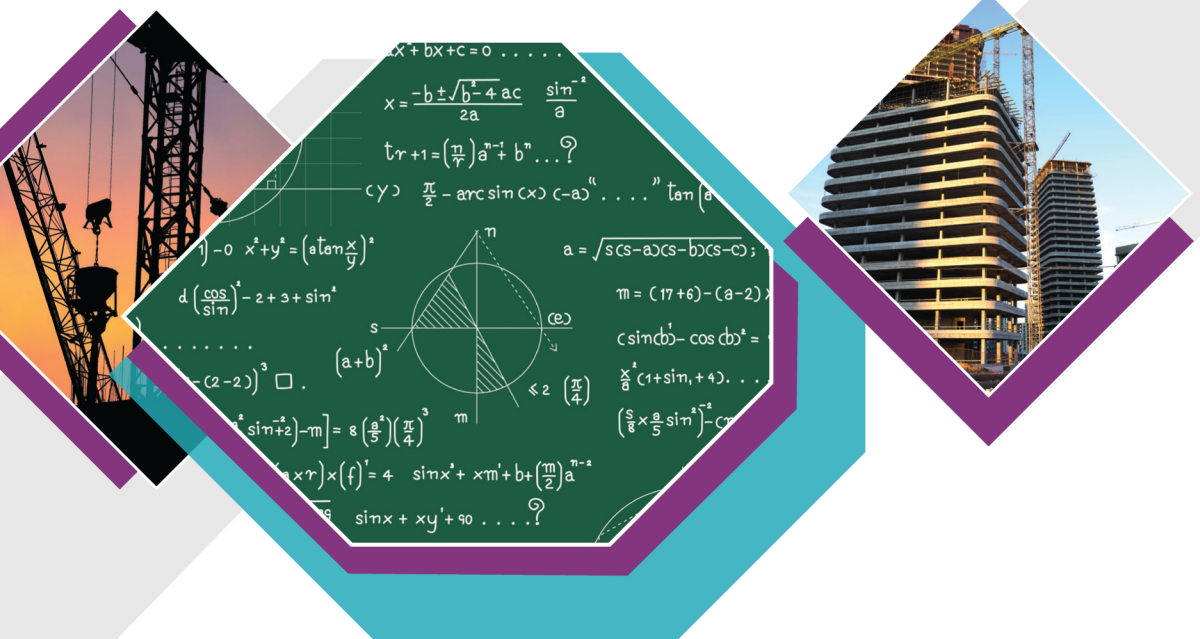


- ได้ผ่านการตรวจประเมินคุณภาพหนังสือเรียนอาชีวศึกษา
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2567
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2568 ประกาศลำดับที่ 308
- หนังสือเล่มนี้เรียบเรียงตามผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา
จุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2567

รหัสวิชา 20106-2030

คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง

Mathematics for Building Construction



ผู้แต่ง กรุณาพร รัตนภุพา

83.-

คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง

โดย กรุณาพร รัตนภูผา

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย โดย กรุณาพร รัตนภูผา © พ.ศ. 2568

ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ จัดพิมพ์ หรือกระทำการอื่นใด โดยวิธีการใดๆ ในรูปแบบใดๆ
ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ เพื่อเผยแพร่ในสื่อทุกประเภท หรือเพื่อวัตถุประสงค์ใดๆ
นอกจากจะได้รับอนุญาต

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

กรุณาพร รัตนภูผา.

คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง (20106-2030).-- กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น, 2568.
192 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ช่าง.

I. ชื่อเรื่อง.

513.1

Barcode (e-book) : 9786160854592

ผลิตและจัดจำหน่ายโดย



บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทรศัพท์ 0-2826-8000

[หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ comment@se-ed.com]

20106-2030 คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง**2-0-2****Mathematics for Building Construction****อ้างอิงมาตรฐาน**

-

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา

มีทักษะการคำนวณพื้นที่ ปริมาตร มาตรฐาน ร้อยละ แก่นสมการอย่างง่าย ตรีโกณมิติ แปลงหน่วยในงานก่อสร้าง

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. รู้และเข้าใจหลักการ บวก ลบ คูณ หหารเลขเศษส่วน คำนวณพื้นที่ ปริมาตร รูปทรงต่าง ๆ มาตรฐาน ร้อยละ การแก้สมการอย่างง่าย พื้นฐานตรีโกณมิติการแปลงหน่วยน้ำหนัก ปริมาตร ระยะพื้นที่ในงานก่อสร้าง
2. อธิบายวิธีการบวก ลบ คูณ หหารเลขเศษส่วน คำนวณพื้นที่ ปริมาตรรูปทรงต่าง ๆ มาตรฐาน ร้อยละ การแก้สมการอย่างง่าย พื้นฐานตรีโกณมิติ การแปลงหน่วยน้ำหนัก ปริมาตร ระยะ พื้นที่ในงานก่อสร้าง
3. มีเจตคติ ความละเอียดรอบคอบและมีจรรยาบรรณในการปฏิบัติงานอาชีพ
4. ประยุกต์ใช้หลักการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับช่างก่อสร้าง

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้หลักการทางคณิตศาสตร์สำหรับงานก่อสร้าง
2. คำนวณพื้นที่ ปริมาตร ระยะ มาตรฐาน ร้อยละ แปลงหน่วยน้ำหนัก แก่นสมการในงานก่อสร้าง
3. ประยุกต์ใช้หลักการคำนวณเพื่อใช้ในการปฏิบัติงานอาชีพช่างก่อสร้าง

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับหลักการ บวก ลบ คูณ หหาร เลขเศษส่วน คำนวณพื้นที่ ปริมาตร มาตรฐาน ร้อยละ การแก้สมการอย่างง่าย พื้นฐานตรีโกณมิติ การแปลงหน่วยน้ำหนัก ปริมาตร ระยะ พื้นที่ในงานก่อสร้าง

แผนการจัดการเรียนรู้

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง (Mathematics for Building Construction)

รหัสวิชา 20106-2030 จำนวน 2 หน่วยกิต 2 ชั่วโมง/สัปดาห์

บทเรียนที่	บทเรียนการเรียนรู้	จำนวนคาบ (ชม.)	
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ
1	พื้นฐานจำนวนจริง	6	-
2	เศษส่วนและทศนิยม	4	-
3	อัตราส่วน มาตรการส่วน และร้อยละ	4	-
4	การแก้สมการอย่างง่าย	6	-
5	พื้นฐานตรีโกณมิติ	6	-
6	การแปลงหน่วยน้ำหนัก	4	-
7	ระยะ พื้นที่ และปริมาตร	4	-
รวมชั่วโมงสอน		34	-
ประเมินผลปลายภาคเรียน		2	
รวมชั่วโมงต่อภาคเรียน		36	

ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์รายบทเรียน

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง 1 (2-0-2) รหัสวิชา 20106-2030

บทเรียนที่	จุดประสงค์รายบทเรียน	
	ความรู้ด้าน	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
1 พื้นฐาน จำนวนจริง	พุทธิพิสัย	1. อธิบายพื้นฐานจำนวนจริงได้
	พุทธิพิสัย	2. บอกสมบัติพื้นฐานของจำนวนจริงได้
	พุทธิพิสัย	3. บอกสมบัติการเปรียบเทียบในจำนวนเต็มได้
	พุทธิพิสัย	4. อธิบายวิธีการ บวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็มได้
	พุทธิพิสัย	5. บอกคุณสมบัติของหนึ่งและศูนย์ในจำนวนเต็มได้
	ทักษะพิสัย	6. คำนวณหาตัวประกอบได้
	ทักษะพิสัย	7. คำนวณหา ค.ร.น. ได้
	ทักษะพิสัย	8. คำนวณหา ห.ร.ม. ได้
	จิตพิสัย	9. เห็นความสำคัญของพื้นฐานจำนวนจริง
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	10. ประยุกต์ใช้หลักการพื้นฐานจำนวนจริงสำหรับงาน ก่อสร้างได้
2 เศษส่วนและ ทศนิยม	พุทธิพิสัย	1. อธิบายนิยามของเศษส่วนได้
	พุทธิพิสัย	2. อธิบายวิธีการแปลงเศษส่วนได้
	ทักษะพิสัย	3. บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนได้
	พุทธิพิสัย	4. บอกนิยามของทศนิยมได้
	พุทธิพิสัย	5. อธิบายวิธีการแปลงทศนิยมได้
	ทักษะพิสัย	6. บวก ลบ คูณ หารทศนิยมได้
	พุทธิพิสัย	7. บอกหลักการปัดทศนิยมได้
	จิตพิสัย	8. เห็นความสำคัญของเศษส่วนและทศนิยม
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	9. ประยุกต์การใช้หลักการของทศนิยมและเศษส่วน สำหรับงานก่อสร้างได้

ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์รายบทเรียน (ต่อ)

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง 1 (2-0-2) รหัสวิชา 20106-2030

บทเรียนที่	จุดประสงค์รายบทเรียน	
	ความรู้ด้าน	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
3 อัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละ	พุทธิพิสัย	1. บอกความหมายของอัตราส่วนได้
	ทักษะพิสัย	2. คำนวณอัตราส่วนได้
	ทักษะพิสัย	3. เปรียบเทียบอัตราส่วนได้
	ทักษะพิสัย	4. คำนวณอัตราส่วนต่อเนื่องได้
	พุทธิพิสัย	5. บอกความหมายของมาตราส่วนได้
	ทักษะพิสัย	6. คำนวณมาตราส่วนได้
	พุทธิพิสัย	7. บอกความหมายของร้อยละได้
	ทักษะพิสัย	8. คำนวณหาค่าร้อยละได้
	จิตพิสัย	9. เห็นความสำคัญของอัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละ
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	10. ประยุกต์ใช้หลักการของอัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละสำหรับงานก่อสร้างได้
4 การแก้ สมการ อย่างง่าย	พุทธิพิสัย	1. บอกความหมายของสมการได้
	พุทธิพิสัย	2. บอกองค์ประกอบหลักของสมการได้
	ทักษะพิสัย	3. เขียนประโยคสัญลักษณ์ของสมการได้
	พุทธิพิสัย	4. บอกชนิดของสมการได้
	พุทธิพิสัย	5. อธิบายหลักการแก้สมการเมื่อมีตัวไม่ทราบค่าได้
	ทักษะพิสัย	6. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
	ทักษะพิสัย	7. แก้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
	จิตพิสัย	8. เห็นความสำคัญของการแก้สมการ
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	9. ประยุกต์ใช้หลักการแก้สมการในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้างได้

ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์รายบทเรียน (ต่อ)

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง 1 (2-0-2) รหัสวิชา 20106-2030

บทเรียนที่	จุดประสงค์รายบทเรียน	
	ความรู้ด้าน	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
5 พื้นฐาน ตรีโกณมิติ	พุทธิพิสัย	1. บอกความหมายของตรีโกณมิติได้
	พุทธิพิสัย	2. อธิบายอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
	พุทธิพิสัย	3. อธิบายทฤษฎีพีทาโกรัสได้
	พุทธิพิสัย	4. อธิบายความสัมพันธ์ของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
	พุทธิพิสัย	5. อธิบายฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมได้
	ทักษะพิสัย	6. ใช้พื้นฐานตรีโกณมิติคำนวณแก้ปัญหาโจทย์ได้
	จิตพิสัย	7. เห็นความสำคัญของพื้นฐานตรีโกณมิติ
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	8. ประยุกต์ใช้พื้นฐานตรีโกณมิติในการคำนวณสำหรับงาน ก่อสร้างได้
6 การแปลง หน่วยน้ำหนัก	พุทธิพิสัย	1. บอกหน่วยการวัดน้ำหนักได้
	พุทธิพิสัย	2. อธิบายหลักการแปลงหน่วยน้ำหนักภายในระบบได้
	พุทธิพิสัย	3. อธิบายหลักการหน่วยน้ำหนักข้ามระบบเมตริกและ อังกฤษได้
	ทักษะพิสัย	4. แปลงหน่วยการวัดน้ำหนักได้
	พุทธิพิสัย	5. บอกหน่วยการวัดปริมาตรได้
	พุทธิพิสัย	6. อธิบายหลักการแปลงหน่วยการวัดปริมาตรได้
	ทักษะพิสัย	7. แปลงหน่วยการวัดปริมาตรได้
	จิตพิสัย	8. เห็นความสำคัญของการแปลงหน่วยน้ำหนัก
	ความสามารถ ประยุกต์ใช้	9. ประยุกต์ใช้หลักการแปลงหน่วยน้ำหนักในการคำนวณ สำหรับงานก่อสร้างได้

ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์รายบทเรียน (ต่อ)

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง 1 (2-0-2) รหัสวิชา 20106-2030

บทเรียนที่	จุดประสงค์รายบทเรียน	
	ความรู้ด้าน	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
7 ระยะ พื้นที่ และปริมาตร	พุทธิพิสัย	1. บอกความหมายของระยะได้
	พุทธิพิสัย	2. บอกหน่วยการวัดระยะได้
	พุทธิพิสัย	3. บอกความหมายของพื้นที่ได้
	พุทธิพิสัย	4. บอกหน่วยการวัดพื้นที่ได้
	ทักษะพิสัย	5. คำนวณหาพื้นที่ของรูปทรงพื้นฐานได้
	พุทธิพิสัย	6. บอกความหมายของปริมาตรได้
	พุทธิพิสัย	7. บอกหน่วยวัดปริมาตรได้
	ทักษะพิสัย	8. คำนวณหาปริมาตรของรูปทรงพื้นฐานได้
	จิตพิสัย	9. เห็นความสำคัญของระยะ พื้นที่ และปริมาตร
	ความสามารถประยุกต์ใช้	10. การประยุกต์ใช้ระยะ พื้นที่ และปริมาตรในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้างได้

คำนำ

หนังสือ **คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง รหัสวิชา 20106-2030** เล่มนี้ เรียบเรียงขึ้นตามผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา จุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชาตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2567 ประเภทวิชาอุตสาหกรรม กลุ่มอาชีพอุตสาหกรรมก่อสร้าง สาขาวิชาช่างก่อสร้าง ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

ผู้เขียนได้เรียบเรียงเนื้อหาวิชาแต่ละบทเรียนจากเอกสารตำราและสื่อการสอนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง โดยเน้นการนำหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการคำนวณด้านต่าง ๆ ในงานวิชาชีพก่อสร้างและโยธา ทุกบทเรียนภายในหนังสือเล่มนี้มีตัวอย่างประกอบที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และสามารถพัฒนาทักษะในวิชาชีพ พร้อมทั้งแบบฝึกหัดให้ฝึกฝนทักษะทำยบทเรียน รวมถึงแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ขอขอบคุณคุณธีรวัต แจ่มแจ้ง ที่มีส่วนช่วยในการเรียบเรียงหนังสือเล่มนี้ ขอขอบคุณคณะครูแผนกวิชาช่างก่อสร้าง วิทยาลัยเทคนิคจันทบุรี และผู้เกี่ยวข้องทุกท่านที่มีส่วนช่วยให้การจัดทำหนังสือเล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่นักเรียน นักศึกษา เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน และช่วยอำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอนในสาขาวิชาช่างก่อสร้างและโยธา ตลอดจนผู้สนใจทั่วไป หากมีข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ใด ๆ ผู้เขียนขอน้อมรับเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขด้วยความขอบคุณยิ่ง

กรุณาพร รัตนภุผา

อีเมล: r.karunaporn@gmail.com

ดาวน์โหลดแผนการสอนและเฉลยได้ที่

<https://download.se-ed.com>



สารบัญ

บทเรียนที่ 1: พื้นฐานจำนวนจริง	1
แบบทดสอบก่อนเรียน	2
สาระสำคัญ	4
1.1 พื้นฐานจำนวนจริง	4
1.2 สมบัติพื้นฐานของระบบจำนวนเต็ม	5
1.3 สมบัติการเปรียบเทียบในจำนวนเต็ม	7
1.4 การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม	7
1.5 สมบัติของหนึ่งและศูนย์ในจำนวนเต็ม	9
1.6 ตัวประกอบของจำนวนนับ	11
1.7 คูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)	14
1.8 หารร่วมมาก (ห.ร.ม.)	21
สรุป	26
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 1	27
แบบทดสอบหลังเรียน	31
 บทเรียนที่ 2: เศษส่วนและทศนิยม.....	33
แบบทดสอบก่อนเรียน	34
สาระสำคัญ	36
2.1 นิยามของเศษส่วน	36
2.2 การแปลงเศษส่วน	37
2.3 การบวก ลบ คูณ และหารเศษส่วน	39
2.4 นิยามของทศนิยม	47

2.5 การแปลงทศนิยม	48
2.6 การบวก ลบ คูณ และหารทศนิยม	49
2.7 การประยุกต์ใช้ทศนิยมและเศษส่วนสำหรับงานก่อสร้าง	50
สรุป	55
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 2	56
แบบทดสอบหลังเรียน	59

บทเรียนที่ 3: อัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละ 61

แบบทดสอบก่อนเรียน	62
สาระสำคัญ	64
3.1 อัตราส่วน	64
3.2 อัตราส่วนที่เท่ากัน	65
3.3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน	66
3.4 อัตราส่วนต่อเนื่อง	68
3.5 มาตราส่วน	70
3.6 ร้อยละ	74
3.7 การประยุกต์ใช้อัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละสำหรับงานก่อสร้าง	75
สรุป	77
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 3	78
แบบทดสอบหลังเรียน	81

บทเรียนที่ 4: การแก้สมการอย่างง่าย..... 83

แบบทดสอบก่อนเรียน	84
สาระสำคัญ	86
4.1 ความหมายของสมการ	86
4.2 องค์ประกอบหลักของสมการ	86
4.3 ประโยคสัญลักษณ์ของสมการ	86
4.4 ชนิดของสมการ	87
4.5 หลักการแก้สมการเมื่อมีตัวไม่ทราบค่า	87

4.6 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	88
4.7 การแก้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	91
4.8 ประยุกต์ใช้หลักการแก้สมการในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้าง	96
สรุป	103
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 4	104
แบบทดสอบหลังเรียน	107

บทเรียนที่ 5: พื้นฐานตรีโกณมิติ 109

แบบทดสอบก่อนเรียน.....	110
สาระสำคัญ	112
5.1 ความหมายของตรีโกณมิติ.....	112
5.2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	112
5.3 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	114
5.4 ความสัมพันธ์ของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....	114
5.5 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม	120
5.6 การประยุกต์ใช้พื้นฐานตรีโกณมิติในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้าง.....	124
สรุป	129
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 5	130
แบบทดสอบหลังเรียน	133

บทเรียนที่ 6: การแปลงหน่วยน้ำหนัก..... 135

แบบทดสอบก่อนเรียน.....	136
สาระสำคัญ	138
6.1 หน่วยการวัดน้ำหนัก.....	138
6.2 การแปลงหน่วยน้ำหนักภายในระบบ	138
6.3 การแปลงหน่วยน้ำหนักข้ามระบบเมตริกและอังกฤษ.....	141
6.4 หน่วยการวัดปริมาตร	142
6.5 การแปลงหน่วยการวัดปริมาตร.....	143
6.6 การประยุกต์ใช้หลักการแปลงหน่วยน้ำหนักในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้าง.....	144

สรุป	147
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 6	148
แบบทดสอบหลังเรียน	150

บทเรียนที่ 7: ระยะ พื้นที่ และปริมาตร..... 153

แบบทดสอบก่อนเรียน.....	154
สาระสำคัญ	156
7.1 ความหมายของระยะ	156
7.2 หน่วยการวัดระยะ	156
7.3 ความหมายของพื้นที่	157
7.4 หน่วยการวัดพื้นที่	157
7.5 การคำนวณพื้นที่ของรูปทรงพื้นฐาน.....	158
7.6 ความหมายของปริมาตร	163
7.7 หน่วยวัดปริมาตร	163
7.8 การคำนวณหาปริมาตรของรูปทรงพื้นฐาน.....	164
7.9 การประยุกต์ใช้ระยะ พื้นที่ และปริมาตรในการคำนวณสำหรับงานก่อสร้าง.....	167
สรุป	172
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 7	173
แบบทดสอบหลังเรียนบทเรียนที่ 7	176

บรรณานุกรม 178

บทเรียนที่ 1

พื้นฐานจำนวนจริง

.....

สาระการเรียนรู้

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1.1 พื้นฐานจำนวนจริง | 1.5 สมบัติของหนึ่งและศูนย์ในจำนวนเต็ม |
| 1.2 สมบัติพื้นฐานของจำนวนจริง | 1.6 ตัวประกอบของจำนวนนับ |
| 1.3 สมบัติการเปรียบเทียบในจำนวนเต็ม | 1.7 คูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) |
| 1.4 การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม | 1.8 หารร่วมมาก (ห.ร.ม.) |

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับบทเรียน

ประมวลความรู้เกี่ยวกับพื้นฐานจำนวนจริง การบวก ลบ คูณ หาร การหาตัวประกอบ คำนวณหา ค.ร.น. และ ห.ร.ม. เพื่อประยุกต์ใช้ในการคำนวณและวิเคราะห์ปัญหาสำหรับงานก่อสร้างได้อย่างถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายพื้นฐานจำนวนจริงได้
2. บอกสมบัติพื้นฐานของจำนวนจริงได้
3. บอกสมบัติการเปรียบเทียบในจำนวนเต็มได้
4. อธิบายวิธีการ บวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็มได้
5. บอกคุณสมบัติของหนึ่งและศูนย์ในจำนวนเต็มได้
6. คำนวณหาตัวประกอบได้
7. คำนวณหา ค.ร.น. ได้
8. คำนวณหา ห.ร.ม. ได้
9. เห็นความสำคัญของพื้นฐานจำนวนจริง
10. ประยุกต์ใช้หลักการพื้นฐานจำนวนจริงสำหรับงานก่อสร้างได้

สมรรถนะประจำบทเรียน

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับหลักการพื้นฐานจำนวนจริง
2. วิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามหลักการพื้นฐานจำนวนจริง
3. ประยุกต์ใช้หลักการพื้นฐานจำนวนจริงสำหรับงานก่อสร้าง

แบบทดสอบก่อนเรียน

คำสั่ง: จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- ข้อใดคือ “จำนวนตรรกยะ” ในระบบจำนวนจริง

ก. -4	ข. $-16 \div 4 = -4$
ค. $\frac{1}{2}$	ง. $\sqrt{2}$
- ข้อใดตรงกับสมบัติพื้นฐานการสลับที่ของจำนวนจริง

ก. $1 + (-1) = 0$	ข. $1 + 2 = 2 + 1 = 3$
ค. $(-7) \times (-9) = 63$	ง. $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$
- ผลลัพธ์ของ $5 - (-3)$ คือข้อใด

ก. 2	ข. 8
ค. -2	ง. -8
- สมบัติการคูณของจำนวนเต็ม 0 คือข้อใด

ก. ศูนย์ไม่เกี่ยวข้องกับการคูณ	ข. ศูนย์คูณกับจำนวนใดก็ได้ศูนย์
ค. ศูนย์คูณกับจำนวนใดก็ได้ตัวเดิม	ง. ศูนย์หารด้วยจำนวนใดๆ ได้ค่าบวก
- ความสัมพันธ์ของจำนวนเต็ม $a = b$ และ $a < b$ คือสมบัติใดของจำนวนเต็ม

ก. สมบัติอินเวอร์ส	ข. สมบัติการสลับที่
ค. สมบัติเอกลักษณ์	ง. สมบัติการเปรียบเทียบ
- ข้อใดคือความหมายของ “พหุคูณ”

ก. หนึ่งคูณกับจำนวนใดๆ จะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม
ข. จำนวนนับที่สามารถนำไปหารจำนวนนับใดๆ ได้ลงตัว
ค. จำนวนนับที่ไม่มีเศษส่วนและทศนิยมรวมอยู่ในจำนวนนั้น
ง. จำนวนนับที่นำมาคูณกับจำนวนนับใดๆ แล้วได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์
- ตัวประกอบของ 21 คือข้อใด

ก. 1, 3, 5, 15	ข. 1, 3, 7, 21
ค. 1, 5, 7, 35	ง. 1, 3, 5, 9, 15, 45

8. กุณรวมน้อย (ค.ร.น.) ของ 12 และ 18 คือข้อใด
- ก. 24 ข. 36
ค. 48 ง. 60
9. หารวมมาก (ห.ร.ม.) ของ 20 และ 30 คือข้อใด
- ก. 5 ข. 10
ค. 15 ง. 20
10. ต้องการตัดท่อยาว 60 ม. และเหล็กยาว 45 ม. ให้ได้ท่อนที่มีความยาวเท่ากันและยาวที่สุด จะตัดวัสดุทั้งสองได้ความยาวกี่เมตร
- ก. 15 ข. 20
ค. 25 ง. 30

สาระสำคัญ

จำนวนจริง (Real Numbers) คือจำนวนที่สามารถแสดงบนเส้นจำนวนได้ โดยรวมถึงจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญของการคำนวณในงานก่อสร้าง เนื่องจากช่วยให้สามารถแสดงค่าที่แม่นยำและทำการคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะเป็นตัวเลขที่ใช้ในการวัดและคำนวณสิ่งต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์ จำนวนจริงครอบคลุมทุกตัวเลขที่ใช้ในชีวิตประจำวันและในงานวิชาการ ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้สำหรับการคำนวณในงานก่อสร้าง

1.1 พื้นฐานจำนวนจริง

จำนวนจริง (Real Numbers) เป็นเซตของตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณและอธิบายปริมาณต่างๆ ในชีวิตประจำวัน รวมถึงในวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยจำนวนจริงครอบคลุมทั้งจำนวนที่เป็นจำนวนเต็ม เศษส่วน และตัวเลขที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ จำนวนจริงสามารถแบ่งออกได้เป็นประเภทดังนี้

1. จำนวนเต็ม (Integers)

คือจำนวนที่ไม่มีทศนิยมหรือเศษส่วนปรากฏอยู่ในจำนวนนั้นๆ จำนวนเต็มแบ่งออกเป็น

1. จำนวนเต็มบวก
2. จำนวนเต็มศูนย์หรือศูนย์
3. จำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างเช่น ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...

2. จำนวนตรรกยะ (Rational Numbers)

คือจำนวนที่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ ได้ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

ตัวอย่างเช่น $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 0.75, -2.5$

3. จำนวนอตรรกยะ (Irrational Numbers)

คือจำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มหรือทศนิยมซ้ำได้

ตัวอย่างเช่น $\sqrt{2}, \pi, e$

4. จำนวนจริงบวกและจำนวนจริงลบ

จำนวนจริงบวก คือตัวเลขที่มากกว่าศูนย์ (> 0)

ตัวอย่างเช่น 1, 2, 3, 4, 5, $\frac{6}{6}, \frac{12}{6}$

จำนวนจริงลบ คือตัวเลขที่น้อยกว่าศูนย์ (< 0)

ตัวอย่างเช่น $-1, -2, -3, -4, -5, -\frac{6}{6}, -\frac{12}{6}$

จำนวนศูนย์ คือจำนวนจริงที่ไม่มีทั้งบวกและลบ

ตัวอย่างเช่น $0, \frac{0}{6}$

1.2 สมบัติพื้นฐานของระบบจำนวนเต็ม

ระบบจำนวนเต็มมีสมบัติสำคัญเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สมบัติการปิด (Closure Property)

ใช้สำหรับบวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม ผลรวมหรือผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวน ยังคงเป็นจำนวนเต็มเสมอ สมบัติการปิดแบ่งออกเป็น

1. สมบัติการปิดของจำนวนเต็มภายใต้การบวก: ผลรวมของจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ จะต้องเป็นจำนวนเต็มเสมอ กล่าวคือ ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ $a + b$ จะเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างเช่น:
$$\begin{aligned} (-8) + 10 &= 4 \\ 12 + 8 &= 20 \end{aligned}$$

2. สมบัติการปิดของจำนวนเต็มภายใต้การลบ: ความแตกต่างระหว่างจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ จะต้องเป็นจำนวนเต็มเสมอ กล่าวคือถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ $a - b$ จะเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างเช่น:
$$\begin{aligned} 18 - 7 &= 11 \\ -9 - (-6) &= -3 \end{aligned}$$

3. สมบัติการปิดของจำนวนเต็มภายใต้การคูณ: ผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ จะเป็นจำนวนเต็ม กล่าวคือถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มสองจำนวนใดๆ ab จะเป็นจำนวนเต็มเช่นกัน

ตัวอย่างเช่น:
$$\begin{aligned} 3 \times (-6) &= -18 \\ (-5) \times (-8) &= 40 \end{aligned}$$

4. สมบัติการปิดของจำนวนเต็มภายใต้การหาร: การหารจำนวนเต็มไม่เป็นไปตามคุณสมบัติการปิด เนื่องจากผลหารของจำนวนเต็ม a และ b ใดๆ อาจเป็นจำนวนเต็มหรือไม่ก็ได้ บางครั้งผลหารอาจไม่ถูกกำหนด (เมื่อตัวหารเป็น 0)

ตัวอย่างเช่น:
$$\begin{aligned} -18 \div 3 &= 6 \text{ (จำนวนเต็ม)} \\ (-4) \div (-16) &= \frac{1}{4} \text{ (ไม่ใช่จำนวนเต็ม)} \end{aligned}$$

2. สมบัติการสลับที่ (Commutative Property)

คือการเปลี่ยนลำดับของตัวเลข โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์สุดท้ายเปลี่ยนแปลง

1. การสลับที่ของการบวก: เมื่อบวกจำนวนเต็มสองจำนวน คำตอบจะคงเดิมแม้ว่าตำแหน่งของตัวเลขจะเปลี่ยนไปก็ตาม ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ดังนั้น $a + b = b + a$

ตัวอย่างเช่น:

$$1 + 2 = 2 + 1 = 3$$

$$3 + 8 = 8 + 3 = 11$$

$$12 + 5 = 5 + 12 = 17$$

2. การสลับที่ของการคูณ: เมื่อคูณจำนวนเต็มสองจำนวน คำตอบที่ได้หลังจากการคูณจะคงเดิม ถึงแม้ว่าตำแหน่งของจำนวนเต็มจะสลับกันก็ตาม ดังนั้น $a \times b = b \times a$

ตัวอย่างเช่น:

$$1 \times 2 = 2 \times 1 = 2$$

$$3 \times 8 = 8 \times 3 = 24$$

$$12 \times 5 = 5 \times 12 = 60$$

3. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม (Associative Property)

คือไม่ว่าจะจัดกลุ่มอย่างไร ผลลัพธ์จะยังคงเหมือนเดิม สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มใช้ได้กับการบวกและการคูณเท่านั้น

1. การเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก หมายความว่า ไม่ว่าจะบวก a กับ b ก่อน แล้วจึงบวก c หรือบวก b กับ c ก่อน แล้วจึงบวก a ผลลัพธ์จะเท่ากัน ดังนั้น $(a + b) + c = a + (b + c)$

ตัวอย่างเช่น: $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$ คำตอบ = 9

2. การเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ: ไม่ว่าจะคูณ a กับ b ก่อน แล้วจึงคูณ c หรือคูณ b กับ c ก่อน แล้วจึงคูณ a ผลลัพธ์จะเท่ากัน ดังนั้น $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

ตัวอย่างเช่น: $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$ คำตอบ = 60

4. สมบัติเอกลักษณ์ (Identity Property)

คือไม่ว่าจะนำจำนวนจริงใดมาบวกหรือคูณกับเอกลักษณ์ จะได้ค่าเดิม สมบัติเอกลักษณ์แบ่งออกเป็น

1. เอกลักษณ์ของการบวก: เมื่อบวก 0 กับจำนวนใดๆ ผลลัพธ์จะเท่ากับจำนวนนั้น ดังนั้น $a + 0 = a$

ตัวอย่างเช่น: $8 + 0 = 8$

2. เอกลักษณ์ของการคูณ: เมื่อคูณ 1 กับจำนวนใดๆ ผลลัพธ์จะเท่ากับจำนวนนั้น ดังนั้น $a \times 1 = a$

ตัวอย่างเช่น: $6 \times 1 = 6$

5. สมบัติอินเวอร์ส (Inverse Property)

คือจำนวนที่เมื่อนำมาบวกกับจำนวนจริงใดๆ แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 0 สมบัติอินเวอร์สแบ่งออกเป็น

1. การบวก: คือจำนวนที่เมื่อนำมาบวกกับจำนวนจริงใดๆ แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 0 ดังนั้น $a + (-a) = 0$

ตัวอย่างเช่น: $1 + (-1) = 0$

2. การคูณ: คือจำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนจริงใดๆ แล้วได้ 1 จำนวนเต็ม -1 เป็นตัวกลับ ดังนั้น $a \times (-1) = -a$

ตัวอย่างเช่น: $1 \times (-1) = -1$

1.3 สมบัติการเปรียบเทียบในจำนวนเต็ม

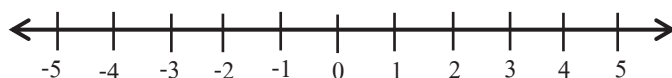
จำนวนเต็มสามารถจัดลำดับได้จากค่าที่เล็กที่สุดไปมากที่สุด เป็นกฎหรือคุณสมบัติที่ใช้ในการเปรียบเทียบจำนวนจริงสองจำนวนหรือมากกว่า โดยมีสมบัติสำคัญดังนี้

1. สมบัติการเปรียบเทียบ (Comparison Property)

ทุกจำนวนเต็ม a และ b จะมีความสัมพันธ์เพียงหนึ่งในสาม: $a = b$, $a < b$ หรือ $a > b$

2. เส้นจำนวน (Number Line)

จำนวนเต็มสามารถแสดงตำแหน่งบนเส้นจำนวน โดยศูนย์เป็นจุดกลาง จำนวนเต็มบวกอยู่ทางขวา และจำนวนเต็มลบอยู่ทางซ้าย



รูปที่ 1.1 เส้นจำนวน

1.4 การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม

ในระบบจำนวนเต็มการดำเนินการทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร มีหลักการและสมบัติที่สำคัญดังนี้:

1. การบวกจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็มสามารถทำได้โดยใช้กฎของเครื่องหมายและลำดับของตัวเลข ดังนี้:

1. จำนวนเต็มบวก + จำนวนเต็มบวก: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างเช่น: $3 + 5 = 8$

2. จำนวนเต็มลบ + จำนวนเต็มลบ: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างเช่น: $(-4) + (-6) = -10$

3. จำนวนเต็มบวก + จำนวนเต็มลบ: ให้ลบค่าตัวเลขออกจากกัน และผลลัพธ์มีเครื่องหมายของจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ตัวอย่างเช่น: $7 + (-3) = 4$

$(-5) + 8 = 3$

2. การลบจำนวนเต็ม

การลบจำนวนเต็มสามารถเปลี่ยนเป็นการบวกได้โดยการเปลี่ยนเครื่องหมายของจำนวนที่ถูกลบ ดังนั้น $a - b = a + (-b)$

ตัวอย่างเช่น: $5 - 3 = 5 + (-3) = 2$

$(-7) - (-4) = -7 + 4 = -3$

3. การคูณจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็มเป็นการบวกตัวเลขเดียวกันซ้ำหลายครั้ง โดยมีหลักการดังนี้

1. จำนวนเต็มบวก $\times$ จำนวนเต็มบวก: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างเช่น: $3 \times 4 = 12$

2. จำนวนเต็มลบ $\times$ จำนวนเต็มลบ: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างเช่น: $(-3) \times (-4) = 12$

3. จำนวนเต็มบวก $\times$ จำนวนเต็มลบ หรือ จำนวนเต็มลบ $\times$ จำนวนเต็มบวก: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างเช่น: $3 \times (-4) = -12$

$(-5) \times 6 = -30$

4. กฎเครื่องหมายสำหรับการคูณ มีหลักการคือ

บวก $\times$ บวก = บวก

ลบ $\times$ ลบ = บวก

บวก $\times$ ลบ = ลบ

ลบ $\times$ บวก = ลบ

4. การหารจำนวนเต็ม

การหารจำนวนเต็มคือการแบ่งตัวเลขออกเป็นส่วนเท่าๆ กัน โดยมีหลักการคล้ายกับการคูณ

1. จำนวนเต็มบวก ÷ จำนวนเต็มบวก: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างเช่น: $12 \div 3 = 4$

2. จำนวนเต็มลบ ÷ จำนวนเต็มลบ: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างเช่น: $(-12) \div (-3) = 4$

3. จำนวนเต็มบวก ÷ จำนวนเต็มลบ หรือ จำนวนเต็มลบ ÷ จำนวนเต็มบวก: ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างเช่น: $12 \div (-3) = -4$

$(-12) \div (-3) = 4$

4. กฎเครื่องหมายสำหรับการหาร มีหลักการคือ

บวก ÷ บวก = บวก เช่น $5 \div 5 = 1$, $10 \div 2 = 5$

ลบ ÷ ลบ = บวก เช่น $-5 \div (-5) = 1$, $-10 \div -2 = 5$

บวก ÷ ลบ = ลบ เช่น $5 \div (-5) = -1$, $10 \div (-2) = -5$

ลบ ÷ บวก = ลบ เช่น $-5 \div 5 = -1$, $-10 \div 2 = -5$

1.5 สมบัติของหนึ่งและศูนย์ในจำนวนเต็ม

ในระบบจำนวนเต็ม (Z) เลข หนึ่ง (1) และ ศูนย์ (0) มีสมบัติพิเศษที่มีผลต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทั้งการบวก การลบ การคูณ และการหาร โดยสมบัติของทั้งสองค่ามีดังนี้

1. สมบัติของศูนย์ (0)

ศูนย์ (0) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในคณิตศาสตร์ โดยมีสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการต่างๆ ดังนี้

1. ศูนย์ (0) เป็นเอกลักษณ์สำหรับการบวก

การบวกศูนย์ (0) กับจำนวนใดๆ จะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม: $a + 0 = a$ และ $0 + a = a$

ตัวอย่างเช่น: $5 + 0 = 5$

$(-7) + 0 = -7$

2. การลบศูนย์ (0) ไม่เปลี่ยนค่า

การลบศูนย์ (0) จากจำนวนใดๆ จะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม: $a - 0 = a$

ตัวอย่างเช่น: $9 - 0 = 9$
 $(-12) - 0 = -12$

3. ศูนย์ (0) เป็นตัวทำลายสำหรับการคูณ:

การคูณศูนย์ (0) กับจำนวนใดๆ จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์เสมอ: $a \times 0 = 0$ และ $0 \times a = 0$

ตัวอย่างเช่น: $7 \times 0 = 0$
 $(-5) \times 0 = 0$

4. การหารศูนย์ (0) ด้วยจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์จะได้ผลหารเท่ากับศูนย์ (0) ในทางคณิตศาสตร์จะไม่ใช้ 0 เป็นตัวหาร นั่นคือไม่สามารถหารจำนวนใดๆ ด้วยศูนย์ (0) ได้ เนื่องจากจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดในทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ ถ้า a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0

ดังนั้น $\frac{0}{0} = 0$

ตัวอย่างเช่น: $\frac{0}{25} = 0$, $\frac{0}{10} = 0$

2. สมบัติของหนึ่ง (1)

หนึ่ง (1) เป็นเลขที่มีความสำคัญในระบบจำนวนเต็ม เพราะเป็นตัวแทนของเอกลักษณ์การคูณและมีสมบัติที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หนึ่ง (1) เป็นเอกลักษณ์สำหรับการคูณ

การคูณหนึ่ง (1) กับจำนวนใดๆ จะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม: $a \times 1 = a$ และ $1 \times a = a$

ตัวอย่างเช่น: $6 \times 1 = 6$
 $(-4) \times 1 = -4$

2. การยกกำลังหนึ่งให้ค่าตัวเลขเดิม

การยกกำลังหนึ่งของจำนวนใดๆ จะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม: $a^1 = a$

ตัวอย่างเช่น: $3^1 = 3$
 $(-8)^1 = -8$

3. หนึ่ง (1) เป็นเอกลักษณ์สำหรับการหาร

การหารจำนวนใดๆ ด้วยหนึ่งจะได้ค่าจำนวนนั้นเหมือนเดิม: $\frac{a}{1} = a$

ตัวอย่างเช่น: $\frac{9}{1} = 9$
 $\frac{-15}{1} = -15$

4. หนึ่ง (1) ในฐานะตัวประกอบของจำนวนใดๆ

หนึ่ง (1) สามารถหารจำนวนเต็มใดๆ ได้โดยไม่มีเศษเสมอ: $a \div 1 = a$

3. ความสัมพันธ์ระหว่างหนึ่งและศูนย์

1. ศูนย์และหนึ่งมีความสัมพันธ์ในรูปแบบการคูณและการบวก เช่น
ศูนย์คูณหนึ่งยังคงเป็นศูนย์: $0 \times 1 = 0$
ศูนย์บวกหนึ่งให้ค่าเท่ากับหนึ่ง: $0 + 1 = 1$
2. การคำนวณวัตถุที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (จำนวนเพิ่ม = 0) เช่น
จำนวนเหล็กที่มี 100 ชิ้น จำนวนรวม = $100 + 0 = 100$
3. การนำค่าคงที่ใดๆ คูณด้วยหนึ่งเพื่อคงจำนวนเดิม เช่น
หากมีไม้จำนวน 50 ชิ้น และไม่ได้ต้องการเพิ่มหรือลด จำนวนไม้ = $50 \times 1 = 50$

1.6 ตัวประกอบของจำนวนนับ

ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือจำนวนนับที่สามารถหารจำนวนนั้นได้ลงตัวโดยไม่มีเศษเหลือ เช่น a เป็นตัวประกอบของ b ก็ต่อเมื่อ b หารด้วย a ลงตัว หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ a หาร b ลงตัว หากพิจารณาถึงตัวประกอบของ 20 ย่อมหมายถึงจำนวนนับที่นำไปหาร 20 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20

1. สมบัติของตัวประกอบ

1. ทุกจำนวนเต็มบวกมีตัวประกอบอย่างน้อยสองตัวคือ 1 และตัวมันเอง
ตัวอย่างเช่น: ตัวประกอบของ 10 คือ 1 และ 10
2. จำนวนเฉพาะมีตัวประกอบเพียงสองตัว จำนวนเฉพาะคือ จำนวนที่มีตัวประกอบเพียง 1 และตัวมันเอง
ตัวอย่างเช่น: ตัวประกอบของ 2 คือ 1 และ 2
ตัวประกอบของ 7 คือ 1 และ 7
3. จำนวนเฉพาะ คือจำนวนที่มีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และตัวมันเอง
ตัวอย่างเช่น: 2, 3, 5, 7, 11
4. จำนวนประกอบ คือจำนวนที่มีตัวประกอบมากกว่าสองตัว
ตัวอย่างเช่น: 4 (ตัวประกอบคือ 1, 2, 4)
6 (ตัวประกอบคือ 1, 2, 3, 6)
5. ตัวประกอบร่วมของสองจำนวนหรือมากกว่าคือตัวประกอบที่ปรากฏในทั้งสองจำนวน
ตัวอย่างเช่น: ตัวประกอบร่วมของ 8 และ 12 คือ 1, 2, 4
6. ตัวประกอบเฉพาะ คือตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ
ตัวอย่างเช่น: ตัวประกอบเฉพาะของ 12 คือ 2 และ 3

7. ศูนย์ไม่มีตัวประกอบ เนื่องจากไม่สามารถหารด้วยจำนวนใดๆ แล้วให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม

8. หนึ่งมีตัวประกอบเพียงตัวเดียวคือตัวมันเอง เนื่องจากจำนวนนับที่นำมาหาร 1 แล้วลงตัวไม่มีเศษมีเพียงเลข 1 เท่านั้น

2. การหาตัวประกอบ

สามารถหาตัวประกอบได้ด้วยวิธีการต่อไปนี้:

1. การแยกตัวประกอบโดยการหาร (หารสั้น)

วิธีตั้งหาร โดยใช้จำนวนเฉพาะไปหารจำนวนนับที่เป็นตัวตั้งเรื่อยๆ จนไม่สามารถหารได้ เมื่อนำตัวหารทุกตัวมาคูณกันจะมีค่าเท่ากับจำนวนนับที่กำหนดให้ มีหลักการดังนี้

- 1.1 เริ่มจาก 1 เพราะทุกจำนวนนับมี 1 เป็นตัวประกอบ
- 1.2 หารจำนวนนั้นด้วยจำนวนเต็มบวกที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ (2, 3, 4, ...) จนถึงจำนวนนั่นเอง
- 1.3 ถ้าหารลงตัว (ไม่มีเศษเหลือ) แสดงว่าจำนวนที่นำมาหารเป็นตัวประกอบ
- 1.4 หยุดเมื่อตัวหารเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนนั้น เพราะตัวประกอบที่มากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนั้นคือตัวมันเอง

ตัวอย่างที่ 1.1 จงแยกตัวประกอบของ 12 โดยวิธีการหาร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 12 \div 1 &= 12 && (1 \text{ และ } 12 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 12 \div 2 &= 6 && (2 \text{ และ } 6 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 12 \div 3 &= 4 && (3 \text{ และ } 4 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 12 \div 4 &= 3 && (\text{ซ้ำกับที่แล้ว จึงหยุด})
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.2 จงแยกตัวประกอบของ 20 โดยวิธีการหาร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 20 \div 1 &= 20 && (1 \text{ และ } 20 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 20 \div 2 &= 10 && (2 \text{ และ } 10 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 20 \div 4 &= 5 && (4 \text{ และ } 5 \text{ เป็นตัวประกอบ}) \\
 20 \div 5 &= 4 && (\text{ซ้ำกับที่แล้ว จึงหยุด})
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ตัวประกอบของ 20 คือ 1, 2, 4, 5, 10, 20

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.3 จงแยกตัวประกอบของ 50 โดยวิธีการหาร**วิธีทำ**

$$50 \div 1 = 50 \quad (1 \text{ และ } 50 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$50 \div 2 = 25 \quad (2 \text{ และ } 25 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$50 \div 5 = 10 \quad (5 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$50 \div 10 = 5 \quad (\text{ซ้ำกับที่แล้ว จึงหยุด})$$

ดังนั้น ตัวประกอบของ 50 คือ 1, 2, 5, 10, 25, 50

ตอบ

2. การแยกตัวประกอบโดยการคูณ

วิธีการแยกตัวประกอบโดยการคูณหรือการเขียนแผนภาพ เริ่มโดยการแยกออกเป็นผลคูณที่ละสองจำนวน ในการแยกตัวประกอบ ของจำนวนนับที่มีตัวประกอบหลายๆ จำนวน อาจหาตัวประกอบที่ละสองตัวหลายๆ ชั้น จนขั้นสุดท้ายได้ตัวประกอบทุกตัวเป็นตัวประกอบเฉพาะ ขั้นตอนการแยกตัวประกอบโดยวิธีการคูณ มีดังนี้

2.1 เริ่มจาก 1 เพราะทุกจำนวนนับมี 1 เป็นตัวประกอบ

2.2 หาจำนวนที่คูณกับ 1 ได้จำนวนนับนั้น

2.3 เพิ่มจำนวนที่นำมาคูณขึ้นเรื่อยๆ และหาคู่ที่คูณกันได้จำนวนนับนั้น

ตัวอย่างที่ 1.4 จงแยกตัวประกอบของ 12 โดยวิธีการคูณ**วิธีทำ**

$$1 \times 12 = 12 \quad (1 \text{ และ } 12 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$2 \times 6 = 12 \quad (2 \text{ และ } 6 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$3 \times 4 = 12 \quad (3 \text{ และ } 4 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$4 \times 3 = 12 \quad (\text{ซ้ำกับที่แล้ว จึงหยุด})$$

ดังนั้น ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.5 จงแยกตัวประกอบของ 36 โดยวิธีการคูณ**วิธีทำ**

$$1 \times 36 = 36 \quad (1 \text{ และ } 36 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$2 \times 18 = 36 \quad (2 \text{ และ } 18 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$3 \times 12 = 36 \quad (3 \text{ และ } 12 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$4 \times 9 = 36 \quad (4 \text{ และ } 9 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$6 \times 6 = 36 \quad (6 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

$$9 \times 4 = 36 \quad \text{ซ้ำกับที่แล้ว จึงหยุด}$$

ดังนั้น ตัวประกอบของ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.6 จงแยกตัวประกอบของ 17 โดยวิธีการคูณ

วิธีทำ

$$1 \times 17 = 17 \quad (1 \text{ และ } 17 \text{ เป็นตัวประกอบ})$$

ไม่มีจำนวนนับอื่นที่คูณกันได้ 17

ดังนั้น ตัวประกอบของ 17 คือ 1, 17, (17 เป็นจำนวนเฉพาะ)

ตอบ

1.7 คูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

คูณร่วมน้อย (Least Common Multiple; LCM) หรือตัวคูณร่วมน้อย ของจำนวนเต็มสองจำนวน (หรือมากกว่า) หมายถึงจำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งสามารถนำจำนวนนับอย่างน้อยสองจำนวนนั้นไปหารได้ลงตัว วิธีการหา ค.ร.น. มี 3 วิธีคือ

1. วิธีการหาผลคูณร่วม (Common Multiples)

วิธีการหาผลคูณร่วม หรืออาจเรียกว่า “วิธีพิจารณาพหุคูณ (Multiple)” ซึ่งพหุคูณ หมายถึงจำนวนนับที่สามารถนำไปหารจำนวนนับใดๆ ได้ลงตัว เช่น พหุคูณของ 2 หมายถึงจำนวนนับที่นำ 2 ไปหารได้ลงตัว ได้แก่ 2, 4, 6, 8, 10, ... โดยการหาพหุคูณที่เหมือนกันและมีค่าน้อยที่สุด วิธีการหา ค.ร.น. โดยวิธีพิจารณาจากพหุคูณ เหมาะสำหรับจำนวนตัวเลขที่ไม่ใหญ่เกินไป มีขั้นตอนดังนี้

1. หาว่าจำนวนนับที่กำหนดมาให้เป็นพหุคูณ หรือเป็นตัวประกอบของจำนวนใดบ้างแล้ว เขียนพหุคูณ

2. หาตัวพหุคูณร่วมหรือจำนวนที่เหมือนกันของข้อ 1 มาเป็น ค.ร.น.

ตัวอย่างที่ 1.7 จงหา ค.ร.น. ของ 4 และ 6 โดยวิธีพิจารณาพหุคูณ

วิธีทำ

1. เขียนพหุคูณ

พหุคูณของ 4 คือ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48 ...

พหุคูณของ 6 คือ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ...

2. หาตัวพหุคูณร่วม (หา ค.ร.น.)

พหุคูณของ 4 และ 6 ที่เหมือนกันคือ 12

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 4 และ 6 คือ 12

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.8 จงหา ค.ร.น. ของ 15 และ 20 โดยวิธีพิจารณาพหุคูณ

วิธีทำ

1. เขียนพหุคูณ

พหุคูณของ 15 คือ 15, 30, 45, **60**, ...

พหุคูณของ 20 คือ 20, 40, **60**, ...

2. หาตัวพหุคูณร่วม (หา ค.ร.น.)

พหุคูณของ 15 และ 20 ที่เหมือนกันคือ 60

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 15 และ 20 คือ 60

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.9 จงหา ค.ร.น. ของ 30, 84, และ 90 โดยวิธีพิจารณาพหุคูณ

วิธีทำ

1. เขียนพหุคูณ

พหุคูณของ 30 คือ 30: 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 450, 480, 510, 540, 570, 600, 630, 660, 690, 720, 750, 780, 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990, 1020, 1050, 1080, 1110, 1140, 1170, 1200, 1230, **1260**, ...

พหุคูณของ 84 คือ 84, 168, 252, 336, 420, 504, 588, 672, 756, 840, 924, 1,008, 1,092, 1,176, **1,260**, ...

พหุคูณของ 90 คือ 90, 180, 270, 360, 450, 540, 630, 720, 810, 900, 990, 1,080, 1,170, **1,260**, ...

2. หาตัวพหุคูณร่วม (หา ค.ร.น.)

พหุคูณของ 30, 84, และ 90 ที่เหมือนกันคือ 1,260

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 30, 84, และ 90 คือ 1,260

ตอบ

2. วิธีการแยกตัวประกอบ (Prime Factorization)

เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและใช้ได้กับจำนวนที่ใหญ่ๆ โดยเราจะแยกตัวประกอบเฉพาะของแต่ละจำนวน แล้วนำตัวประกอบเฉพาะที่มีกำลังสูงสุดมาคูณกัน มีขั้นตอนดังนี้

1. แยกตัวประกอบเฉพาะ โดยการแยกตัวเลขทั้งหมดออกเป็นผลคูณของจำนวนเฉพาะ
2. เลือกตัวประกอบเฉพาะทั้งหมด โดยเลือกตัวประกอบที่เหมือนกันและต่างกัน จากตัวเลขที่จำนวนมากที่สุดของแต่ละตัว
3. เลือกกำลังสูงสุดของแต่ละตัวประกอบ
4. คูณตัวประกอบทั้งหมดเข้าด้วยกัน

คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง

Mathematics for Building Construction

หนังสือ คณิตศาสตร์สำหรับช่างก่อสร้าง รหัสวิชา 20106-2030 เล่มนี้ เรียบเรียงขึ้นตามผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา จุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2567 สาขาวิชาช่างก่อสร้าง สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา เนื้อหาวิชาภายในเล่มมีทั้งหมด 7 บทเรียน ประกอบด้วย พื้นฐานจำนวนจริง เศษส่วนและทศนิยม อัตราส่วน มาตราส่วน และร้อยละ การแก้สมการอย่างง่าย พื้นฐานตรีโกณมิติ การแปลงหน่วยน้ำหนัก และระยะ พื้นที่และปริมาตร พร้อมแบบฝึกหัด แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน ที่กำหนดให้ผู้เรียนสามารถแสดงวิธีทำได้ภายในเล่มเพื่ออำนวยความสะดวกให้ทั้งผู้เรียนและครูผู้สอน

ประวัติผู้เขียน



กฤษฎาพร รัตนภุพา

การศึกษา

- ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ. โยธา) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
- ประกาศนียบัตรวิชาชีพครูเทคนิคชั้นสูง (ปทส. โยธา) วิทยาลัยเทคนิคดุสิต
- ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส. ก่อสร้าง) วิทยาลัยเทคนิคจันทบุรี
- ประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช. ก่อสร้าง) วิทยาลัยเทคนิคปราจีนบุรี

การทำงาน

- ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งครู วิทยฐานะ ครูเชี่ยวชาญ วิทยาลัยเทคนิคจันทบุรี สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
- พ.ศ. 2540-2544 รับราชการตำแหน่งอาจารย์ 1 ระดับ 3 วิทยาลัยเทคนิคสระบุรี



หนังสือ	1 สี	จำนวน	178	หน้า
	2 สี	จำนวน		หน้า
	4 สี	จำนวน		หน้า
กระดาษ	ปอนด์			
ความหนา	กระดาษปก	230	แกรม	
	กระดาษเนื้อใน	70	แกรม	



www.se-ed.com



sbc.fans



SE-ED Publisher

พร้อมจำหน่ายในรูปแบบ

- | | |
|--|---|
| ☒ e-book (PDF) | ☐ audiobooks |
| ☐ e-book (EPUB) | ☐ audio CD / MP3 |
| ☒ ปกอ่อน | ☐ LARGE PRINT (ตัวอักษรขนาดใหญ่) |

ISBN 978-616-08-5459-2



คู่มือเรียน-สอบ/อาชีวศึกษา-
สาขาวิชาช่างก่อสร้าง