

ฟิสิกส์ เล่ม ๒ ชั้น ม.๔

สมุดอุลกล

ผศ.สุชาติ สุภาพ

พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

133/471 หมู่ ๒ ต.พิมลราช อําเภอบางบัวทอง จังหวัดนนทบุรี 11110

E-mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจก.รส 1999 ม.เพชรอนันต์ เขตคันนายาว กรุงเทพฯ ๑ 10230

คำนำ

หนังสือเล่มนี้จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้อ่านได้เรียนรู้และเข้าใจหลักการพื้นฐานของ สมดุลกล ซึ่งเป็นหัวข้อสำคัญในวิชาฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์แรงและผลกระทบของแรงต่อวัตถุ ที่อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ โดยเนื้อหาในเล่มจะครอบคลุมแนวคิดหลักของสมดุล ทั้งสองประเภท ได้แก่ สมดุลต่อแรงลัพธ์ และสมดุลต่อการหมุน ซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงและงานวิศวกรรม หนังสือเล่มนี้มุ่งเน้นการอธิบายเนื้อหาอย่างเป็นระบบ ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย เสริมด้วยภาพประกอบ กราฟ และแบบฝึกหัดหลากหลาย เพื่อส่งเสริมความเข้าใจและพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ของผู้อ่าน โดยเฉพาะนักเรียน นักศึกษา และผู้ที่สนใจในศาสตร์ด้านฟิสิกส์และวิศวกรรมศาสตร์ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นแหล่งความรู้ที่มีคุณค่าสำหรับผู้อ่านทุกท่าน และเป็นพื้นฐานที่ดีในการต่อทอดสู่ การเรียนรู้ฟิสิกส์ในระดับที่สูงขึ้น หากมีข้อเสนอแนะใด ๆ ผู้เขียนยินดีน้อมรับเพื่อนำไปปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้นในโอกาสต่อไป

ถ้าท่านสนใจหนังสือในรูปแบบ E-BOOK ก็มีจำหน่ายที่เว็บไซต์ ร้านนายอินทร์ , MEB , อุกฤษ, ซีอีอี , htextures , ศูนย์หนังสือจุฬาฯ และ DDebook

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อตามร้านหนังสือทั่วไป ไม่ได้ สามารถซื้อออนไลน์ที่แอปต่าง ๆ โดยสแกน QR โค้ดข้างล่างนี้ (ที่ข้อบปีมีหนังสือมากที่สุด)



สุชาติ สุภาพ

มือถือ 083-920-3825

บทที่ 4

สมดุลกล

ในชีวิตประจำวัน เรามักพบเห็นวัตถุต่าง ๆ ที่อยู่ในสภาวะสมดุล เช่น โต๊ะที่วางนิ่งอยู่กับพื้น หรือแม่แต่ว่าคนที่พยายามทรงตัวขณะเดินบนเชือก สิ่งเหล่านี้ล้วนเกี่ยวข้องกับหลักการทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า สมดุลกล ซึ่งเป็นสถานะที่แรงและโมเมนต์(แรงบิด)ลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ การทำความเข้าใจสมดุลกลเป็นสิ่งสำคัญ เพราะเป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์โครงสร้างต่าง ๆ เช่น อาคาร สะพาน เครื่องจักร และกลไกในวิศวกรรมศาสตร์ นอกจากนี้ แนวคิดเรื่องสมดุลยังมีบทบาทในการอธิบายพฤติกรรมของวัตถุในสภาวะไร้น้ำหนักหรือในระบบที่ซับซ้อนอย่างการเคลื่อนที่ของดาวเทียม ในบทเรียนนี้ เราจะศึกษาประเภทของสมดุล แรงและโมเมนต์ที่เกี่ยวข้องกับสมดุล เงื่อนไขของสมดุล

สมดุล หมายถึง การที่วัตถุรักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิม ในชีวิตประจำวันของทุกคนเกี่ยวข้องกับสมดุลเกือบตลอดเวลา เนื่องจากทุกคนจะต้องมีการรักษาและปรับสมดุลของร่างกายตนเองตลอดเวลา เช่น เมื่อต้องเดินบนสะพานแคบ ๆ ทุกคนจะต้องมีการปรับและรักษาสมดุลด้วยการเดินางแน่น เพื่อให้ปรับสมดุลได้ง่ายขึ้น

การเดินบนเส้นลวด หรือเดินบนเหล็กปลายแหลมของนักแสดงกรรม มักจะมีการถือไม้ยาว ๆ เพื่อช่วยให้รักษาและปรับสมดุลของร่างกายทำได้ง่ายขึ้น



สมดุล คือ การที่วัตถุคงสภาพการเคลื่อนที่เดิมอยู่ได้ กล่าวคือถ้าวัตถุอยู่นิ่งก็ยังคงสภาพนิ่งต่อไป หรือถ้าเคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเดิมต่อไป สมดุลแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

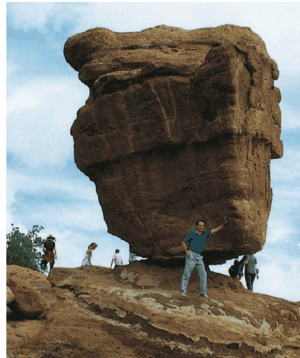
1) สมดุลสถิต

ในการดำรงอยู่ของวัตถุต่าง ๆ รอบตัวเรา ไม่ว่าจะเป็นเก้าอี้ โต๊ะ อาคาร หรือสะพาน ล้วนต้องออกแบบให้มั่นคงแข็งแรง และไม่ล้มง่าย ซึ่งความมั่นคงเหล่านี้เกี่ยวข้องกับโดยตรงกับหลักการทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า “สมดุลสถิต” สมดุลสถิตเป็นสภาวะที่วัตถุหยุดนิ่ง โดยไม่มีการเคลื่อนที่ไปข้างไหนหรือหมุนรอบตัวเอง นั่นหมายความว่าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ และโมเมนต์ลัพธ์รอบจุดหมุนใด ๆ ก็เป็นศูนย์เช่นกัน การทำความเข้าใจสมดุลสถิตมีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนรู้ฟิสิกส์และวิศวกรรมศาสตร์ เพราะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับแรงที่กระทำต่อวัตถุได้อย่างถูกต้อง และยังนำไปประยุกต์ใช้กับงานในชีวิตจริง เช่น การออกแบบโครงสร้าง การสร้างเครื่องจักร และแม้กระทั่งการออกแบบหุ่นยนต์ให้สามารถยืนทรงตัวได้ ในหัวข้อนี้ เราจะได้เรียนรู้เงื่อนไขของการเกิดสมดุลสถิต ประเภทของสมดุล

และการวิเคราะห์แรงและโมเมนต์ที่กระทำต่อวัตถุ เพื่อให้สามารถเข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ด้านสมดุลสถิตได้อย่างถูกต้องและมั่นใจ

สมดุลสถิต คือ สมดุลของวัตถุที่หยุดนิ่ง เช่น วัตถุสิ่งของต่าง ๆ ที่หยุดนิ่ง

$$\text{เงื่อนไขของสมดุลนี้คือ } \sum F = 0 \text{ และ } \sum M = 0$$

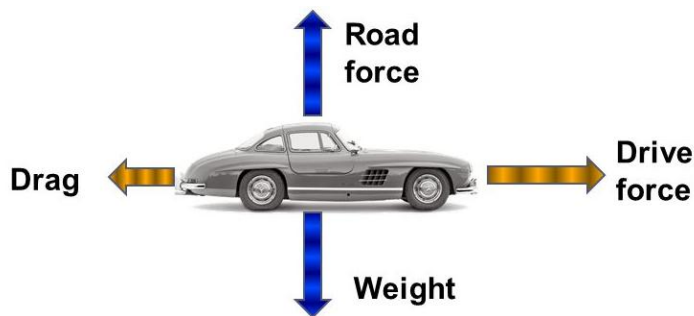


รูป 4.3 สมดุลสถิต

2) สมดุลจลน์

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ไม่ว่าจะเป็นรถยนต์ที่แล่นตรงด้วยความเร็วสม่ำเสมอ หรือนักปั่นจักรยานที่เคลื่อนที่ไปข้างหน้าอย่างต่อเนื่อง วัตถุเหล่านี้ไม่ได้อยู่กับที่ แต่ก็ไม่ได้เปลี่ยนแปลงความเร็วหรือทิศทางในการเคลื่อนที่ ซึ่งสถานะเช่นนี้เรียกว่า “สมดุลจลน์” สมดุลจลน์เป็นสถานะที่แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้วัตถุสามารถเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็วคงที่ โดยไม่เร่งหรือชะลอ ซึ่งแตกต่างจากสมดุลสถิตที่วัตถุอยู่นิ่ง ในขณะที่สมดุลจลน์ วัตถุยังคงมีการเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องตลอดเวลา ความเข้าใจในสมดุลจลน์มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุในชีวิตประจำวัน และการออกแบบระบบต่าง ๆ เช่น การควบคุมการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ หรือการออกแบบเครื่องจักรให้ทำงานได้อย่างราบรื่น ในหัวข้อนี้เราจะได้ศึกษาเงื่อนไขของสมดุลจลน์ การประยุกต์ใช้กฎของนิวตัน และตัวอย่างของการเคลื่อนที่ในสถานะสมดุลจลน์

สมดุลจลน์ คือ สมดุลของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เช่น รถยนต์หรือยานพาหนะต่าง ๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เป็นต้น



รูป 4.4 สมดุลจลน์

สมดุลจลน์แบ่งออกเป็น ๒ ลักษณะ คือ

1) สมดุลต่อการเลื่อนที่ คือสมดุลของวัตถุที่เลื่อนด้วยความเร็วคงตัว เรือนไของสมดุลนี้คือ

$$\sum F = 0$$

2) สมดุลต่อการหมุน คือสมดุลที่วัตถุหมุนด้วยความเร็วคงตัว เรือนไของสมดุลนี้คือ

$$\sum M = 0$$

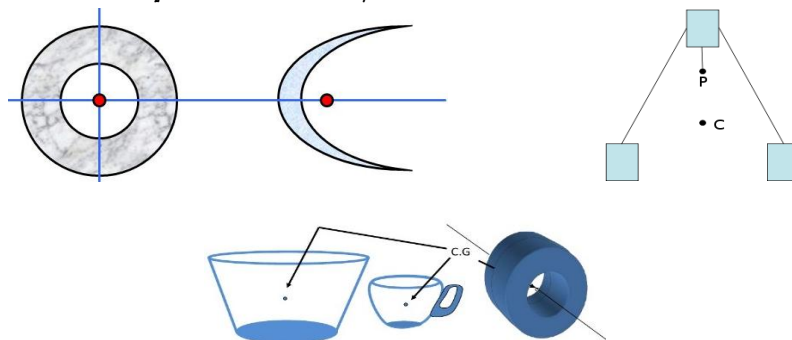
ในการศึกษาเรื่องสมดุล ทอร์ก หรือโมเมนต์จำเป็นจะต้องทราบตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล เพราะว่าถ้าแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลก็จะทำให้เกิดแรงบิด จุดทั้งสองนี้คนทั่วไปจะคิดว่ามีความหมายเหมือนกัน แต่ในความจริงแล้วจุดทั้งสองนี้มีความหมายแตกต่างกัน ดังนี้

4.1 จุดศูนย์กลางมวล และจุดศูนย์ถ่วง

เมื่อเรานำวัตถุขึ้นไปตั้งไว้บนปลายของดินสอ หรือแขวนวัตถุจากจุดใดจุดหนึ่งแล้วพบว่าวัตถุนั้นสามารถทรงตัวได้โดยไม่เอียงหรือพลิกตก นั่นคือการทดลองที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับแนวคิดเรื่อง จุดศูนย์กลางมวล และ จุดศูนย์ถ่วง ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานในกลศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วง **จุดศูนย์กลางมวลคือจุดสมดุลของมวลทั้งหมดของวัตถุ ซึ่งพิจารณาโดยไม่คำนึงถึงแรงภายนอก เช่น แรงโน้มถ่วง ในขณะที่ จุดศูนย์ถ่วง คือจุดที่แรงโน้มถ่วงของโลกเหมือนจะกระทำต่อวัตถุทั้งหมด จุดนี้เป็นจุดที่ใช้พิจารณาการทรงตัวของวัตถุในโลกแห่งความเป็นจริง ความเข้าใจเกี่ยวกับสองจุดนี้ช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ การทรงตัว และการออกแบบโครงสร้างต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำ ตัวอย่างเช่น การออกแบบหุ่นยนต์ให้ไม่ล้มง่าย การจัดสมดุลของรถยนต์ หรือแม้กระทั่งการออกแบบเครื่องบินและจรวด ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษาแนวคิดพื้นฐานของจุดศูนย์กลางมวลและจุดศูนย์ถ่วง วิธีการคำนวณ และการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งในชีวิตประจำวันและในทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม**

จุดศูนย์กลางมวล

ศูนย์กลางมวล คือจุดที่เปรียบเสมือนเป็นจุดรวมของมวลวัตถุทั้งก้อน ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงตำแหน่งและไม่ขึ้นกับสถานที่ที่วัตถุนั้นอยู่ จุดศูนย์กลางมวลอาจอยู่ในหรือนอกเนื้อวัตถุก็ได้

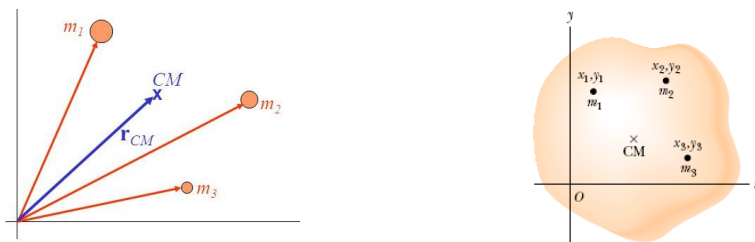


รูป 4.5 จุดศูนย์กลางมวลอยู่นอกวัตถุ

๒) วิธีการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล

ในทางฟิสิกส์ จุดศูนย์กลางมวล คือจุดที่แสดงตำแหน่งเฉลี่ยของมวลทั้งหมดในระบบหนึ่ง ๆ ไม่ว่าวัตถุนั้นจะเป็นของแข็งชิ้นเดียว หรือเป็นระบบที่ประกอบด้วยอนุภาคหลาย ๆ ตัว จุดศูนย์กลางมวลมีความสำคัญอย่างยิ่งในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุและระบบ โดยเฉพาะเมื่อต้องศึกษาการเคลื่อนที่แบบกลุ่ม เช่น การเคลื่อนที่ของฝูงดาว อนุภาคในแก๊ส หรือกลุ่มวัตถุที่กำลังหมุนหรือกระจายออกในกรณีของระบบอนุภาค การหาจุดศูนย์กลางมวลนั้นต้องอาศัยการพิจารณาดำแหน่งและมวลของอนุภาคแต่ละตัวอย่างละเอียด จุดศูนย์กลางมวลของระบบจะอยู่ที่ตำแหน่งที่ถ่วงน้ำหนักด้วยมวลของอนุภาคแต่ละตัว ซึ่งสามารถคำนวณได้ด้วยสูตรทางคณิตศาสตร์ที่สะท้อนถึงการเฉลี่ยของตำแหน่งโดยมีมวลเป็นตัวคูณ ในหัวข้อนี้นี้ เราจะได้เรียนรู้หลักการและขั้นตอนการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค โดยเริ่มจากกรณีง่าย ๆ เช่น ระบบ ๒ อนุภาค และต่อขยายไปยังกรณีที่มีอนุภาคมากขึ้น ทั้งในมิติเดียว สองมิติ และสามมิติ เพื่อให้เข้าใจการวิเคราะห์และการประยุกต์ใช้แนวคิดนี้ในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างถูกต้อง.

ให้พิจารณาว่าวัตถุทุกชิ้นประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมาก และให้แต่ละอนุภาคมีมวล $m_1, m_2, \dots, m_n$ ตามลำดับ และมวลดังกล่าวอยู่ที่ตำแหน่ง $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ตามลำดับ ดังรูป

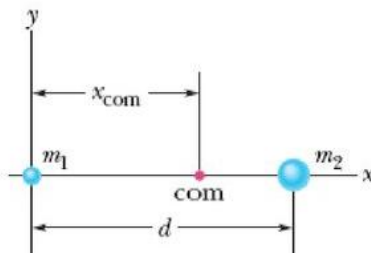


รูป 4.6 วัตถุทุกชิ้นประกอบด้วยอนุภาคเล็ก ๆ จำนวนมากมาย

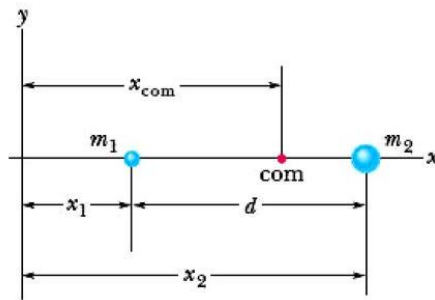
ถ้าให้ (x_{CM}, y_{CM}) เป็นจุดศูนย์กลางมวล เราสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล ได้จากสมการ ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_{CM} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

สมการ (4-1) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ



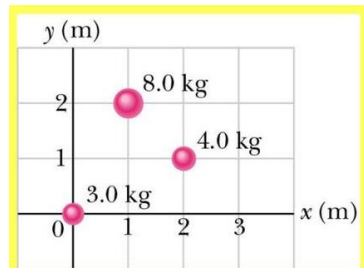
รูป 4.7 จุดศูนย์กลางมวลอยู่ที่ตำแหน่ง $x_{CM} = \frac{m_2 x_2}{m_1 + m_2}$



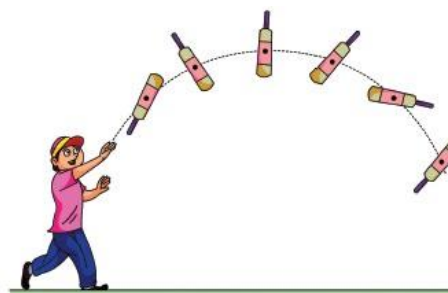
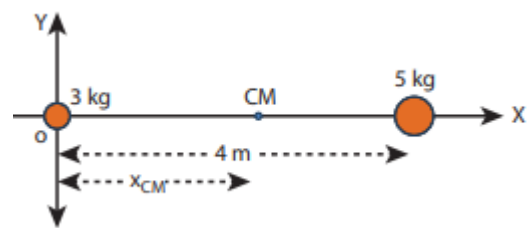
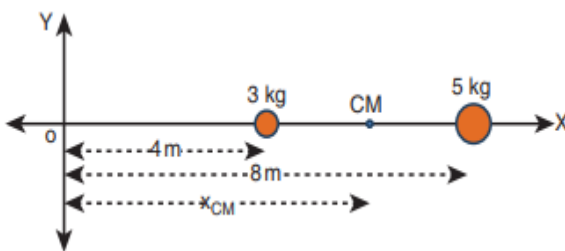
รูป 4.8 จุดศูนย์กลางมวลอยู่ที่ตำแหน่ง $x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

แบบทดสอบระหว่างเรียน

1) จากรูป จงหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค (1.1, 1.33)



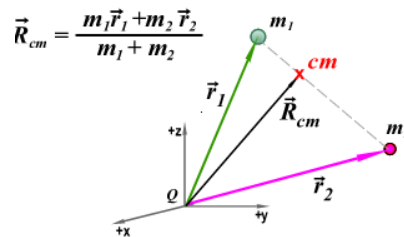
2) จากรูป จงหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค (๐.5, ๒.5)



รูป 4.9 เมื่อโยนวัตถุให้เคลื่อนที่วิถีโค้ง จุดศูนย์กลางมวลจะเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา

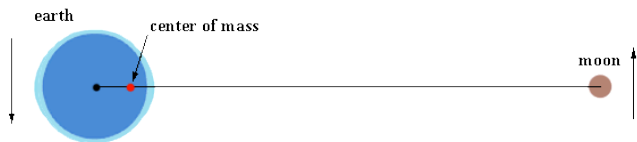
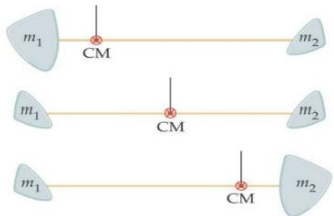
ข้อสังเกต

1. จุดศูนย์กลางมวล (C.M.) ไม่ได้เป็นสิ่งจำเป็นเฉพาะการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างเดียว แต่จุดศูนย์กลางมวลยังเป็นสิ่งจำเป็นเฉพาะการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของระบบอนุภาคอีกด้วย เช่น ดาวเคราะห์ต่างๆ ต่างก็เคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลางมวลของระบบสุริยะเป็นต้น ดังนั้นการหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคก็เป็นสิ่งที่จำเป็น



รูป 4.10 จุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาค

2. ระบบอนุภาคที่มีวัตถุ ๒ ก้อน จุดศูนย์กลางมวลจะอยู่ระหว่างวัตถุเหล่านั้น โดยจะค่อนไปก้นที่มีมวลมากกว่า



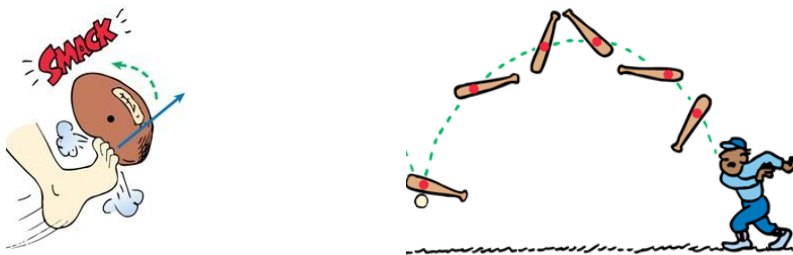
รูป 4.11 จุดศูนย์กลางมวลของโลกและดวงจันทร์

๓. ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีแนวแรงผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่งเพ็ชงอย่างเดีขว โดยไม่หมุน



รูป 4.12 แรงที่กระทำผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง

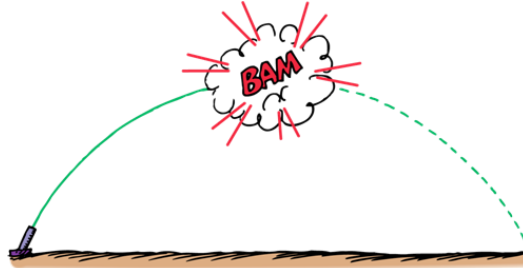
4. ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง และเคลื่อนที่แบบหมุนด้วยพร้อม ๆ กัน



รูป 4.13 แรงที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นตรงตำแหน่ง และหมุนพร้อม ๆ กัน

๕. เนื่องจากในธรรมชาติมีแรงเสียดทานหรือแรงต้าน ดังนั้นเมื่อขว้างออกไปในอากาศโดยแรงที่ทำให้อัตถุมีแนวแรงผ่านจุดศูนย์กลางมวล แต่อัตถุจะเคลื่อนที่แบบเส้นที่และแบบหมุนด้วย เนื่องจากมีแรงต้านที่แนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลอยู่ด้วย

๖. ในการยิงลูกระเบิดด้วยเครื่องยิงลูกระเบิด ถ้าระเบิดกลางอากาศ จุดศูนย์กลางมวลของสะเก็ดระเบิดทั้งหมดยังคงเป็นเส้นโค้งพาราโบลาเหมือนเดิม



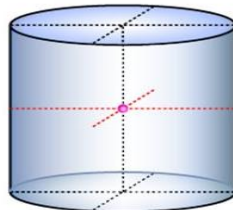
รูป 4.14 จุดศูนย์กลางมวลเคลื่อนที่เหมือนกับไม่มีการระเบิด

จุดศูนย์กลางของมวลของวัตถุรูปต่าง ๆ

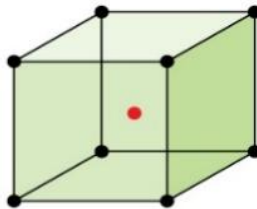
1. จุดศูนย์กลางมวลของคานตรงสม่ำเสมอ อยู่ที่จุดกึ่งกลางคาน



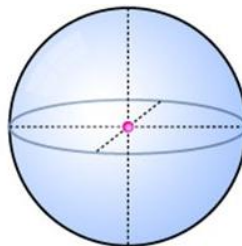
2. จุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอก อยู่ที่จุดกึ่งกลางของเส้นแกนกลางของทรงกระบอก



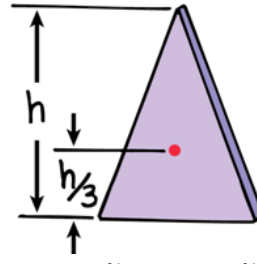
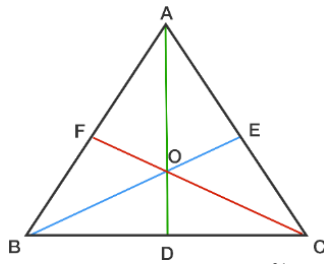
๓. จุดศูนย์กลางมวลของรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ อยู่ที่จุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมลูกบาศก์



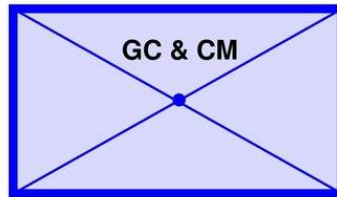
4. จุดศูนย์กลางมวลของทรงกลม อยู่ที่จุดกึ่งกลางของทรงกลม



5. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก อยู่จุดตัดของเส้นมัธยฐานทั้งสาม



6. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมุมฉาก อยู่จุดตัดของเส้นทแยงมุมทั้งสอง



7. จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นกลมมุมฉาก อยู่จุดศูนย์กลางของแผ่นกลม



9. จุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปกรวยกลมตัน อยู่ในแนวเส้นแกนของกรวยเป็นระยะ $\frac{1}{4}$ ของความสูงจากฐาน

