ดร.สิงห์ทอง บัวชุม

D.P.A., ปร.ด., รป.ด., รป.ม., นม., นบ.

สถาบัน THE BEST CENTER

2145/7 ซ.รามคำแหง 43/1 ถ.รามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทร.0-2318-6868, 0-2314-1492 โทรสาร 0-2718-6274

www.thebestcenter.com facebook.com/bestcentergroup

คุณภาพทางวิชาการต้องมาที่ 1

คู่มือเตรียมสอบ

นักอุตุนิยมวิทยาปฏิบัติการ

กรมอุตุนิยมวิทยา

ปี68

เจาะเนื้อหาและข้อสอบครบทุกเรื่องในเล่มเดียว

ความรู้ความสามารถที่ใช้เฉพาะตำแหน่ง

ประกอบด้วย (คะแนนเต็ม 200 คะแนน)

(1) ทดสอบความรู้พื้นฐานทางฟิสิกส์เกี่ยวกับเวกเตอร์ แรงและสมดุล จลศาสตร์ พลศาสตร์ งานและพลังงานกลศาสตร์ คลื่น เทอร์โมไดนามิกส์

(2) ทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ พีชคณิตเชิงเส้นและเมตริกซ์ แคลคูลัส เรขาคณิตวิเคราะห์ ความน่าจะเป็น และสถิติ

(3) ทดสอบความรู้เกี่ยวกับอุตุนิยมวิทยาเบื้องต้น

(4) ประมวลจริยธรรมข้าราชการพลเรือน

คู่มือสอบ
นักอุตุนิยมวิทยาปฏิบัติการ
กรมอุตุนิยมวิทยา

ราคา 290.-

คำนำ

ชุดพิชิตข้อสอบสำหรับการสอบตำแหน่งนักอุตุนิยมวิทยาปฏิบัติการ กรมอุตุนิยมวิทยา โดยทางสถาบัน **THE BEST CENTER** และฝ่ายวิชาการสถาบัน ได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อให้ผู้สมัครสอบใช้สำหรับเตรียมตัวสอบในการสอบแข่งขันฯ ในครั้งนี้

ทางสถาบัน THE BEST CENTER ได้เล็งเห็นความสำคัญจึงได้จัดทำหนังสือเล่มนี้ขึ้นมา เป็นการทั้งเนื้อหาและข้อสอบ พ.ร.บ. ที่กำหนดในการสอบพร้อมคำอธิบาย โดยได้รวบรวมขึ้นจากประสบการณ์ตรงของคณะทีมของสถาบัน THE BEST CENTER ที่มีประสบการณ์ มาจัดทำเป็นหนังสือชุดนี้ขึ้น เพื่อให้ผู้ที่สอบได้เตรียมตัวอ่านล่วงหน้า มีความพร้อมในการทำข้อสอบ

ท้ายนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบคุณทางสถาบัน THE BEST CENTER ที่ได้ให้การสนับสนุนและมีส่วนร่วมในการจัดทำต้นฉบับนี้ ทำให้หนังสือเล่มนี้สามารถสำเร็จขึ้นมาเป็นเล่มได้ พร้อมกันนี้คณะผู้จัดทำขอน้อมรับข้อบกพร่องใด ๆ อันเกิดขึ้นและยินดีรับฟังความคิดเห็นจากทุก ๆ ท่าน เพื่อที่จะนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

ขอให้โชคดีในการสอบทุกท่าน

ฝ่ายวิชาการสถาบัน

สถาบัน The Best Center

www.thebestcenter.com

สารบัญ

ประวัติกรมอุตุนิยมวิทยา

นายพลเรือเอกพระเจ้าบรมวงศ์เธอ กรมหลวงชุมพรเขตอุดมศักดิ์
ผู้ให้กำเนิดอุตุนิยมวิทยาไทย พ.ศ.2449

เริ่มดำเนินงาน

ในกรมทดน้ำ กระทรวงเกษตราธิการ เมื่อ พ.ศ. 2466 และต่อมาปลายปีได้จัดตั้ง เป็นแผนกอุตุนิยมศาสตร์ และสถิติกองรักษาน้ำ กรมทดน้ำ (ปัจจุบันคือกรมชลประทาน)

<u>โอนกิจการ</u>

6 สิงหาคม 2479	:	เป็นกองอุตุนิยมวิทยา สังกัดกรมอุทกศาสตร์ กองทัพเรือ
23 มิถุนายน 2485	:	ยกฐานะเป็นกรมอุตุนิยมวิทยา โดยมีสถานที่ ทำงาน อยู่ที่ 612 ถนนสุขุมวิท ตำบลคลองตัน อำเภอพระโขนง จังหวัดกรุงเทพมหานคร
29 สิงหาคม 2505	:	โอนมาสังกัดสำนักนายกรัฐมนตรี
1 ตุลาคม 2515	:	โอนมาสังกัดกระทรวงคมนาคม
3 ตุลาคม 2545	:	โอนมาสังกัดกระทรวงเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร เมื่อวันที่ 15 กันยายน พ.ศ. 2559 ได้มีการตรา พระราชบัญญัติปรับปรุงกระทรวง ทบวง กรม (ฉบับที่ 17) พ.ศ. 2559 ส่งผลให้กระทรวงเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารต้องสิ้นสุดลง และจัดตั้งกระทรวงดิจิทัลเพื่อเศรษฐกิจและสังคมขึ้นแทน

<u>ย้ายสถานที่ทำงาน</u>

ด้วยมติคณะรัฐมนตรี เมื่อวันที่ 19 และ 27 ธันวาคม พ.ศ. 2532 อนุมัติให้ กรมอุตุนิยมวิทยาย้ายสถานที่ทำงานอุปกรณ์ทางเทคนิค และบ้านพักจากสถานที่เดิม มายังสถานที่ปัจจุบัน โดยอนุมัติงบประมาณจำนวน 346 ล้านบาท ให้เป็นค่าก่อสร้าง อาคารที่ทำการใหม่สูง 16 ชั้น รวมทั้งบ้านพักข้าราชการ โดยมีสถานที่ตั้งอยู่ที่ 4353 ถนนสุขุมวิท แขวงบางนา เขตบางนา กรุงเทพมหานคร

➢**<u>วิสัยทัศน์</u>**

"องค์กรสมรรถนะสูงด้านอุตุนิยมวิทยา แจ้งเตือนภัยธรรมชาติ เพื่อคุณภาพและประโยชน์ของสังคม"

➢ **พันธกิจ**

1. พัฒนาสู่องค์กรสมรรถนะสูง
2. พัฒนาข้อมูลและการพยากรณ์ตอบสนองต่อความต้องการของสังคมและการเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศ
3. เตือนภัย ปกป้องชีวิตและทรัพย์สินของประชาชน
4. สร้างมูลค่าทางเศรษฐศาสตร์และประโยชน์ให้กับสังคม
5. เสริมสร้างภาพลักษณ์ ความเชื่อมั่นงานด้านอุตุนิยมวิทยาและการเตือนภัยให้เป็นที่ยอมรับ

➢ **ประเด็นยุทธศาสตร์**

ประเด็นยุทธศาสตร์ที่ 1 การพัฒนาพื้นฐานองค์กร

ประเด็นยุทธศาสตร์ที่ 2 การพัฒนาสู่องค์กรสมรรถนะสูง

ประเด็นยุทธศาสตร์ที่ 3 การพยากรณ์และแจ้งเตือนภัยธรรมชาติที่ละเอียด ถูกต้อง แม่นยำ

ประเด็นยุทธศาสตร์ที่ 4 การลดความเสี่ยงต่อชีวิตและทรัพย์สินจากภัยธรรมชาติและการสร้างประโยชน์ต่อสังคม

ประเด็นยุทธศาสตร์ที่ 5 การสร้างความพึงพอใจและความเชื่อมั่น

➢ **ค่านิยมกรมอุตุนิยมวิทยา คือ SOSMART**

S : Self development พัฒนาตนเอง หมายถึง ใฝ่หาความรู้ เพื่อพัฒนาตนเองอยู่เสมอ

O : On Target มุ่งผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ทำงานให้แล้วเสร็จตามกำหนด ทำงานให้เกิดผลดีแก่องค์กรและส่วนรวม ใช้ทรัพยากรอย่างประหยัดและคุ้มค่า เน้นการทำงานโดยยึดผลลัพธ์เป็นหลักมีการวัดผลลัพธ์และค่าใช้จ่ายอย่างเป็นรูปธรรม

S : Service mind มีจิตบริการ หมายถึงการให้บริการที่ดี และมีคุณภาพ ด้วยความเต็มใจ

M : Moral มีคุณธรรม จริยธรรม หมายถึงมีความซื่อสัตย์สุจริต และจิตสำนึกที่ดีในการปฏิบัติงานคิดถึงประโยชน์ ส่วนรวมเป็นสำคัญ

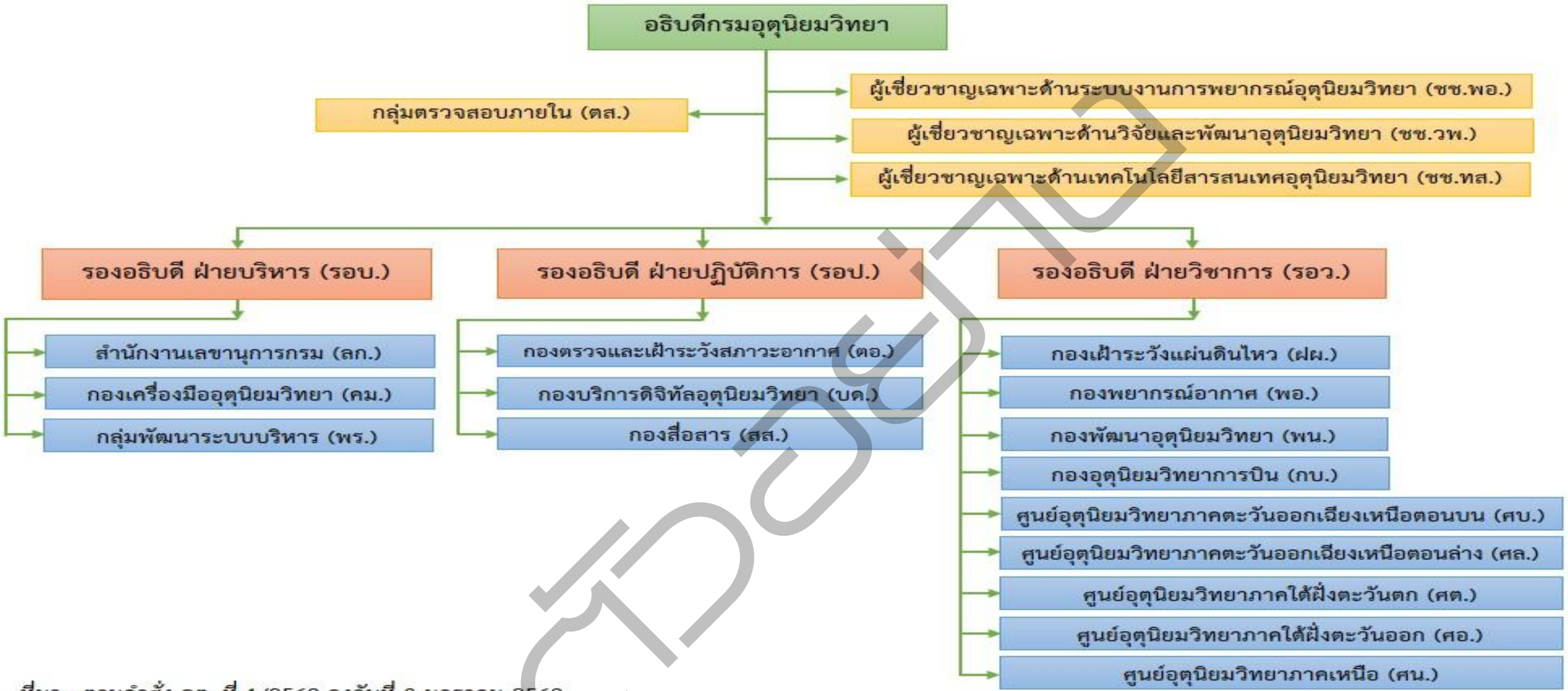
A : Active กระตือรือร้น มุ่งมั่นในการทำงาน หมายถึง มีความมุ่งมั่นกระตือรือร้น และตั้งใจอย่างแน่วแน่เพื่อให้บรรลุ เป้าหมายอย่างที่ตั้งไว้

R : Responsibility มีความรับผิดชอบ หมายถึง การแสดงออกถึงความเอาใจใส่มุ่งมั่นต่อบทบาท และมีความรับผิดชอบ ในหน้าที่ปฏิบัติงานอย่างเต็มความสามารถด้วยความผูกพันอดทนต่อปัญหาอุปสรรค เพื่อให้บรรลุผลดีและผลเสียที่เกิดขึ้น รวมทั้งปรับปรุงการปฏิบัติงานให้ดีขึ้นด้วย

นางสาวสุกันยาณี ยะวิญชาญ

อธิบดีกรมอุตุนิยมวิทยา

แผนภูมิโครงสร้างการกำกับดูแลบริหารงานภายในกรมอุตุนิยมวิทยา



ที่มา : ตามคำสั่ง อต. ที่ 1/2568 ลงวันที่ 3 มกราคม 2568

★ฟิสิกส์เกี่ยวกับเวกเตอร์

"ฟิสิกส์คือวิชาที่ว่าด้วยการศึกษาธรรมชาติ ทฤษฎีฟิสิกส์คือการอธิบายธรรมชาติด้วยภาษาคณิตศาสตร์ "

สำหรับนักฟิสิกส์คณิตศาสตร์คือภาษาของธรรมชาติ ในทางศิลปศาสตร์ กวีอธิบายธรรมชาติผ่าน กาพย์ โคลง กลอน ศิลปินอธิบายธรรมชาติผ่านภาพวาดจากปลายพู่กันส่วนนักฟิสิกส์อธิบายธรรมชาติผ่านภาษาคณิตศาสตร์ การที่จะซาบซึ้งกับบทกวีของชาติใดๆก็ตาม คุณต้องเข้าใจภาษาที่กวีท่านนั้นๆใช้ก่อน เช่น เดียวกัน จะเข้าใจฟิสิกส์ให้ลึกซึ้งไม่ได้เลย ถ้าไม่เข้าใจภาษาคณิตศาสตร์และเพราะว่าธรรมชาติมีการเปลี่ยนแปลง ทุกสิ่งในชีวิตประจำวันล้วนเปลี่ยนแปลง เช่น วัตถุเปลี่ยนตำแหน่ง (การเคลื่อนที่) สสารเปลี่ยนสถานะ นักฟิสิกส์จึงต้องอธิบายการเปลี่ยนแปลงนั้นผ่านทฤษฎี(คณิตศาสตร์)

โดยทั่วไปการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของธรรมชาติแบ่งออกได้เป็นสองระดับคือ

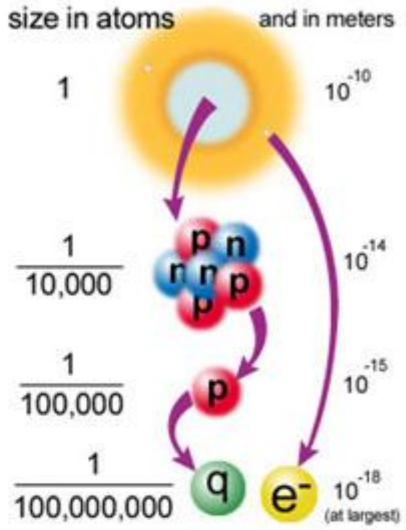
1) **Kinematics หรือ จลศาสตร์**

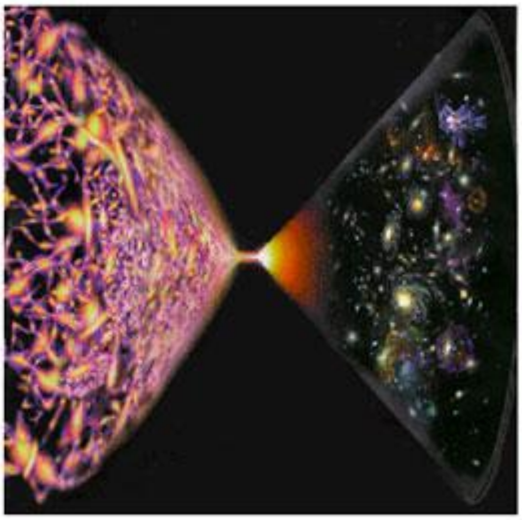
ศึกษาปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลง เช่น ความเร็ว ความเร่ง ทฤษฎีที่อธิบายลักษณะนี้ เช่น กฎของอคีมีดิส

2) **Dynamics หรือ พลศาสตร์**

ศึกษากลไก หรือกระบวนการ สาเหตุที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงนั้น ทฤษฎีที่อธิบายลักษณะนี้ เช่นกฎแรงโน้มถ่วงของนิวตัน และการศึกษาพลศาสตร์ของวัตถุนี่เองที่ทำให้ภาษาคณิตศาสตร์ได้แสดงศักย์ภาพของมันได้อย่างเต็มที่ซึ่งมีส่วนสำคัญในการพัฒนาวิวัฒนาการของโลกเราจนถึงปัจจุบัน

อย่างไรก็ตามทฤษฎีที่เราใช้อธิบายธรรมชาตินั้นไม่ได้มีเพียงทฤษฎีเดียว แต่ยังขึ้นกับระบบที่เราสนใจ ตลอดชั้นปีทีหนึ่งนี้คุณจะได้เห็นว่า ระบบที่มีขนาดไม่ใหญ่มากนัก กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแม็กซ์เวลล์สามารถอธิบายเกือบทุกอย่างที่เราพบในชีวิตประจำวันได้ แต่ถ้าคุณสนใจในระบบเล็กๆ เช่น อะตอมของธาตุต่างๆ ธรรมชาติของสิ่งเล็กๆเหล่านี้ทฤษฎีควอนตัมอธิบายได้ดีกว่า ในขณะที่ระบบฟิสิกส์ที่ใหญ่ๆมากๆ เช่น กลุ่มกาเล็กซี่ หรือแม้แต่ทั้งจักรวาล ทฤษฎีสัมพัทธ์ภาพของไอน์สไตน์สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงต่างๆได้อย่างน่าพอใจในระดับหนึ่ง





แต่ละทฤษฎีที่กล่าวถึงล้วนมีการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนขึ้นเรื่อยๆ ไม่ว่าจะเป็นแคลคูลัส (Calculus) และ สมการอนุพันธ์ (Differential equation) ที่ใช้ในกลศาสตร์ของนิวตั้น ในวิชาสัมพัทธภาพทั่วไป เรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ (Differential geometry) เป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้อธิบายความโค้งของกาลอวกาศ ในวิชาควอนตัม ทฤษฎีกลุ่ม (Group theory) และเครื่องมือคณิตศาสตร์อื่นๆ ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลาย

เพราะธรรมชาติมีความซับซ้อนอย่างน่ามหัศจรรย์ ในแต่ละครั้งที่เราศึกษาลึกลงไปคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายธรรมชาติจึงต้องลึกซึ้งมากขึ้นตามไปด้วย ในแง่นี้นักฟิสิกส์ก็ไม่ต่างอะไรกับนักประพันธ์ที่พยายามหาถ้อยคำที่ไพเราะที่สุดเพื่อมาอธิบายธรรมชาติที่พบเห็น

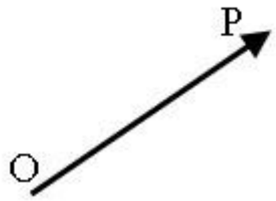
✪เวกเตอร์

ปริมาณทางฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายธรรมชาติมีหลายชนิด แต่ทั้งหมดแบ่งได้เป็นสองพวกใหญ่ๆ คือ

1) ปริมาณที่เป็น เวกเตอร์ (Vector) ซึ่งเป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เช่น การกระจัด (Displacement), แรง (Force), ความเร็ว (Velocity) และ ความเร่ง (Acceleration) และ

2) ปริมาณที่เป็น สเกลาร์ (Scalar) ปริมาณประเภทนี้จะมีเพียงขนาดเท่านั้น เช่น ระยะทาง (Distance) มวล(Mass), อัตราเร็ว (Speed) และความหนาแน่น(Density)

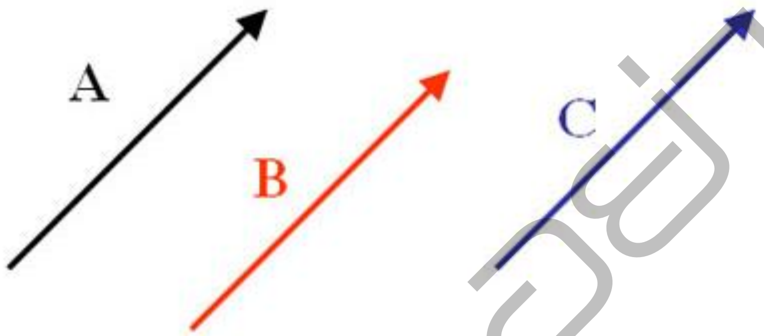
เนื่องจากเวกเตอร์เป็นที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เราอาจใช้เส้นตรงที่มีลูกศร แทนเวกเตอร์ โดยที่ความยาวของเส้นตรงแทนขนาดของเวกเตอร์ และ ทิศของลูกศรแทนทิศทางของเวกเตอร์ ดังตัวอย่างในรูปข้างล่างนี้ เส้นตรง OP ที่มีลูกศรกำกับ แทนเวกเตอร์อันหนึ่งซึ่งมีขนาดเท่ากับความยาวของ OP และมีทิศจาก O ไปสู่ P



ในกรณีที่ใช้สัญลักษณ์ อาจใช้ตัวอักษรที่มีลูกศรกำกับข้างบน เช่น $\vec{A}$ แทนเวกเตอร์ A หรือ $\vec{OP}$ แทนเว็กเตอร์จาก O ไป P ดังรูปข้างบน ในหนังสือบางเล่มอาจจะใช้สัญลักษณ์ตัวพิมพ์หนา เช่น OP, A, V, a เป็นต้น

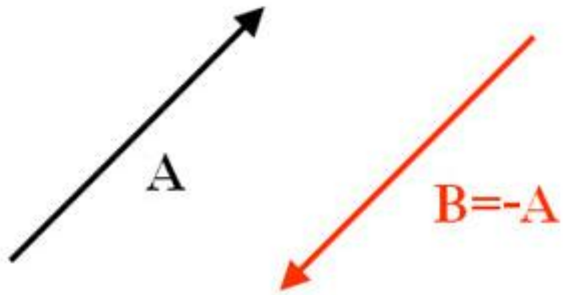
การเท่ากันของปริมาณเว็กเตอร์

ถ้ามีเวกเตอร์สองอัน A และ B เวกเตอร์ทั้งสองนี้จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ เป็นเวกเตอร์ที่มีทั้ง ขนาดเท่ากันและชี้ในทิศทางเดียวกัน (ไม่จำเป็นต้องมีจุดเริ่มต้นเดียวกัน หรืออยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน) อย่างในรูปข้างล่าง



นิยาม Negative vector

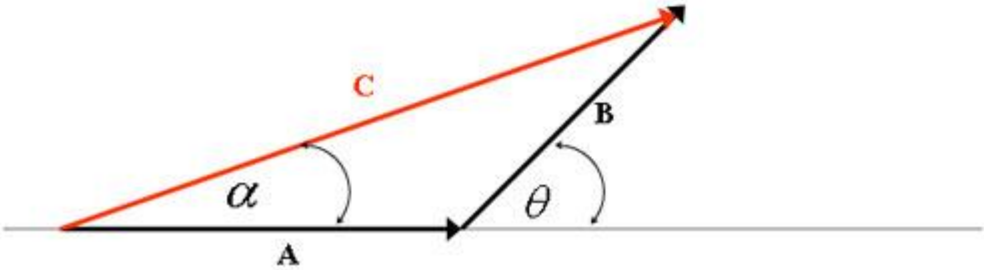
เราเรียกเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ $\vec{A}$ แต่มีทิศตรงกันข้ามว่า $-\vec{A}$



การบวกเวกเตอร์

ให้ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ซึ่งทำมุม θ ระหว่างกัน และให้เว็กเตอร์ $\vec{C}$ เป็นผลบวกเวกเตอร์ของ $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$ หรือ $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

โดยให้ $\vec{C}$ ทำมุม α กับ $\vec{A}$ การบวกแวกเตอร์นี้สามารถแสดงโดยวิธีหางต่อหัว ดังรูปข่างล่างนี้



ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{C}$ หรือ $|C|$ (หรือบางครั้งอาจเขียน C เฉยๆ) สามารถคำนวณได้จาก

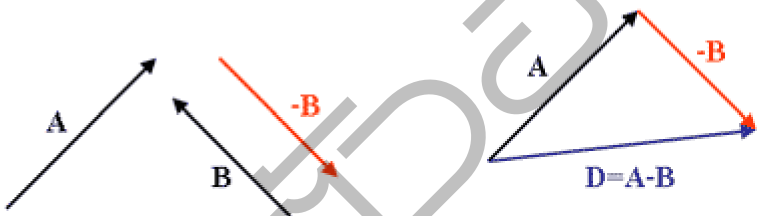
$$|C| = \sqrt{|A|^2 + |B|^2 + 2|A||B|\cos\theta}$$

โดยทิศทางของเวกเตอร์ $\vec{C}$ จะทำมุมกับเวกเตอร์ $\vec{A}$ เป็นมุมเท่ากับ α โดย

$$\tan\alpha = \frac{SP}{PS} = \frac{|B|\sin\theta}{|A| + |B|\cos\theta}$$

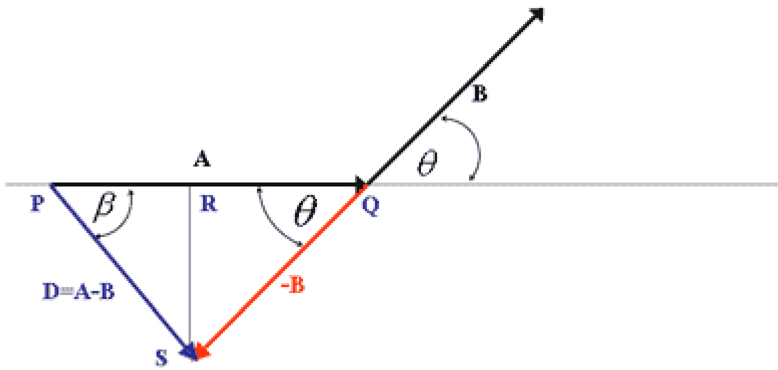
<u>การลบเวกเตอร์</u>

การลบเวกเตอร์โดยการเขียนรูปใช้หลักการเดียวกับการบวกเวกเตอร์เพียงแต่กลับทิศเวกเตอร์ด้วยเครื่องหมายลบ



ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{D}$ หรือ $|D|$ สามารถคำนวณได้จาก

$$|D| = \sqrt{|A|^2 + |B|^2 - 2|A||B|\cos\theta}$$



และ $$\tan\beta = \frac{RS}{PR} = \frac{|B|\sin\theta}{|A| - |B|\cos\theta}$$

คุณสมบัติของการบวกเวกเตอร์

$\vec{A}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{A}=\vec{A}$

$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

$\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$

$m\vec{A}=\vec{A}m$ เมื่อ m เป็นปริมาณสเกลาร์

$m(\vec{A}+\vec{B})=m\vec{A}+m\vec{B}$

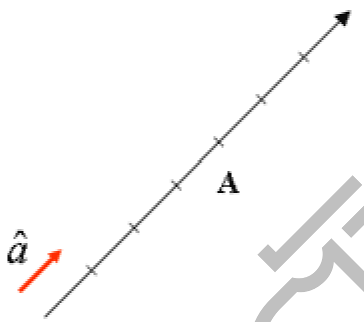
องค์ประกอบของเวกเตอร์, scalar และ การเปลี่ยนพิกัด

<u>เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector)</u>

ถ้า $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ $|A|$ โดยที่ $|A|$ ต้องไม่เป็นศูนย์ เราสามารถนิยามเวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกันกับ $\vec{A}$ แต่มีขนาดหนึ่งหน่วยได้

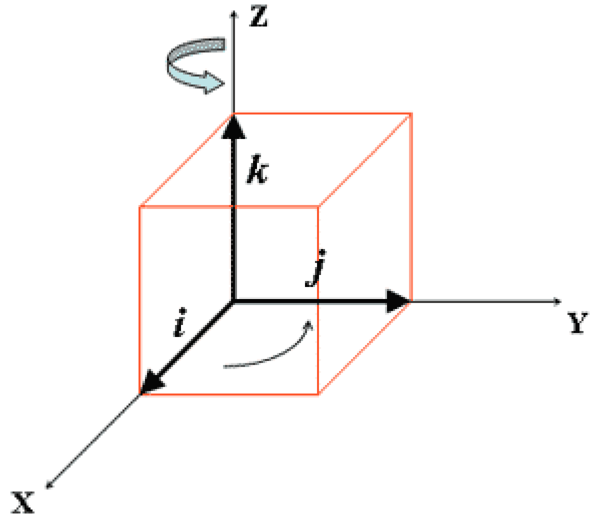
<u>นิยาม</u>

ถ้ากำหนดให้ $\hat{a}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\vec{A}$ แล้วจะได้ว่า $\hat{a}=\dfrac{\vec{A}}{|A|}$ หรือ $\vec{A}=|A|\hat{a}$



เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สำคัญมากคือ เวกเตอร์ชุด $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ซึ่งมีคุณสมบัติพิเศษดังนี้

1. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยทั้งสามตั้งฉากกัน
2. โดยทั่วไปถือว่าเวกเตอร์ทั้งสามนี้เป็น เวกเตอร์คงที่ คือนอกจากขนาดจะคงที่แล้วทิศทางยังคงที่ด้วย
3. ในปริภูมิ 3 มิติเวกเตอร์ชุดนี้เรียงลำดับ ตามกฎมือขวา ดังรูปข้างล่างนี้



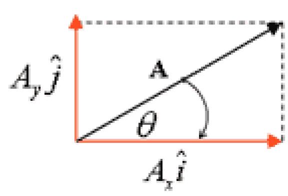
<u>**ส่วนประกอบของเวกเตอร์**</u>

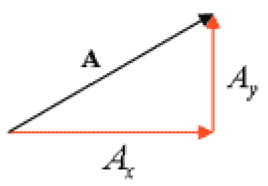
เวกเตอร์ใดๆสามารถที่จะเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของเวกเตอร์ย่อยๆ หลายๆอันได้ โดยเราอาจเลือกเวกเตอร์ย่อยเหล่านั้นให้อยู่ในทิศเดียวกัน กับ unit vectors $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ซึ่งในกรณีนี้เราเรียกเวกเตอร์ย่อยเหล่านี้ว่า "ส่วนประกอบของเวกเตอร์" หรือ Components of vector วิชานี้เราจะพิจารณาส่วนประกอบของเวกเตอร์ในกรณีของ 2 และ 3 มิติ

<u>ส่วนประกอบเวกเตอร์ใน 2 มิติ</u>

ให้ $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิ 2 มิติ ซึ่งมีขนาดเท่ากับ $|A|$ โดยที่ $\hat{i}$, $\hat{j}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน x และ y ตามลำดับ

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$





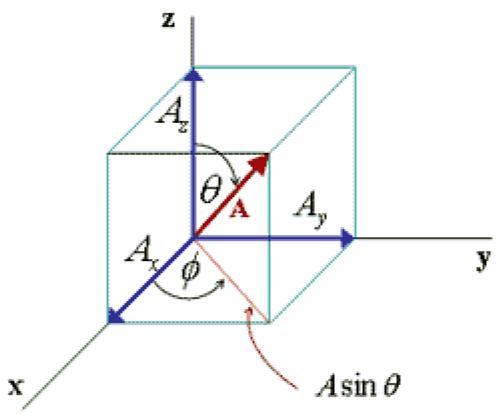
นิยาม A_x กับ A_y เป็นส่วนประกอบเวกเตอร์ตามแนว x และ y

ถ้า θ เป็นมุมที่เวกเตอร์ $\vec{A}$ กระทำกับแกน x เราจะได้ว่า

$A_x = |A|\cos\theta$ และ $A_y = |A|\sin\theta$ และ $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

<u>ส่วนประกอบเวกเตอร์ใน 3 มิติ</u>

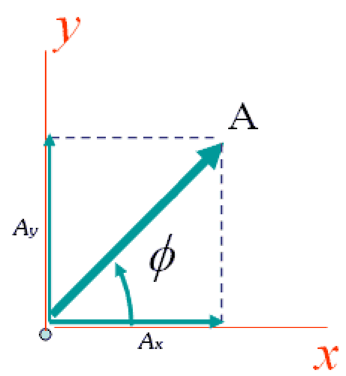
ให้ $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ ที่มีขนาด $|A|$
และมี A_x , A_y , A_z เป็นส่วนประกอบเวกเตอร์



$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$A_x = A\sin\theta\cos\phi$$
$$A_y = A\sin\theta\sin\phi$$
$$A_z = A\cos\theta$$
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

<u>ความแตกต่างระหว่างองค์ประกอบของเวกเตอร์กับปริมาณสเกลลาร์</u>

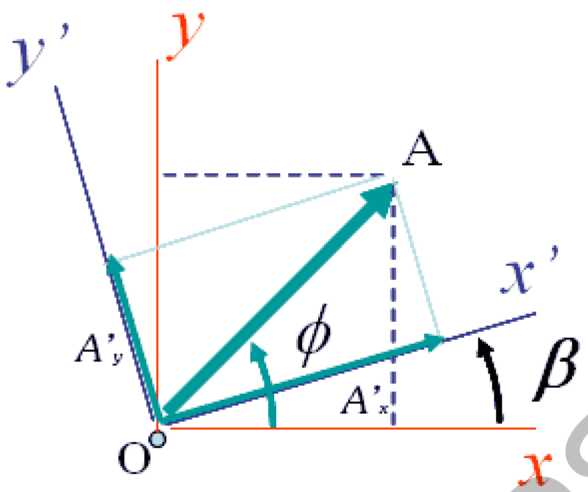
นิสิตบางคนอาจจะสับสนระหว่าง องค์ประกอบของเวกเตอร์กับปริมาณสเกลลาร์ ซึ่งถ้ายึดนิยามที่ว่าปริมาณสเกลลาร์คือปริมาณที่มีแต่ขนาดและไม่มีทิศทางอาจทำให้สับสนว่าองค์ประกอบเวกเตอร์เป็นปริมาณสเกลลาร์ ซึ่งไม่ใช่ ดังนั้นนิยามที่ชัดเจนของปริมาณสเกลลาร์และเวกเตอร์จึงน่าจะเป็นประโยชน์ ซึ่งอาจจะพิจารณาได้จากตัวอย่างต่อไปนี้



พิจารณาวัตถุซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง A เวกเตอร์ซึ่งบอกตำแหน่ง ที่จุด A สามารถเขียนในพิกัดสองมิติบนระนาบ x-yได้เป็น
$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} = |A|\cos\phi\hat{i} + |A|\sin\phi\hat{j}$

เมื่อ $|A|$ คือขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในพิกัด x-y

โดยทั่วไปแล้วเราไม่จำเป็นต้องบรรยายปรากฏการณ์ต่างๆด้วยกรอบอ้างอิงเดียว สำหรับผู้สังเกตหลายคน แต่ละคนอาจจะทำการทดลองโดยใช้กรอบอ้างอิงของตัวเอง อย่างไรก็ตามผลทางฟิสิกส์ย่อมจะไม่ขึ้นกับพิกัด หรือกรอบอ้างอิงที่ใช้ นิสิตจะเห็นความสำคัญของหลักการนี้มากขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเราพิจารณาทฤษฎีสัมพัทธภาพ



กลับมาที่ตัวอย่างข้างต้น สมมุติว่ามีเพื่อนของเราอีกคนหนึ่งใช้พิกัดที่ต่างกับเรา (พิกัด x'-y') ซึ่งสัมพันธ์กับพิกัดเดิมโดยการหมุนแกน x-y ไปเป็นมุม β ดังรูป จะสามารถบรรยายตำแหน่งของจุด A ด้วยเวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{A}$ เช่นเดิม แต่ในพิกัดใหม่ x'-y' นี้ $\vec{A}$ จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{A} = A'_x\hat{i}' + A'_y\hat{j}' = |A|\cos(\phi - \beta)\hat{i}' + |A|\sin(\phi - \beta)\hat{j}'$$

เมื่อ A'_x และ A'_y คือองค์ประกอบเวกเตอร์ตามแนวแกน x' และ y' ส่วน $\hat{i}'$ และ $\hat{j}'$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในพิกัดใหม่

จากรูปจะเห็นว่า $A_x \neq A'_x$ และ $A_y \neq A'_y$ นี่คือความจริงที่ว่า องค์ประกอบของเวกเตอร์สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เมื่อมีการเปลี่ยนพิกัด นิสิตอาจจะพิสูจน์ได้ง่ายๆว่าขนาดของเวกเตอร์ซึ่งเป็นปริมาณสเกลลาร์จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

$$|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{A_x'^2 + A_y'^2}$$

นิยามของปริมาณสเกลลาร์ที่รัดกุมขึ้น คือปริมาณที่มีแต่ขนาดไม่มีทิศทาง และไม่เปลี่ยนแปลง ภายใต้การ

แปลง coordinates ตัวอย่างเช่น มวลของอนุภาค เป็นปริมาณสเกลาร์ ไม่ว่าจะใช้ Coordinates ใดอธิบายก็มีค่าเท่าเดิม

สิ่งที่นิสิตควรจะทราบคือในกลศาสตร์นิวตัน เวลา (t) และ ช่วงเวลา (\Delta t) ถือเป็นปริมาณสเกลลาร์ เวลาสำหรับทุกๆผู้สังเกตผ่านไปด้วยอัตราเร็วเท่ากัน นั่นคือเวลาเป็นสิ่งสมบูรณ์ (absolute quantity) แต่ในทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์ซึ่งเราจะได้ศึกษากันต่อไป เหตุการณ์ต่างๆ ซึ่งเป็นจุดหนึ่งใน space-time 4มิติ ช่วงเวลา \Delta t กลายเป็นส่วนประกอบของเวกเตอร์ (Four-vectors) ซึ่งขึ้นกับกรอบอ้างอิงของผู้สังเกต และไม่ใช่สิ่งสมบูรณ์อีกต่อไป อย่างไรก็ตาม มวลนิ่ง (rest mass) ของวัตถุ และอัตราเร็วของแสง ยังคงเป็นปริมาณสเกลลาร์ มีค่าไม่เปลี่ยนแปลงไปตามกรอบอ้างอิงของผู้สังเกต

ผลคูณของเวกเตอร์<u>เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector)</u>

ในที่นี้หมายถึงผลคูณระหว่างเวกเตอร์ 2 อัน ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็นสองประเภทคือ

1) ผลคูณเชิงสเกลาร์ (scalar product หรือ dot product)

2) ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (vector product หรือ cross product)

<u>ผลคูณเชิงสเกลาร์</u>

กำหนดให้ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ และ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์ทั้งสองนิยามโดย

$$\vec{A}\cdot\vec{B} \equiv |A||B|\cos\theta$$

คุณสมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C}$$

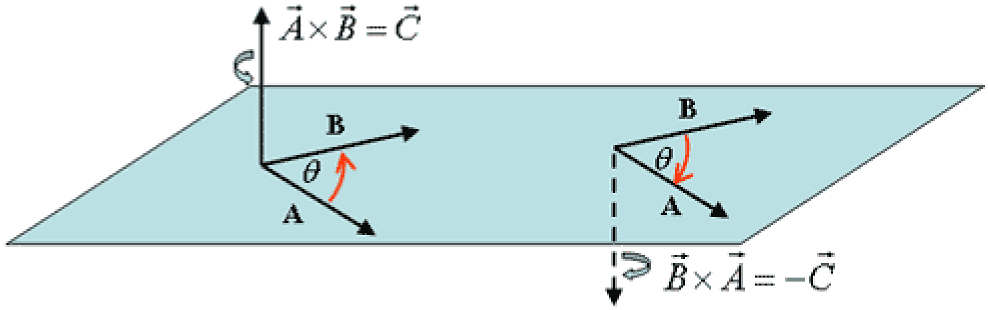
ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$ ที่ควรทราบคือ

$$\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$$

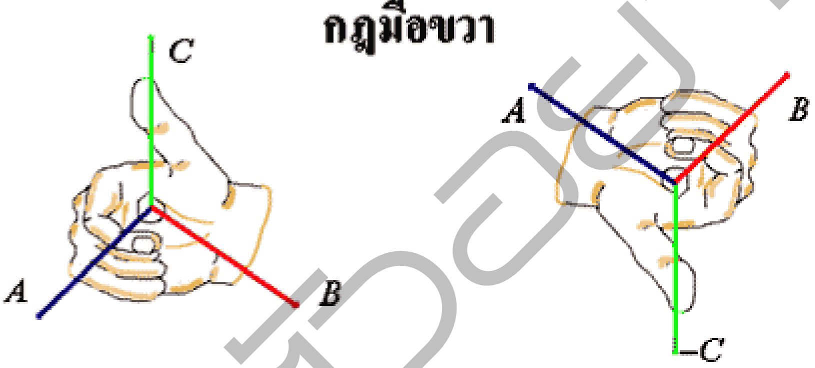
$$\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{i}\cdot\hat{k} = \hat{j}\cdot\hat{k} = 0$$

ผลคูณเชิงเวกเตอร์

ให้ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิ 3 มิติ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของทั้งคู่ จะเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับระนาบที่สัมผัสกับเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$



สมมุติว่าผลลัพธ์ของการคูณคือ $\vec{C}$ เราจะหาทิศของ $\vec{C}$ ได้โดยอาศัย "กฎมือขวา" ซึ่งมีหลักง่ายๆ คือให้นิ้วทั้งสี่ของมือขวาชี้ตามทิศของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และวนนิ้วทั้งสี่เข้าหาเวกเตอร์ $\vec{B}$ ตามทิศทางที่เวกเตอร์ทั้งสองทำมุมระหว่างกันมีค่าน้อยที่สุด นิ้วหัวแม่มือจะชี้ทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{C}$ ดังแสดงในรูป



โดยที่ขนาดของเวกเตอร์ของ $\vec{C}\equiv\vec{A}\times\vec{B}$ สามารถหาได้จาก

$$|C|\equiv|A||B|\sin\theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณเรามักจะเขียน $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ในรูปของส่วนประกอบเวกเตอร์ ตามทิศทางของเวกเตอร์ฐาน $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$

$$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$$

$$\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$$

นิสิตอาจจะลองใช้กฎมือขวาพิจารณาผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$ ซึ่งจะพบว่า

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{i} \times \hat{k} = \hat{j} \times \hat{k} = 0$

$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$

$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$

$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$

ข้อดีของคุณสมบัติข้างบนคือ นิสิตสามารถใช้คุณสมบัติข้างบนคำนวณผลคูณเชิงเวกเตอร์ของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ใดๆได้ดังนี้

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$
$$= (A_yB_z - B_yA_z)\hat{i} + (A_zB_x - B_xA_z)\hat{j} + (A_xB_y - B_xA_y)\hat{k}$$

ซึ่งสามารถคำนวณได้จากดีเทอร์มิแนนท์

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$
$$= (A_yB_z - B_yA_z)\hat{i} + (A_zB_x - B_xA_z)\hat{j} + (A_xB_y - B_xA_y)\hat{k}$$

คุณสมบัติทั่วไปของผลคูณเชิงเวกเตอร์ ที่เป็นประโยชน์คือ

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$m\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) = \left(m\vec{A}\right) \times \vec{B} = \vec{A} \times \left(m\vec{B}\right)$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} + \vec{C}\right) = \left(\vec{A} \times \vec{B}\right) + \left(\vec{A} \times \vec{C}\right)$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} \times \vec{C}\right) = \left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right)\vec{B} + \left(\vec{A} \cdot \vec{B}\right)\vec{C}$$

$$\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) \times \vec{C} = \left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right)\vec{B} + \left(\vec{B} \cdot \vec{C}\right)\vec{A}$$

$$\vec{A} \cdot \left(\vec{B} \times \vec{C}\right) = \left(\vec{C} \times \vec{A}\right) \cdot \vec{B} = \left(\vec{A} \cdot \vec{B}\right) \cdot \vec{C}$$

เมื่อ m เป็นปริมาณสเกลลาร์

<u>ตัวอย่าง</u>

เวกเตอร์ $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ และ เวกเตอร์ $\vec{B} = -5\hat{j} + 12\hat{k}$

จงหา

ก) ขนาดของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

$$|A| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$
$$|B| = \sqrt{5^2 + 13^2} = 13$$

ข) ผลคูณเชิงสเกลลาร์ของเวกเตอร์ทั้งสอง

$$A \cdot \vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (\vec{B} = -5\hat{j} + 12\hat{k}) = -20$$

ค) มุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

จาก

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cos\theta$$

จะได้ $\cos\theta = \dfrac{\vec{A}\vec{B}}{|A||B|} = -\dfrac{4}{13}$

นั่นคือมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสองจะมีค่า $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{4}{13}\right)$

ง) ผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & -5 & 12 \end{vmatrix} = 48\hat{i} - 36\hat{j} - 15\hat{k}$$

➢การหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในทิศทางใดๆ

ในหลายๆกรณีเราอาจจะไม่ได้พิจารณาองค์ประกอบของเวกเตอร์ตามแนวแกน x, y, z แต่อาจจะต้องพิจารณาองค์ประกอบของเวกเตอร์ที่ขนานกับเวกเตอร์ใดๆ

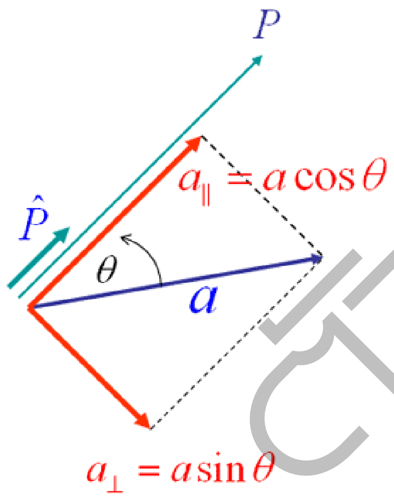
กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

ถ้านิสิตต้องการหาขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{a}$ ในแนวที่ขนาน และในแนวที่ตั้งฉากกับทิศทางของเวกเตอร์ $\vec{P}$ ใดๆ สามารถทำได้ดังนี้

สมมุติว่าเวกเตอร์ $\vec{P}$ เขียนได้ในรูป $\vec{P} = P_x\hat{i} + P_y\hat{j} + P_z\hat{k}$

เราสามารถนิยามเวกเตอร์หนึ่งที่ขนานกับเวกเตอร์ $\vec{P}$ ได้โดย

$$\hat{P} = \frac{\vec{P}}{|P|} = \frac{1}{|P|}(P_x\hat{i} + P_y\hat{j} + P_z\hat{k})$$



พิจารณาจากรูปข้างบน จะเห็นว่า ส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{a}$ ในแนวที่ขนานกับ $\vec{P}$ สามารถเขียนได้เป็น

$$a_{\|} = a\cos\theta = \vec{a}\cdot\hat{P}$$

และส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{a}$ ในแนวที่ขนานกับ $\vec{P}$ สามารถเขียนได้เป็น

$$a_{\perp} = a\sin\theta = |\vec{a}\times\hat{P}|$$

ตัวอย่าง

เวกเตอร์ $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ และ เวกเตอร์ $\vec{B} = -5\hat{j} + 12\hat{k}$ จงหาส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{B}$ ที่อยู่ในทิศเดียวกันกับ $\vec{A}$ และตั้งฉากกับ $\vec{A}$

จากตัวอย่างที่แล้วเราทราบว่า $|A| = 5$
เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางขนานกับ $\vec{A}$ คือ

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|} = \frac{1}{5}(3\hat{i} + 4\hat{j})$$

ส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{B}$ ที่อยู่ในทิศเดียวกันกับ $\vec{A}$ คือ

$$B_{\parallel} = \vec{B} \cdot \hat{A} = (-5\hat{j} + 12\hat{k}) \cdot \frac{1}{5}(3\hat{i} + 4\hat{j}) = -4$$

ส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{B}$ ที่อยู่ในทิศตั้งฉากกับ $\vec{A}$ คือ

$$B_{\perp} = |\vec{B} \times \hat{A}| = \left|48\hat{i} - 36\hat{j} - 15\hat{k}\right| = \sqrt{48^2 + 36^2 + 15^2}$$

ตัวอย่าง ออกแรงF_2 ลากรถมวล m ให้เคลื่อนที่บนพื้นลื่นด้วยความเร่ง 2 เมตร/วินาที ^{2} เมื่อออกแรง F_6 ลากรถคันเดียวกันให้เคลื่อนที่บนพื้นลื่นด้วยความเร่ง 6 เมตร/วินาที^{2} แรง F_6 เป็นกี่เท่าของแรง F_2

<u>แนวคิด</u> หาแรงจาก F_2 จาก $F_2 = m a_2$ ….($m_1 = m_2$)

$F_2 = m (2) \longleftarrow$ ①

หาแรงจาก F6 จาก $F_6 = m a_6$

$F_6 = m (6) \longleftarrow$ ②

$\frac{②}{①}$ $\frac{F_6}{F_2} = \frac{6m}{2m}$

$F_6 = 3 F_2$ **<u>ตอบ</u>**

แนวข้อสอบความรู้พื้นฐานทางฟิสิกส์เกี่ยวกับเวกเตอร์

1. เวกเตอร์คืออะไร?

ก. ปริมาณที่มีขนาดอย่างเดียว

ข. ปริมาณที่มีทิศทางอย่างเดียว

ค. ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

ง. ปริมาณที่ไม่มีทิศทางและขนาด

เฉลย: ค. ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

อธิบาย: เวกเตอร์ต้องบอกทั้งขนาด (magnitude) และทิศทาง (direction) เช่น ความเร็ว, แรง

---

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของเวกเตอร์?

ก. มวล

ข. ความเร็ว

ค. อุณหภูมิ

ง. พลังงาน

เฉลย: ข. ความเร็ว

อธิบาย: ความเร็วบอกทั้งขนาด (เท่าไหร่) และทิศทาง (ไปทางไหน) ส่วนมวล, อุณหภูมิ, พลังงาน เป็นสเกลาร์

---

3. การบวกเวกเตอร์ทำได้โดยวิธีใด?

ก. รวมค่าตัวเลขตรง ๆ

ข. ใช้กฎพีทาโกรัสหรือกฎโคไซน์

ค. บวกขนาดก่อนแล้วค่อยบวกทิศทาง

ง. บวกเฉพาะทิศทาง

เฉลย: ข. ใช้กฎพีทาโกรัสหรือกฎโคไซน์

อธิบาย: เวกเตอร์ต้องพิจารณาทั้งขนาดและทิศทาง ไม่ใช่การบวกตัวเลขตรง ๆ

---

4. เวกเตอร์สองตัวตั้งฉากกัน การหาผลลัพธ์ใช้สูตรใด?

ก. $A + B$

ข. $\sqrt{(A^2 + B^2)}$

ค. $A – B$

ง. $A \times B$

เฉลย: ข. $\sqrt{(A^2 + B^2)}$

อธิบาย: ถ้าตั้งฉาก ใช้กฎพีทาโกรัสหาขนาดของเวกเตอร์ผลลัพธ์

---

5. ผลคูณเชิงจุด (dot product) ของเวกเตอร์ A และ B คือ?

ก. $A \times B \sin\theta$

ข. $A \times B \cos\theta$

ค. A / B

ง. $A + B$

เฉลย: ข. $A \times B \cos\theta$

อธิบาย: dot product = ขนาด A × ขนาด B × cos มุมระหว่างเวกเตอร์

---

6. ถ้า $A \cdot B = 0$ แสดงว่า?

ก. A ขนานกับ B
ข. A ตั้งฉากกับ B
ค. A ตรงข้ามกับ B
ง. A และ B เป็นศูนย์เวกเตอร์

เฉลย: ข. A ตั้งฉากกับ B

อธิบาย: dot product เป็นศูนย์เมื่อมุมระหว่างเวกเตอร์ = 90°

---

7. ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (cross product) ของ A และ B ได้อะไร?

ก. เวกเตอร์ตั้งฉากกับ A และ B
ข. เวกเตอร์ขนานกับ A และ B
ค. ค่าสเกลาร์
ง. เวกเตอร์ศูนย์

เฉลย: ก. เวกเตอร์ตั้งฉากกับ A และ B

อธิบาย: cross product ได้เวกเตอร์ใหม่ตั้งฉากกับระนาบของ A และ B

---

8. ขนาดของ cross product คำนวณอย่างไร?

ก. $A \times B \sin\theta$
ข. $A \times B \cos\theta$
ค. A / B
ง. A + B

เฉลย: ก. $A \times B \sin\theta$

อธิบาย: ขนาด = ขนาด A × ขนาด B × sin มุมระหว่างเวกเตอร์

---

9. ถ้า cross product เป็นศูนย์ แสดงว่า?

ก. A และ B ขนานกัน
ข. A และ B ตั้งฉากกัน
ค. A และ B มีมุม 45°
ง. A และ B เป็นศูนย์เวกเตอร์

เฉลย: ก. A และ B ขนานกัน

อธิบาย: $\sin 0° $ หรือ $\sin 180° = 0$

---

10. เมื่อเวกเตอร์ A = (3, 4) ขนาดของ A คือ?

ก. 3
ข. 4
ค. 5
ง. 7

เฉลย: ค. 5

อธิบาย: ขนาด = $\sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{25} = 5$

---

11. เวกเตอร์ (0, -1) มีทิศไปทางใด?

ก. ทิศเหนือ
ข. ทิศใต้
ค. ทิศตะวันออก
ง. ทิศตะวันตก

เฉลย: ข. ทิศใต้

อธิบาย: แกน y ลบ = ลงล่าง = ใต้

---

12. เวกเตอร์ (-2, 0) อยู่ในจตุภาคใด?

ก. I
ข. II
ค. III
ง. อยู่บนแกน

เฉลย: ง. อยู่บนแกน

อธิบาย: ค่า x ลบ, y เป็นศูนย์ = อยู่บนแกน x ฝั่งลบ

---

13. ผลรวมของเวกเตอร์สองตัวในทิศทางตรงข้ามคือ?

ก. บวกกันเต็มที่
ข. ลบกันเต็มที่
ค. เป็นศูนย์เสมอ
ง. ขึ้นกับทิศเฉพาะ

เฉลย: ข. ลบกันเต็มที่

อธิบาย: ทิศตรงข้ามต้องลบขนาดกัน

---

14. การแยกเวกเตอร์ออกเป็นองค์ประกอบคือ?

ก. แบ่งเป็นหลายทิศทาง
ข. แบ่งเป็นแกน x และ y
ค. แยกขนาดกับทิศทาง
ง. แยกเป็นมุม

เฉลย: ข. แบ่งเป็นแกน x และ y

อธิบาย: ใช้ sine, cosine หาค่าแต่ละแกน

---

15. เวกเตอร์ศูนย์คืออะไร?

ก. มีขนาดศูนย์ แต่มีทิศทาง
ข. มีทิศทางศูนย์ แต่มีขนาด
ค. ไม่มีขนาดและไม่มีทิศทาง
ง. มีแต่ขนาด ไม่มีทิศทาง

เฉลย: ค. ไม่มีขนาดและไม่มีทิศทาง

อธิบาย: zero vector คือขนาดศูนย์, ไม่ระบุทิศทาง

16. เวกเตอร์ A = (6, 8) ขนาดของ A คือเท่าไหร่?

ก. 10
ข. 12
ค. 14
ง. 16

เฉลย: ก. 10

อธิบาย: $\sqrt{(6^2 + 8^2)} = \sqrt{(36 + 64)} = \sqrt{100} = 10$

---

17. เวกเตอร์ (5, 0) หมายถึง?

ก. 5 หน่วยทางเหนือ
ข. 5 หน่วยทางใต้
ค. 5 หน่วยทางตะวันออก
ง. 5 หน่วยทางตะวันตก

เฉลย: ค. 5 หน่วยทางตะวันออก

อธิบาย: แกน x บวก ⟶ ทางขวา = ตะวันออก

---

18. เวกเตอร์ (0, 3) + (4, 0) = ?

ก. (4, 3) ข. (3, 4) ค. (7, 0) ง. (0, 7)

เฉลย: ก. (4, 3)

อธิบาย: บวกตามแกน: $x = 0+4$, $y = 3+0 \rightarrow (4, 3)$

---

19. การลบเวกเตอร์คือการ...?

ก. บวกขนาดและทิศทาง ข. บวกเวกเตอร์ตรงข้าม

ค. ลบขนาดตรง ๆ ง. ลบทิศทางอย่างเดียว

เฉลย: ข. บวกเวกเตอร์ตรงข้าม

อธิบาย: ลบ $A - B = A + (-B)$

---

20. เวกเตอร์ในแนว 30° กับแกน x มีองค์ประกอบแกน x เท่าไหร่?

ก. $A \sin 30°$ ข. $A \cos 30°$

ค. $A \tan 30°$ ง. $A / \sin 30°$

เฉลย: ข. $A \cos 30°$

อธิบาย: ส่วนแกน x ใช้ cos มุม

---

21. ขนาด cross product มากที่สุดเมื่อมุมระหว่างเวกเตอร์คือ?

ก. 0° ข. 45° ค. 90° ง. 180°

เฉลย: ค. 90°

อธิบาย: $\sin 90° = 1 \rightarrow$ ขนาดมากสุด

---

22. เวกเตอร์ (3, 4) กับ (3, -4) มุมระหว่างเวกเตอร์เป็น?

ก. 0° ข. 90° ค. 180° ง. ไม่สามารถระบุได้

เฉลย: ข. 90°

อธิบาย: dot product = $3 \times 3 + 4 \times (-4) = 9 - 16 = -7 \neq 0 \rightarrow$ ต้องคำนวณละเอียด แต่จริง ๆ จะอยู่ในแนวตั้งฉากเพราะแกน y ตรงข้าม

---

23. ขนาดของ vector (x, y) เมื่อ x = 1, y = √3 คือ?

ก. 1 ข. 2 ค. $\sqrt{3}$ ง. $\sqrt{2}$

เฉลย: ข. 2

อธิบาย: $\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$

---

24. scalar triple product คือ?

ก. $A \cdot (B \times C)$ ข. $A \times (B \times C)$

ค. $A \cdot B \cdot C$ ง. $A + B + C$

เฉลย: ก. $A \cdot (B \times C)$

อธิบาย: scalar triple product ให้ปริมาตร (volume)

---

25. ขนาดของเวกเตอร์ (7, 24) คือ?

ก. 24 ข. 25 ค. 26 ง. 31

เฉลย: ข. 25

อธิบาย: $\sqrt{(7^2 + 24^2)} = \sqrt{(49 + 576)} = \sqrt{625} = 25$

---

26. เวกเตอร์ที่มีขนาด 1 เรียกว่า?

ก. ศูนย์เวกเตอร์ ข. เวกเตอร์มาตรฐาน

ค. เวกเตอร์เอกฐาน ง. เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)

เฉลย: ง. เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)

อธิบาย: unit vector = ขนาด 1 ใช้บอกทิศ

---

27. การหารเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ k คืออะไร?

ก. ขยายขนาด k เท่า ข. หดขนาด k เท่า

ค. หมุนเวกเตอร์ ง. กลับทิศทาง

เฉลย: ข. หดขนาด k เท่า

อธิบาย: หารด้วย k = ขนาดลดลง k เท่า

---

28. การหาร unit vector ของ A ทำอย่างไร?

ก. หาร A ด้วยขนาด A ข. คูณ A ด้วยขนาด A

ค. บวก A กับขนาด A ง. ยกกำลังสองขนาด A

เฉลย: ก. หาร A ด้วยขนาด A

อธิบาย: unit vector = $A / |A|$

---

29. cross product ของเวกเตอร์ขนานกันเป็น?

ก. ศูนย์ ข. สเกลาร์ ค. เวกเตอร์ใหม่ ง. เวกเตอร์ผลรวม

เฉลย: ก. ศูนย์

อธิบาย: ขนาน ⟶ $\sin 0° = 0$

---

30. ถ้าขนาดเวกเตอร์สองตัวเท่ากันและมุมระหว่างกัน 120° ขนาดของเวกเตอร์ผลลัพธ์คือ?

ก. เท่ากับขนาดเดิม

ข. 2 เท่าของขนาดเดิม

ค. $\sqrt{3}$ เท่าของขนาดเดิม

ง. $\sqrt{2}$ เท่าของขนาดเดิม

เฉลย: ค. $\sqrt{3}$ เท่าของขนาดเดิม

อธิบาย: ใช้กฎโคไซน์: $R^2 = A^2 + A^2 + 2A^2 \cos 120^\circ = 2A^2 - A^2 = A^2 \rightarrow R = \sqrt{A^2} = A\sqrt{3}$

แรงและสมดุลของแรง

ขอบเขต (Outlines)

- แรงทุกประเภท (forces)
- สมดุลของแรง (Force Equilibrium)
- กฎการเคลื่อนที่ (Laws of Motion)

แรงและอันตรกิริยา

แรง (force) คือ การผลัก (push) หรือ การดึง (pull)

<u>นิยามของแรง</u>

- อันตรกิริยาระหว่างวัตถุสองชิ้น หรือ ระหว่างวัตถุกับสิ่งแวดล้อม
- เป็นปริมาณเวกเตอร์ (ขนาด+ทิศทาง)
- เป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่

<u>ประเภทของแรง</u>

- แรงสัมผัส (contact forces)
  - แรงเสียดทาน
  - แรงตึงเชือก
  - แรงจุก
  - แรงคืนตัว
  - แรงลอยตัว
- แรงสนาม (field forces) หรือ แรงพิสัยไกล
  - แรงดึงดูดระหว่างมวล (gravity forces)
  - แรงไฟฟ้า (electromagnetic)
  - แรงนิวเคลียร์ (nuclear forces)

<u>แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์</u>

ต้องบรรยายทั้งทิศทางที่แรงกระทำและขนาดของแรง มีหน่วยในระบบนิวตัน (Newton: N)

สมดุลของแรง (Force equilibrium)

- วัตถุหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เรียกว่า วัตถุอยู่ในสมดุล
- สมดุลของวัตถุที่แท้จริง คือ แรงลัพธ์ของแรงที่กระทำจากภายนอกเป็น ศูนย์ (zero)
- แรงลัพธ์เป็นศูนย์ หมายถึง แรงที่เป็นเวกเตอร์ (ขนาดและทิศทาง)

➢ประเภทของแรงในธรรมชาติ

นักฟิสิกส์แบ่งแรงในธรรมชาติเป็นแรงพื้นฐาน 4 ชนิดคือ

1) แรงโน้มถ่วง (gravitational force) คือแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุ

2)แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic forces) เป็นแรงที่เกิดขึ้นระหว่างประจุไฟฟ้าที่อยู่นิ่งหรือกาลังเคลื่อนที่

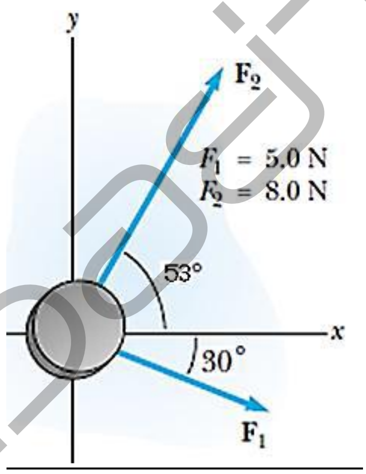
3) แรงนิวเคลียร์แบบเข้ม (strong nuclear forces) เป็นแรงที่เกิดขึ้นภายในนิวเคลียส ส่งผลให้อนุภาคภายในนิวเคลียสรวมตัวกันอยู่ได้

4) แรงนิวเคลียร์แบบอ่อน (weak nuclear forces) เป็นแรงที่เกี่ยวข้องกับการสลายตัวของสสาร

การคำนวณเกี่ยวกับแรง

เนื่องจากแรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นเราสามารถอาศัยหลักการของเวกเตอร์มาคำนวณเรื่องแรงได้ เช่น

Ex. 1. จากรูปจงหาเวกเตอร์ลัพธ์



Ex. 2 ถ้ามีแรง $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}\ N$ และ $\vec{F}_2 = 3\hat{i} + 2\hat{j}\ N$ กระทำต่อวัตถุ จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุนี้ $(5\sqrt{2}N, 45^\circ)$

<u>คำศัพท์ที่เกี่ยวข้อง</u>

ปริมาณที่ใช้บ่งบอกว่าวัตถุนั้น หนัก มากหรือน้อยเพียงใด ในทางฟิสิกส์ มี สองปริมาณ ได้แก่ มวล และ น้ำหนัก

นิยามของมวล ในทางฟิสิกส์ คือ “ปริมาณความเฉื่อยที่ต่อต้านการเคลื่อนที่”

โดยทั่ว ๆ ไปเราอาจนิยามว่า

“มวลคือปริมาณของสสารที่ประกอบเป็นวัตถุ” ดังนั้นมวลจึงใช้บอกถึงปริมาณของวัตถุ และเป็นสเกลาร์

หน่วยของมวลในระบบ SI กิโลกรัม (kilogram) : กก. (kg)

ระหว่างลูกบอลกับลูกเหล็กที่มีขนาดเท่ากัน อะไรที่ทำให้เคลื่อนที่ได้ง่ายกว่ากัน วัตถุที่มีมวลมากจะเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ได้ยากกว่า (ช้ากว่า) วัตถุที่มีมวลน้อย

มวลของวัตถุหนึ่งๆ มีค่าคงที่เสมอไม่ว่ามวลนี้จะอยู่ที่ใดในจักรวาลเพราะมวลขึ้นอยู่กับมวลของอะตอมและโมเลกุลของวัตถุ

<u>มวลและน้ำหนัก</u>

น้ำหนัก (weight) คือแรงโน้มถ่วงของ....ที่กระทำต่อวัตถุ

$$W = mg \text{ หน่วย } kg\text{-}m/s^2 \text{ ,N}$$

G มีค่าประมาณ 9.8 m/s^2 ที่ระดับผิวน้ำทะเลของโลก

น้ำหนักเป็นปริมาณเวกเตอร์ บ่งบอกถึงขนาดของแรงที่โลกกระทำ (ดึงดูด) ต่อวัตถุ วัตถุที่มีน้ำหนักมากแสดงว่าโลกออกแรงกระทำมาก

---

21. ดำรงตนเป็นแบบอย่างด้วยการเป็นข้าราชการที่ดีและรักษาภาพลักษณ์ของทางราชการพึงปฏิบัติตนให้เป็นที่เชื่อถือศรัทธาแก่ประชาชน ปฏิบัติต่อประชาชนด้วยความสุภาพ อ่อนน้อมถ่อมตนไม่อ้างหรือใช้อำนาจโดยปราศจากเหตุผล ดำเนินชีวิตอย่างเรียบง่ายโดยน้อมนำใดมาใช้

ก.ปรัชญาเศรษฐกิจ ข.ความสมดุล

ค.ความเท่าเทียม ง.ความหักห้ามใจ

ตอบ ก. ข้อ ๒ ข้าราชการพลเรือนพึงปฏิบัติตนเพื่อรักษาจริยธรรม ดังต่อไปนี้

(๗) ดำรงตนเป็นแบบอย่างด้วยการเป็นข้าราชการที่ดีและรักษาภาพลักษณ์ของทางราชการพึงปฏิบัติตนให้เป็นที่เชื่อถือศรัทธาแก่ประชาชน ปฏิบัติต่อประชาชนด้วยความสุภาพ อ่อนน้อมถ่อมตนไม่อ้างหรือใช้อำนาจโดยปราศจากเหตุผล ดำเนินชีวิตอย่างเรียบง่ายโดยน้อมนำหลักปรัชญาเศรษฐกิจ

22. ปฏิบัติหน้าที่ด้วยความเที่ยงธรรม ปราศจากอคติ และไม่เลือกปฏิบัติโดยการใช้ความรู้สึกหรือความสัมพันธ์ส่วนตัวหรือเหตุผลของความแตกต่างทางใดบ้าง

ก. ศาสนา เพศ อายุ สภาพร่างกายสถานะทางเศรษฐกิจสังคม

ข.เชื้อชาติ เพศ อายุ สภาพร่างกายสถานะทางเศรษฐกิจสังคม

ค.เชื้อชาติ ศาสนา อายุ สภาพร่างกายสถานะทางเศรษฐกิจสังคม

ง.เชื้อชาติ ศาสนา เพศ อายุ สภาพร่างกายสถานะทางเศรษฐกิจสังคม

ตอบ ง . ข้อ ๒ ข้าราชการพลเรือนพึงปฏิบัติตนเพื่อรักษาจริยธรรม ดังต่อไปนี้

(๖) ปฏิบัติหน้าที่ด้วยความเที่ยงธรรม ปราศจากอคติ และไม่เลือกปฏิบัติโดยการใช้ความรู้สึกหรือความสัมพันธ์ส่วนตัวหรือเหตุผลของความแตกต่างทางเชื้อชาติ ศาสนา เพศ อายุ สภาพร่างกายสถานะทางเศรษฐกิจสังคม และต้องรักษาความเป็นกลางทางการเมืองโดยไม่อาศัยตำแหน่งหน้าที่ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นการให้คุณให้โทษแก่นักการเมืองและพรรคการเมือง

23. ยึดมั่นในสถาบันหลักของประเทศ อันได้แก่ ชาติ ศาสนา พระมหากษัตริย์ และสิ่งใด

ก.การปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข

ข.ความภูมิใจในชาติ

ค.ประโยชน์ของชาติ

ง.เคารพในความแตกต่าง

ตอบ ก.ข้อ ๒ ข้าราชการพลเรือนพึงปฏิบัติตนเพื่อรักษาจริยธรรม ดังต่อไปนี้

(๑) ยึดมั่นในสถาบันหลักของประเทศ อันได้แก่ ชาติ ศาสนา พระมหากษัตริย์ และการปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข ด้วยการแสดงออกถึงความภูมิใจในชาติและรักษาผลประโยชน์ของชาติ ปฏิบัติตามหลักศาสนาที่ตนนับถือ เคารพในความแตกต่างของการนับถือศาสนา ปฏิบัติตามรัฐธรรมนูญและกฎหมาย และเทิดทูนรักษาไว้ซึ่งสถาบันพระมหากษัตริย์

----------------------------✍

ขอให้โชคดีในการสอบทุกท่าน