็จะใช้พลังงานในการกระโดดน้อยกว่าคนที่จุดศูนย์ถ่วงต่ำ (ถ้านักกีฬามีมวลเท่ากัน) เนื่องจากระยะความสูงในการกระโดดของนักกีฬาที่มีจุดศูนย์ถ่วงสูงจะน้อยกว่านักกีฬาที่มีจุดศูนย์ถ่วงต่ำ



รูป 4.๒๙ นักกระโดดสูงที่มีจุด CG สูง จะมีระยะกระโดดน้อยกว่านักกระโดดสูงที่มีจุด CG ต่ำ

๕) วัตถุที่วางบนพื้นโดยจุดศูนย์ถ่วงอยู่สูงจากพื้นมาก จะมีพลังงานศักย์มากกว่าการวางวัตถุให้จุดศูนย์ถ่วงอยู่ต่ำ



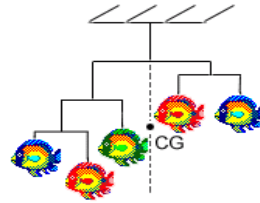
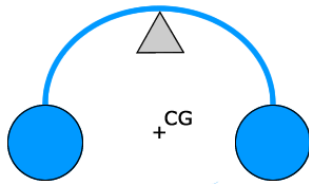
รูป 4.๓๐ วางวัตถุในลักษณะต่างกัน พลังงานศักย์ของวัตถุไม่เท่ากัน

๖) รถที่มีจุดศูนย์ถ่วงสูงมีโอกาสพลิกคว่ำได้ง่ายกว่ารถที่มีจุดศูนย์ถ่วงต่ำ



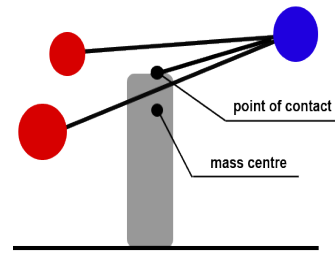
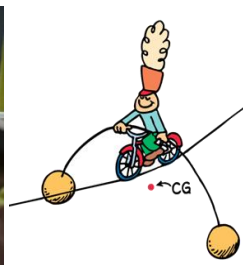
รูป 4.๓๑ รถที่มีจุดศูนย์ถ่วงสูงมีโอกาสพลิกคว่ำได้ง่ายกว่ารถที่มีจุดศูนย์ถ่วงต่ำ

๗) เมื่อแขวนวัตถุ จุดศูนย์กลางจะอยู่ในแนวตั้งใต้จุดแขวนเสมอ



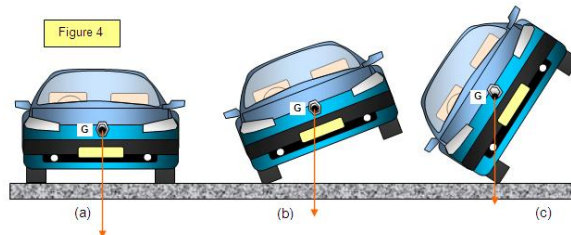
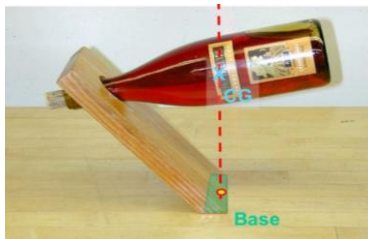
รูป 4.๓๒ จุดศูนย์กลางจะอยู่ในแนวตั้งใต้จุดแขวนเสมอ

และด้วยเหตุผลนี้ทำให้ วัตถุที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ใต้จุดแขวนมีความสมดุล ดังรูป



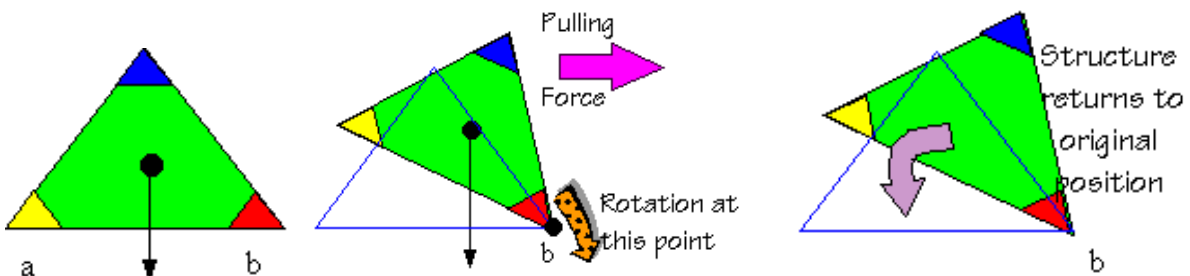
รูป 4.๓๓ สมดุลอย่างน่าแปลกใจ

๘) ถ้าแนวตั้งของจุดศูนย์กลางไม่ตกนอกฐาน วัตถุนั้นก็จะเป็นสถานะสมดุล

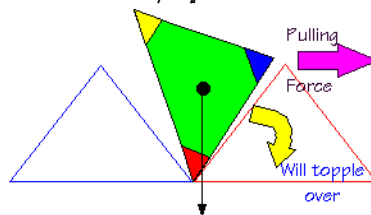


รูป 4.๓๔ แนวตั้งของจุดศูนย์กลางไม่ตกนอกฐาน

จุดศูนย์กลางมีความสำคัญกับสมดุลเป็นอย่างมาก ถ้าแนวตั้งของจุดศูนย์กลางมวลยังไม่ออกนอกฐาน เมื่อแรงที่กระทำหมดไป วัตถุนั้นก็กลับมาสภาพเดิม ดังรูป



รูป 4.๓๕ แนวตั้งของจุดศูนย์กลางยังไม่ออกนอกฐาน



รูป 4.๓๖ แนวตั้งของจุดศูนย์กลางออกนอกฐานไปแล้ว ไม่สามารถกลับสู่สภาพเดิมได้

แต่ถ้าแนวตั้งของจุดศูนย์ถ่วงออกนอกฐานไปแล้วดังรูป 4.๓6 ฐานของวัตถุจะกลายเป็นจุดหมุน และแรงโน้มถ่วงจะกลายเป็นแรงบิด ดึงให้วัตถุนั้นพลิกคว่ำดังรูป 4.๓6 ดังนั้นการออกแบบสิ่งก่อสร้างทั้งหลายจึงต้องคำนึงถึงแนวตั้งของจุดศูนย์ถ่วงด้วย ตัวอย่างของสิ่งก่อสร้างที่มีความเสี่ยงที่จะล้มลงมาเนื่องจากแนวตั้งของจุดศูนย์ถ่วงตกนอกฐานได้แก่ เสาของลิฟต์ขนส่งวัสดุก่อสร้าง ดังรูป 4.๓7 (๔) ถ้าการผูกยึดติดกับตัวอาคารไม่แน่นพอก็จะเกิดการล้มลงมาได้ ดังรูป (๕)



(๔)



(๕)

รูป 4.๓7 แนวตั้งของจุดศูนย์ถ่วงตกนอกฐาน

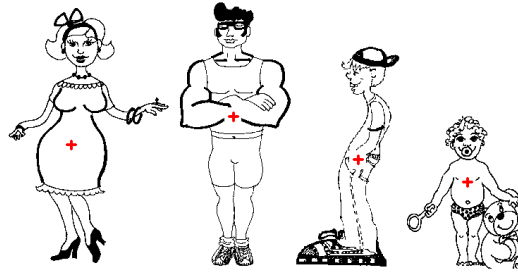
จุดศูนย์ถ่วงของร่างกาย

ในชีวิตประจำวัน การเคลื่อนไหวอย่างมั่นคง เช่น การยืน เดิน วิ่ง หรือการทรงตัว ล้วนมีความเกี่ยวข้องกับ “จุดศูนย์ถ่วงของร่างกาย” จุดนี้คือบริเวณที่แรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อร่างกายราวกับว่ามันรวมศูนย์อยู่ที่จุดเดียว จุดศูนย์ถ่วงมีผลอย่างมากต่อความสมดุลและความมั่นคงของบุคคล จุดศูนย์ถ่วงของมนุษย์ไม่ได้อยู่คงที่เสมอ แต่จะแตกต่างกันไปตามเพศ วัย และสัดส่วนของร่างกาย เช่น

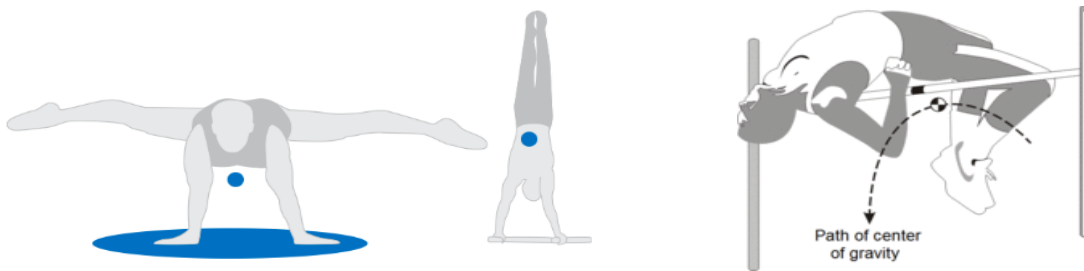
- ใน ผู้ชาย ซึ่งโดยทั่วไปมีกล้ามเนื้อส่วนบนเด่น จุดศูนย์ถ่วงจึงมักอยู่สูงกว่าผู้หญิง
- สำหรับ ผู้หญิง ที่มีกล้ามเนื้อขาและน้ำหนักส่วนล่างมากกว่า จุดศูนย์ถ่วงจึงอยู่ต่ำกว่า
- ใน เด็กเล็ก หัวมีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับลำตัว ทำให้จุดศูนย์ถ่วงอยู่ค่อนข้างสูง
- ส่วนใน ผู้สูงอายุ การเปลี่ยนแปลงของกล้ามเนื้อและโครงสร้างร่างกาย เช่น หลังโก่ง หรือมวลกล้ามเนื้อลดลง ก็ส่งผลให้ตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงเปลี่ยนไป และอาจทำให้การทรงตัวแย่ลง

การเข้าใจจุดศูนย์ถ่วงในแต่ละช่วงวัยและเพศไม่เพียงช่วยให้เราวิเคราะห์การเคลื่อนไหวทางชีวกลศาสตร์ได้ดีขึ้นเท่านั้น แต่ยังสามารถนำไปใช้ในการออกแบบท่าทางการออกกำลังกาย การฟื้นฟูสมรรถภาพร่างกาย หรือการพัฒนาอุปกรณ์ช่วยเหลือนักกีฬาให้มีความปลอดภัยและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นในหัวข้อนี้ เราจะได้เรียนรู้ตำแหน่งโดยประมาณของจุดศูนย์ถ่วงในแต่ละกลุ่มบุคคล และวิเคราะห์ว่าปัจจัยใดที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงจุดศูนย์ถ่วงในร่างกายมนุษย์.

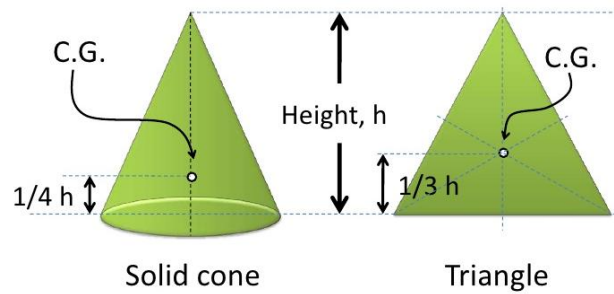
จุดศูนย์ถ่วงของร่างกาย หมายถึงจุดที่เสมือนว่าน้ำหนักของร่างกายทั้งหมดมารวมกันที่จุดนั้น จุดศูนย์ถ่วงของร่างกายคนเราเมื่อยืนในท่าปกติ แขนอยู่ข้างลำตัวจะอยู่ที่ระดับบริเวณกลางลำตัวระดับสะดือ จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละคนจะอยู่ในตำแหน่งที่ต่างกันขึ้นอยู่กับโครงสร้างของร่างกาย เพศ อายุ นอกจากนี้จุดศูนย์ถ่วงของร่างกายจะเปลี่ยนไปตามการจัดท่าทางของแขนขา และการถือน้ำหนัก จุดศูนย์ถ่วงของร่างกายซึ่งอยู่ใกล้ฐานมากเท่าใดก็จะทำให้มีความสมดุลมากขึ้นเท่านั้น



รูป 4.39 จุดศูนย์กลางของและคนจะอยู่ในตำแหน่งที่ต่างกันขึ้นอยู่กับโครงสร้างของร่างกาย เพศ อายุ

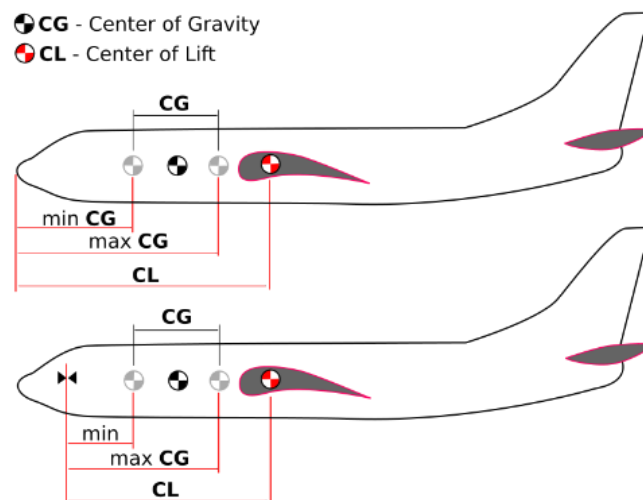


รูป 4.40 จุดศูนย์กลางของร่างกายเปลี่ยนตำแหน่งได้เมื่ออยู่ในท่าทางที่แตกต่างกัน



เปรียบเทียบจุดศูนย์กลางของมวลกับสามเหลี่ยม

จุดศูนย์กลางของเครื่องบินจะจอดที่สนามบินกับขณะที่บินอยู่ในอากาศจะอยู่คนละตำแหน่งกัน เนื่องจากขณะบินอยู่ในอากาศมีแรงที่กระทำต่อเครื่องบินหลายแรง



รูป 4.41 จุดศูนย์กลางของเครื่องบินจะจอดกับขณะที่บินอยู่ในอากาศจะอยู่คนละตำแหน่งกัน