

MATH

มัธยม

เล่ม 1

พื้นที่ผิวและปริมาตร

กราฟ

ระบบสมการเชิงเส้น

ความคล้าย

ข้อสอบพร้อมเฉลยวิธีคิด

MATH

ນັກຮຽນ

ລຸ້ນ 1



MATH มัธยม เล่ม 1

เลขมาตรฐานสากลประจำหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

978-616-596-240-7

ราคา 320 บาท

© สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับที่ 5) พ.ศ. 2565

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ
ประชิด แก้วอัมไพ.

MATH มัธยม เล่ม 1. -- ปทุมธานี : สกายบุ๊กส์, 2568.
276 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).
I. ชื่อเรื่อง.

510.712

ISBN 978-616-596-240-7

จัดจำหน่ายหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (e-book) โดย

บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7

ต. ประชาธิปัตย์ อ. รัษฎา จ. ปทุมธานี 12130

โทรศัพท์ 0-2958-1125, 0-2958-1127

e-mail : sales@skybook.co.th, sales@skybook@gmail.com

www.facebook.com/skybook.co.th

www.skybook.co.th

1 พื้นที่ผิว และปริมาตร



เนื้อหา

มี 5 หัวข้อ

1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ

1.2 ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

1.3 ปริมาตรของพีระมิดและกรวย

1.4 ปริมาตรของทรงกลม

1.5 พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

แบบฝึกหัด 1.1 (แบบฝึกหัดเสริม)

แบบฝึกหัด 1.2 ก

แบบฝึกหัด 1.2 ข

แบบฝึกหัด 1.3 ก

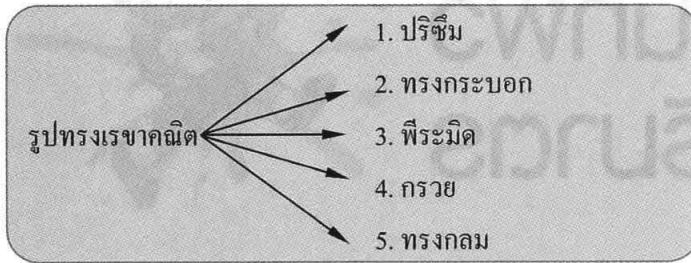
แบบฝึกหัด 1.3 ข

แบบฝึกหัด 1.4

แบบฝึกหัด 1.5

1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิตสามมิติ หรือ อาจเรียกว่า รูปทรงเรขาคณิต แบ่งออกเป็น 5 รูปทรง ได้แก่

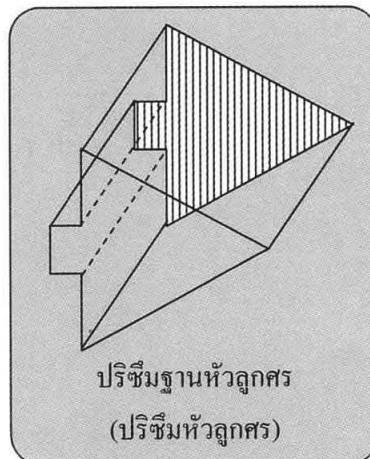
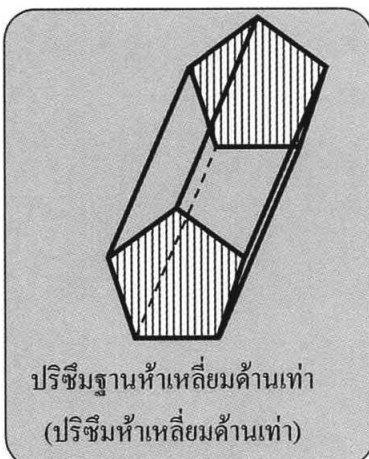


1.1.1 นิยามของปริซึม

นิยาม ปริซึม

รูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่ฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และ ด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกรูปทรงนี้ว่า ปริซึม

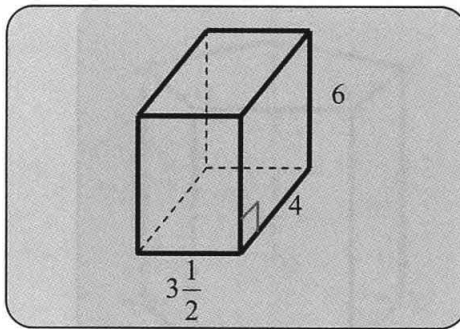
การเรียกชื่อปริซึม นั้น เรียกตามลักษณะรูปร่างของฐาน (ด้านที่เรเงา) ได้แก่



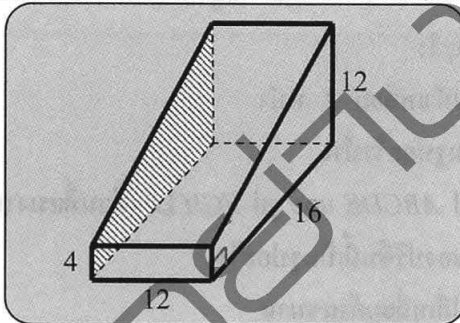
กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

จงทำเครื่องหมายถูกหรือผิดหน้าข้อทุกๆ ข้อ ต่อไปนี้

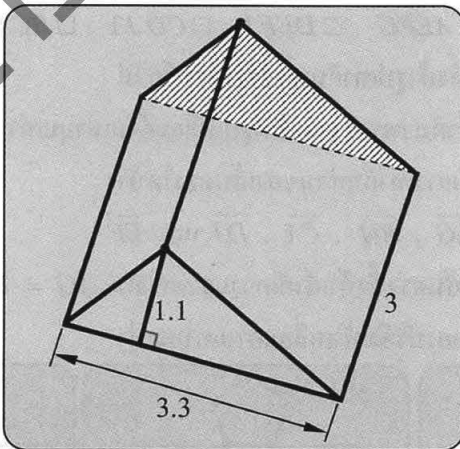
- ☐ 1. รูปเรขาคณิตสามมิติด้านล่างนี้เป็น ปริซึม



- ☐ 2. ปริซึมด้านล่างนี้มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



- ☐ 3. พื้นที่ฐานทั้งสองของปริซึมในข้อ 2. มีพื้นที่รวมเท่ากับ $2 \times \left(\frac{1}{2} \times (12 + 4) \times 12 \right)$ ตารางหน่วย
- ☐ 4. ปริซึมด้านล่างนี้มีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



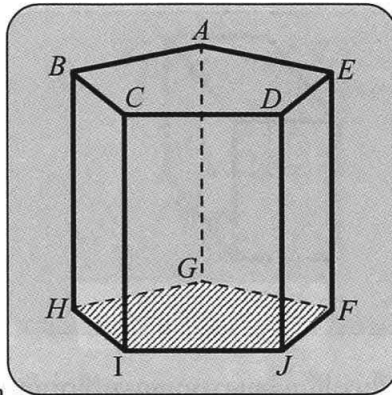
- ☐ 5. พื้นที่ฐานทั้งสองของปริซึมในข้อ 4. มีพื้นที่รวมเท่ากับ $2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3.3 \times 1.1 \right)$ ตารางหน่วย
- ☐ 6. ฐานฐานหนึ่งของปริซึมในข้อ 2 และ ข้อ 4. คือ ส่วนที่แรเงา

เฉลยคำตอบกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

1.	☒	2.	☒	3.	☒	4.	☒	5.	☒	6.	☒						
----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	--	--	--	--	--	--

แบบฝึกหัด“สำรวจปริซึม”

1. ตอบคำถามเกี่ยวกับรูปทรงปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้านล่างนี้



1.) ปริซึมนี้มีทั้งหมดกี่หน้า

ตอบ $2 + 5 = 7$ หน้า คือฐาน 2 หน้า ด้านข้าง 5 หน้า

2.) ฐานของปริซึมนี้เป็นรูปอะไร

ตอบ รูปห้าเหลี่ยม 2 หน้า

ฐานของปริซึมนี้เป็นรูปอะไรบ้าง

ตอบ รูป $ABCDE$ และ รูป $FGHIJ$ (ส่วนที่แรเงา)

3.) รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมนี้เป็นรูปอะไร

ตอบ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมนี้มีกี่รูป

ตอบ 5 รูป

รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมนี้เป็นรูปอะไรบ้าง

ตอบ $\square ACFG$, $\square DEFJ$, $\square CDJI$, $\square BCIH$, $\square ABHG$

4.) รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทั้งห้ารูปเท่ากันทุกประการหรือไม่

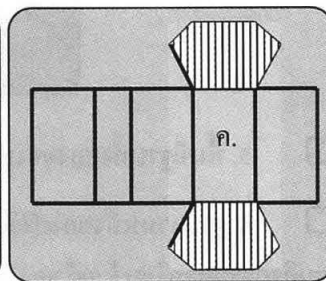
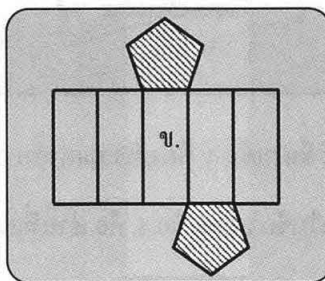
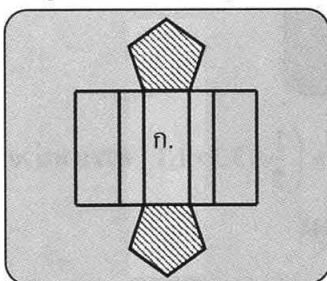
ตอบ เท่ากัน เพราะ ฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

5.) ส่วนสูงของปริซึมมีความยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงใดบ้าง

ตอบ $\overline{AG}$, $\overline{BH}$, $\overline{CI}$, $\overline{DJ}$ และ $\overline{EF}$

(ส่วนของเส้นตรงทั้งห้าเส้นมีความยาวเท่ากัน $AG = BH = CI = DJ = EF$)

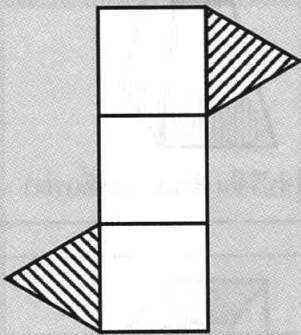
6.) รูปใดต่อไปนี้เป็นรูปคลี่ของปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



ตอบ รูป ข.

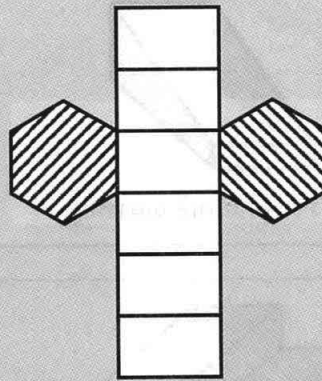
2. รูปคลี่ในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นรูปคลี่ของปริซึมชนิดใด (บอกไว้ว่า ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา)

1.)



ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า

2.)



ตอบ ปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

3.)



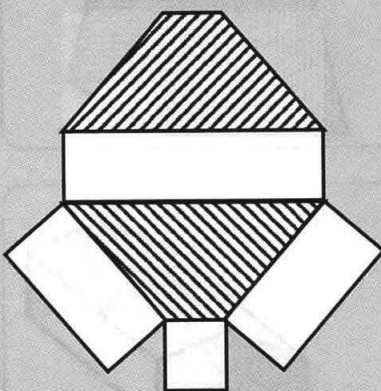
ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า

4.)



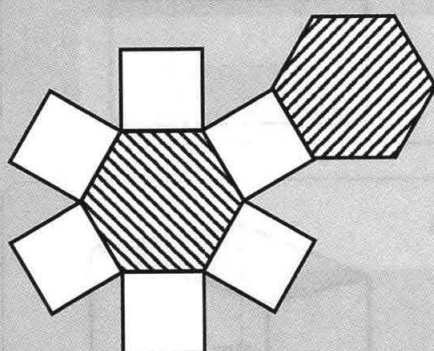
ตอบ ปริซึมสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

5.)



ตอบ ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู

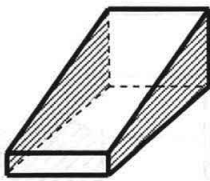
6.)



ตอบ ปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

3. รูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ข้อใดเป็นรูปของปริซึม และ บอกว่า ฐาน เป็นรูปอะไร

1.)



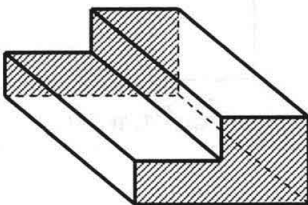
ตอบ ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมคางหมู

2.)



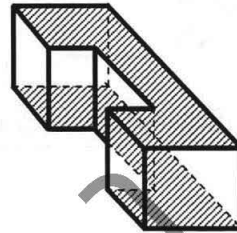
ตอบ ไม่ใช่ปริซึม สังเกตภาพที่แรเงา

3.)



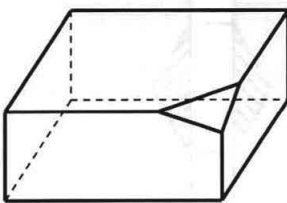
ตอบ ปริซึมฐานหกเหลี่ยม

4.)



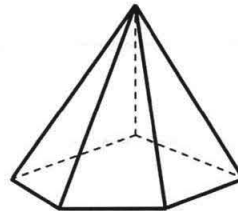
ตอบ ปริซึมฐานแปดเหลี่ยมรูปโทรทัศน์

5.)



ตอบ ไม่เป็นปริซึม

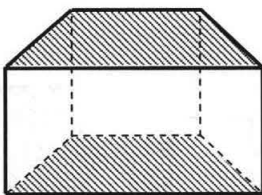
6.)



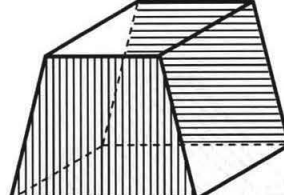
ตอบ ไม่เป็นปริซึม

4. รูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปของปริซึมทุกรูป จงระบุฐานของปริซึมทุกรูป

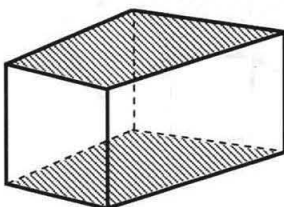
1.)



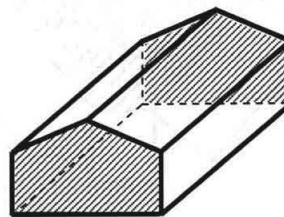
2.)



3.)



4.)



ตอบ (ฐานก็คือ ส่วนที่แรเงาในแต่ละข้อนั่นเอง)

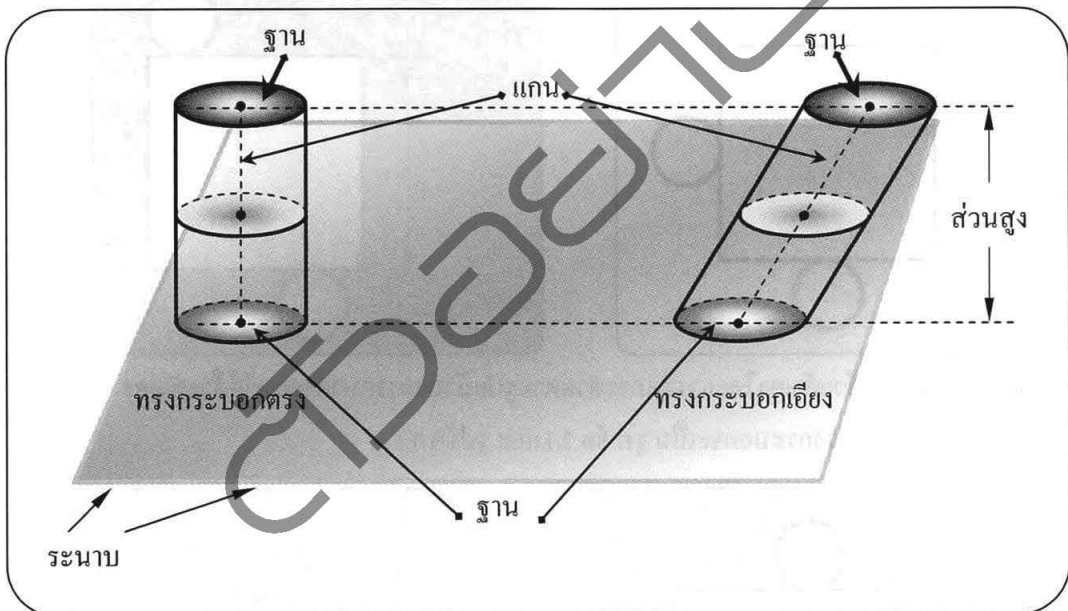
1.1.2 นิยามของทรงกระบอก

นิยาม ทรงกระบอก

รูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่ฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน (เมื่อตัดรูปทรงเรขาคณิตสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับ ฐานแล้ว จะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ) และ เรียก รูปทรงนี้ว่า ทรงกระบอก

การเรียกชื่อทรงกระบอก นั้น ไม่ได้เรียกตามลักษณะรูปร่างของฐาน เพราะฐานเป็นรูปวงกลมเท่ากัน แต่ จะเรียกตามลักษณะของแกนและความสูงของทรงกระบอก

ทรงกระบอกจึงแยกเป็น 2 ประเภท



ข้อสังเกต ส่วนสูงที่วัดเพื่อจะเป็นค่าความสูงของทรงกระบอกนั้นจะตั้งฉากกับฐานเสมอ

นิยามเสริม ทรงกระบอกตรง

ทรงกระบอกที่มีความยาวของแกนเท่ากับส่วนสูง

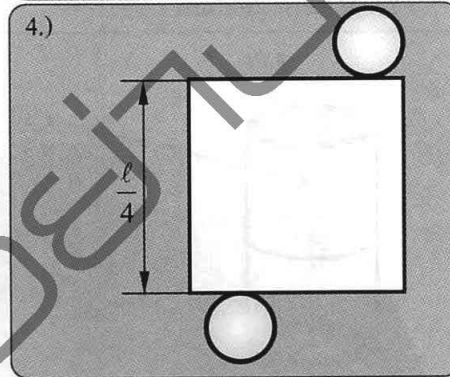
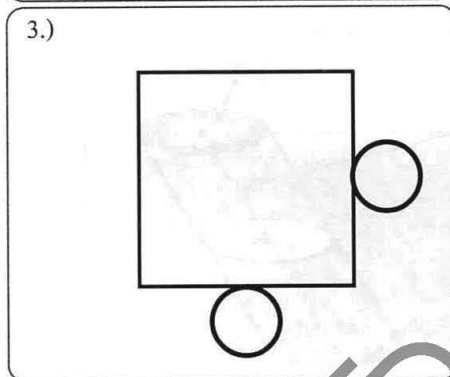
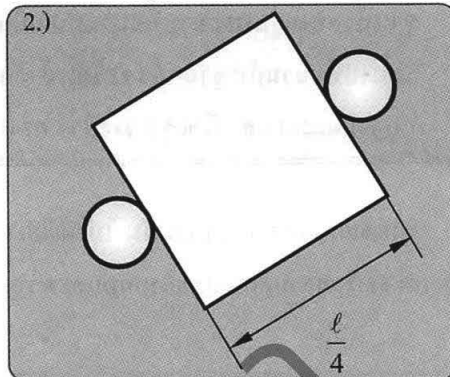
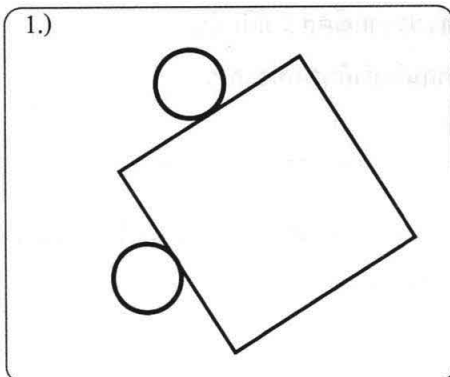
นิยามเสริม ทรงกระบอกเอียง

ทรงกระบอกที่มีความยาวของแกนไม่เท่ากับส่วนสูง

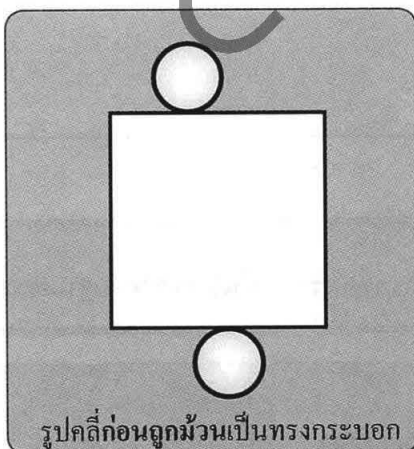
แบบฝึกหัด“สำรวจทรงกระบอก”

1 – 2. รูปใดเป็นรูปคลี่ของทรงกระบอก เมื่อฐานซึ่งเป็นวงกลมและด้านข้างเมื่อคลี่ออกมาจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งกรณีนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ ℓ หน่วย

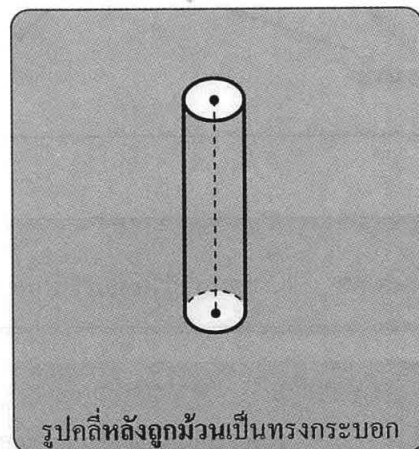
จงหาความยาวของเส้นรอบวงของฐาน และ รัศมีของฐาน



วิธีทำ ถ้าลองทำด้วยตัวเองโดยการตัดกระดาษตามรูปแล้วสามารถหาคำตอบได้ด้วยตัวเอง รูปคลี่ของทรงกระบอกจะเป็น รูป ข้อ 2.) และ รูปข้อ 4.)



รูปคลี่ก่อนถูกม้วนเป็นทรงกระบอก



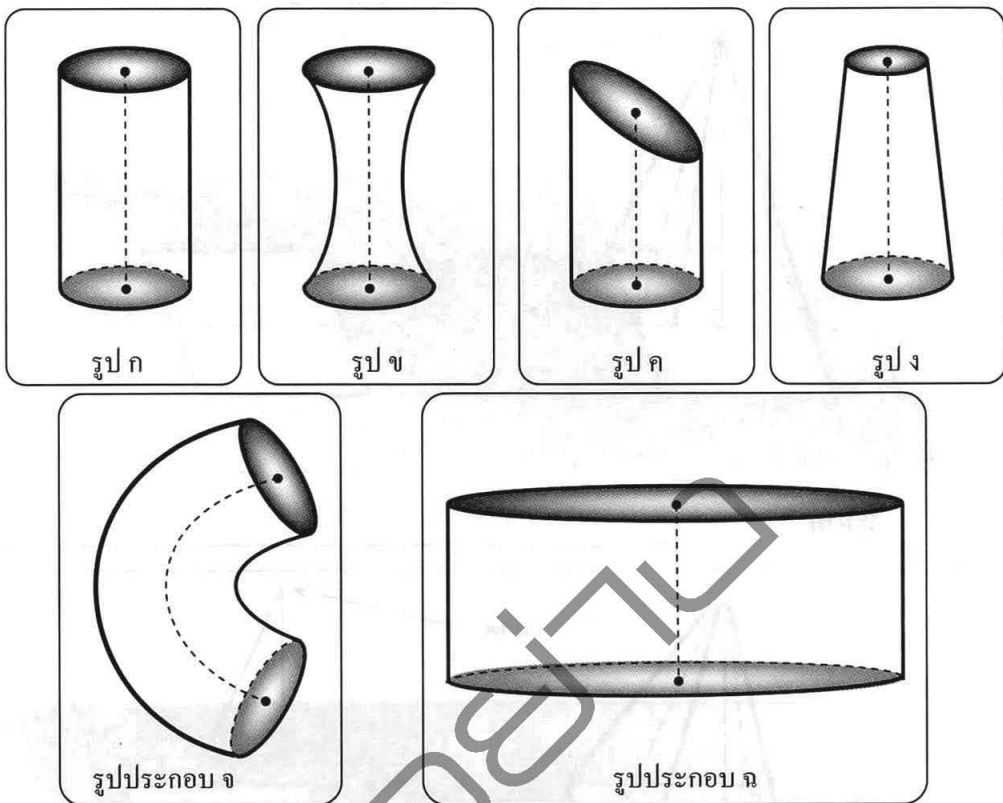
รูปคลี่หลังถูกม้วนเป็นทรงกระบอก

$\therefore$ เส้นรอบวงของแต่ละฐานจะมีความยาว เท่ากับ $\frac{\ell}{4}$ หน่วย ตอบ

รัศมีของฐาน $r = \frac{\ell}{4(2\pi)}$

$\therefore$ รัศมีของฐาน $r = \frac{\ell}{8\pi}$ หน่วย ตอบ

3. รูปทรงเรขาคณิตรูปใดเป็น ทรงกระบอก พร้อมคำอธิบาย รูป ก ถึง รูป ง



วิธีคิด

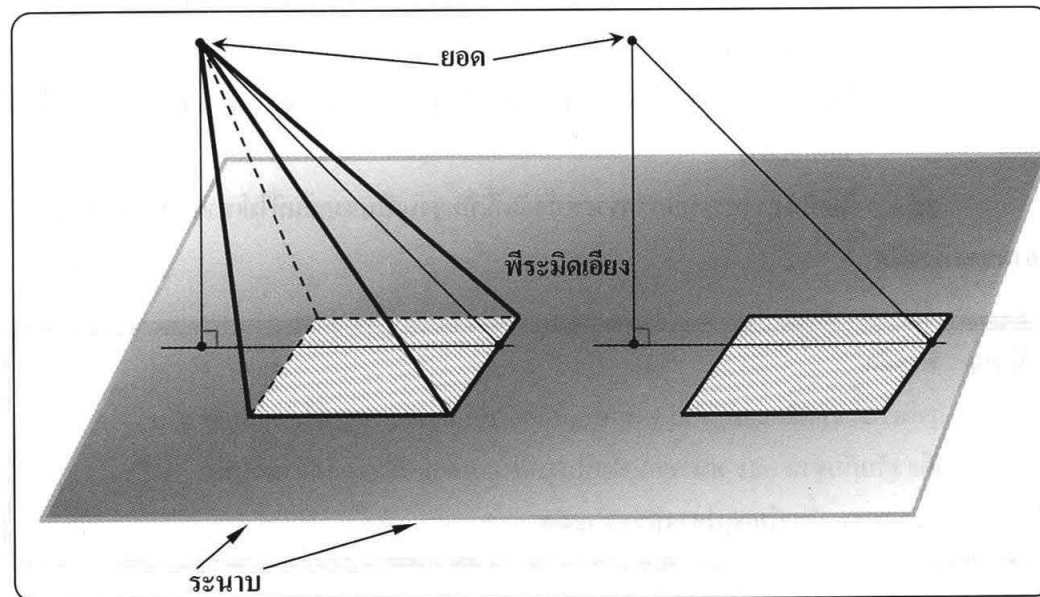
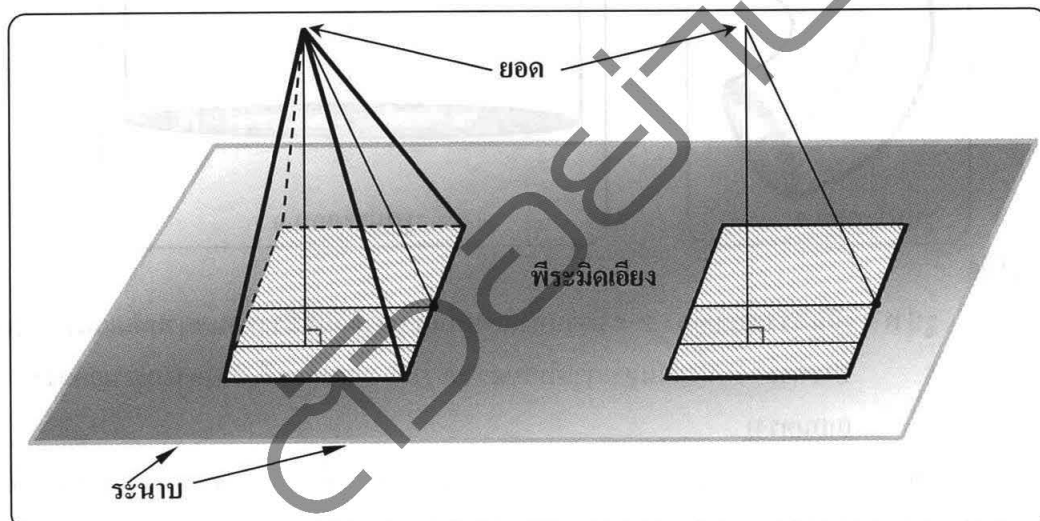
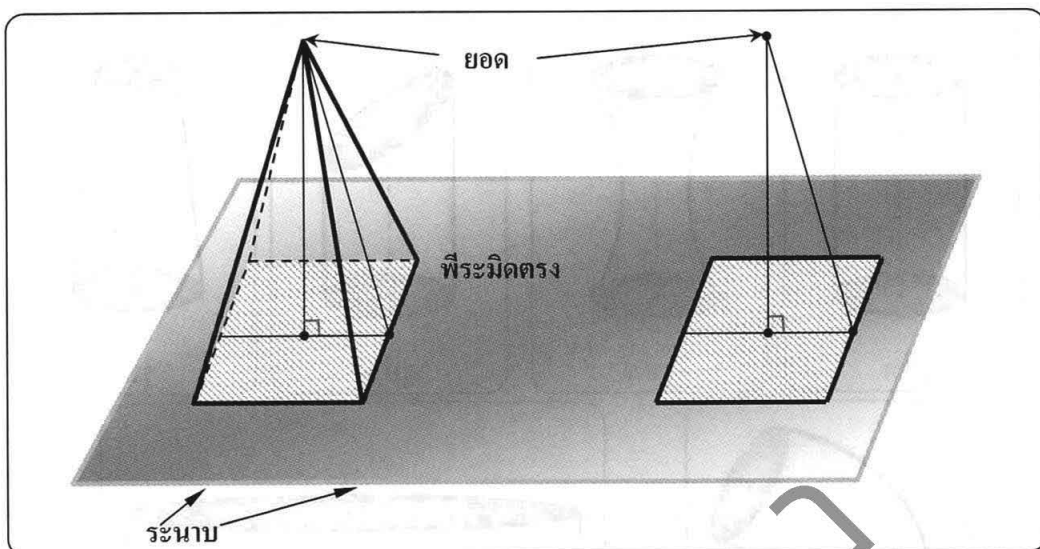
- รูป ก เป็นทรงกระบอก เพราะมีฐานทั้งสองฐานเป็นวงกลมที่มีระนาบขนานกันและเท่ากันทุกประการ รวมทั้งส่วนสูงยาวเท่ากับความยาวของแกนด้วย จึงเป็นทรงกระบอกตรง (แกนตรง)
- รูป ข ไม่เป็นทรงกระบอก เพราะเมื่อใช้ระนาบตัดในแนวที่ขนานกับฐานแล้ว หน้าตัดที่ได้แต่ละระนาบที่ตัดหน้าเป็นวงกลมที่ไม่เท่ากันทุกประการ วงกลมที่ได้จากระนาบตรงกลางจะเล็กที่สุด)
- รูป ค ไม่เป็นทรงกระบอก เพราะหน้าตัดที่เป็นฐานทั้งสองไม่ขนานกันและเป็นรูปที่ไม่เท่ากันทุกประการ
- รูป ง ไม่เป็นทรงกระบอก เพราะหน้าตัดที่เป็นฐานเป็นวงกลมที่ไม่เท่ากันทุกประการ

1.1.3 นิยามของพีระมิด

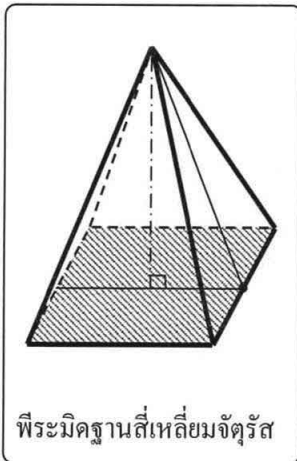
นิยาม พีระมิด

รูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และ หน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ ยอดแหลม นั้น เรียกรูปทรงนี้ว่า พีระมิด

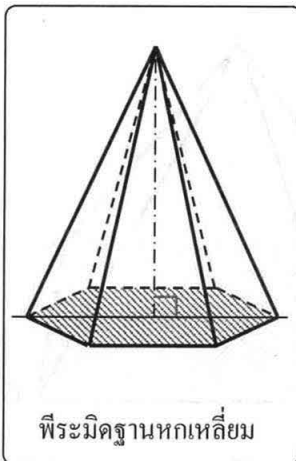
พีระมิด มีลักษณะทั้งพีระมิดตรงและพีระมิดเอียง ดังตัวอย่างต่อไปนี้



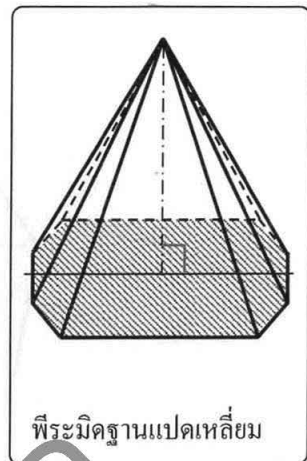
สำหรับการศึกษาเรื่อง พีระมิด จะศึกษาเฉพาะพีระมิดตรง ที่เท่านั้น
การเรียกชื่อพีระมิดนั้น จะเรียกตามลักษณะรูปร่างของฐานที่เป็นรูปเหลี่ยมใดๆ



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

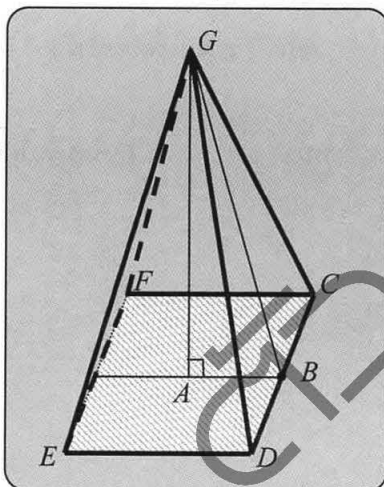


พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



พีระมิดฐานแปดเหลี่ยม

การเรียกส่วนต่างๆ ของพีระมิดตรง



ยอด มี 1 ยอด คือ จุด G

สัน มี 4 สัน คือ $\overline{CG}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$ และ $\overline{FG}$

ความยาว $CG = DG = EG = FG$

ส่วนสูงของพีระมิด มี 1 ส่วนสูง คือ $\overline{AG}$

ส่วนสูงเอียง ได้แก่ $\overline{BG}$

ฐาน $\square CDEF$

เพื่อความเข้าใจตรงกัน การศึกษาเรื่องพีระมิดจะศึกษาเฉพาะพีระมิดตรง และสันทุกสันยาวเท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง จงทำเครื่องหมายถูกหรือผิดหน้าข้อทุกๆ ข้อ ต่อไปนี้

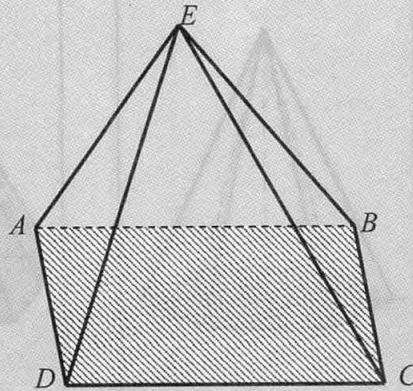
- ☐ 1. พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีสัน 4 สัน
- ☐ 2. พีระมิดตรงฐานห้าเหลี่ยม มีสัน 6 สัน
- ☐ 3. พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยม มีสัน 6 สัน
- ☐ 4. พีระมิดตรงฐานแปดเหลี่ยม มีสัน 8 สัน
- ☐ 5. พีระมิด มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยม
- ☐ 6. พีระมิดตรงฐานแปดเหลี่ยม มีหน้า 8 หน้า มีฐาน 1 ฐาน
- ☐ 7. พีระมิดตรงใดๆ จะมีจำนวนหน้าไม่เท่ากับจำนวนสันเสมอ

เฉลยกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

1. ☒	2. ☒	3. ☒	4. ☒	5. ☒	6. ☒	7. ☒			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

แบบฝึกหัด“สำรวจพีระมิด”

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป แล้วตอบคำถาม 5 ข้อ โดยเลือกข้อที่ถูกที่สุด



1.1 รูปเหลี่ยมใด คือ ฐาน ของพีระมิด

1.) $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

2.) $\square ABCD$ สี่เหลี่ยมจัตุรัส

3.) $\square ABCD$ สี่เหลี่ยมผืนผ้า

4.) $\square ABCD$ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1.2 พีระมิดนี้มีกี่หน้า

1.) 3 หน้า

2.) 4 หน้า

3.) 5 หน้า

4.) ไม่มีข้อใดถูก

1.3 ข้อใดถูกต้อง

1.) พีระมิดนี้มี 4 หน้า และ 4 สันซึ่งทุกสันยาวเท่ากัน

2.) พีระมิดนี้มี 5 หน้า และ 4 สันซึ่งทุกสันยาวเท่ากัน

3.) พีระมิดนี้มี 5 หน้า และ 5 สันซึ่งทุกสันยาวเท่ากัน

4.) ไม่มีข้อใดถูก

1.4 หน้าทุกหน้าของพีระมิดทรงนี้เป็นรูปอะไร

1.) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 4 รูปที่มีขนาดเท่ากัน

2.) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 4 รูปที่มี 2 ขนาด

3.) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 4 รูปที่มีขนาดเท่ากัน

4.) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 4 รูปที่มี 2 ขนาด

1.5. ข้อใดถูกต้อง

1.) $\triangle ABE \cong \triangle DCE$

2.) $\triangle ADE \cong \triangle BCE$

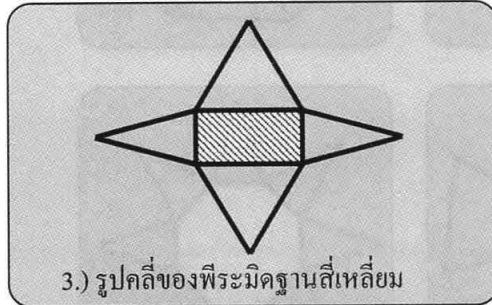
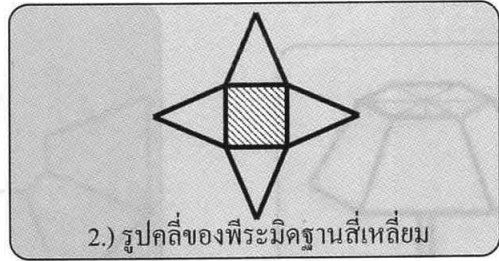
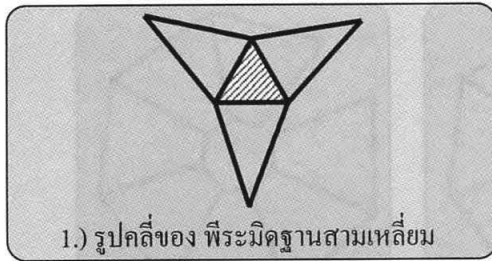
3.) $\triangle ABE \cong \triangle BCE$

4.) หน้าทั้งหมดมี 2 ขนาด ซึ่ง หน้าที่อยู่ติดกันจะเท่ากันทุกประการ

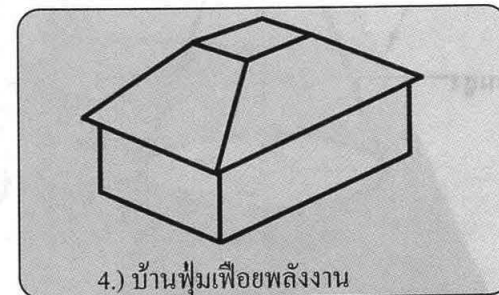
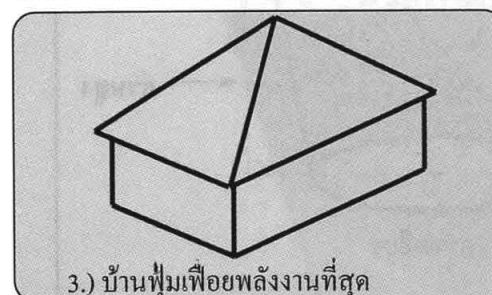
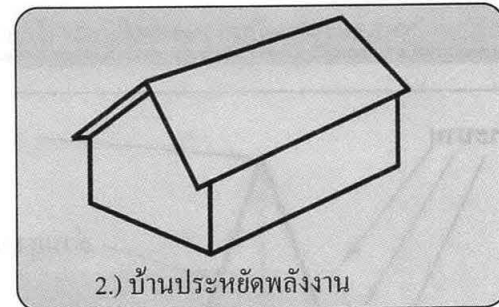
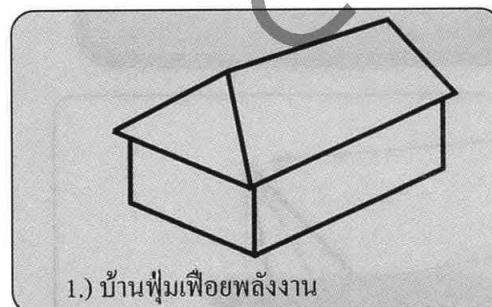
เฉลย คำตอบแบบฝึกหัด“สำรวจพีระมิด”

1.1 3.)	1.2 2.)	1.3 1.)	1.4 2.)	1.5 1.)					
---------	---------	---------	---------	---------	--	--	--	--	--

2. รูปต่อไปนี้นี้เป็นรูปคลี่ของพีระมิดชนิดใด (เฉลยได้รูป)

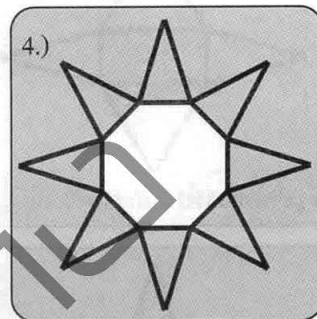
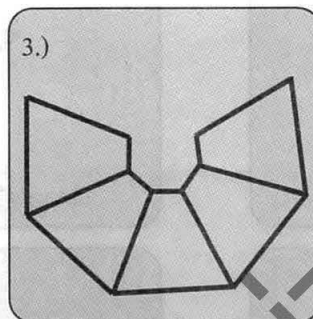
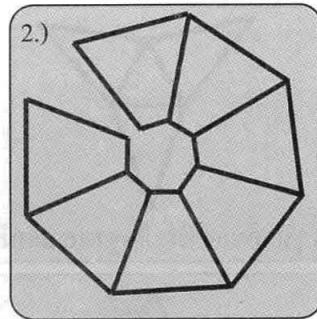
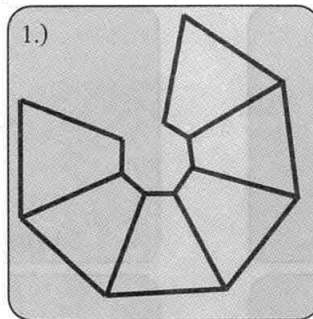
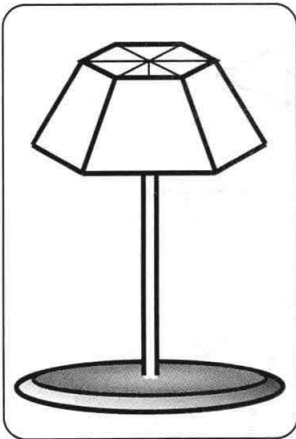


3. หลังคาบ้านในข้อใดมีลักษณะเป็นพีระมิด จงให้เหตุผล



เฉลย ข้อ ตัวเลือก ข้อ 3.) เพราะ มียอดพีระมิด 1 ยอด

4. ส่วนครอบดวงไฟ ลักษณะ คังรูป จะมีรูปคลี่เป็นลักษณะ ตามข้อใด

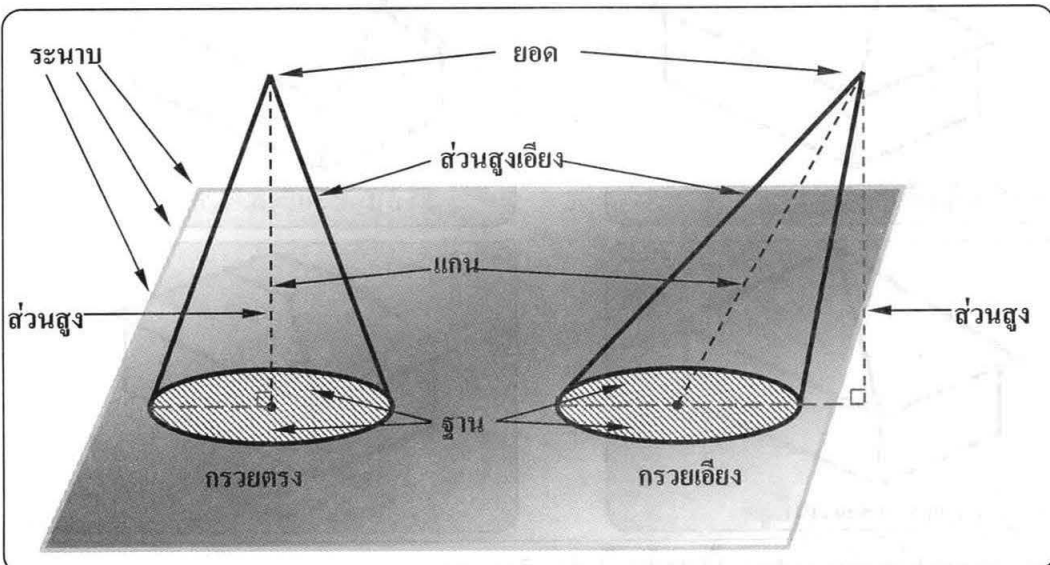


เฉลย ข้อ ตัวเลือก ข้อ 1.)

1.1.4 นิยามของกรวย

นิยาม กรวย

รูปทรงเรขาคณิตตามวิธีที่ฐานเพียงหนึ่งฐานเป็นรูปวงกลม โดยมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และ เส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐาน เป็นส่วนของเส้นตรง เรียก รูปทรงนี้ว่า กรวย



กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง จงทำเครื่องหมายถูกหรือผิดหน้าข้อต่างๆ ข้อ ต่อไปนี้

- ☐ 1. กรวยตรงมีส่วนสูงยาวกว่าแกนกรวย
- ☐ 2. กรวยเอียงมีส่วนสูงยาวเท่ากับแกนกรวย
- ☐ 3. ฐานของกรวยตรงใดๆ จะคล้ายกันเสมอ เพราะ ฐานเป็นวงกลม
- ☐ 4. กรวยตรงและกรวยเอียงที่มีความสูงเท่ากัน จะมีแกนกรวยยาวไม่เท่ากัน
- ☐ 5. กรวยตรงและกรวยเอียงที่มีความสูงเท่ากัน แกนกรวยเอียงจะสั้นกว่ากรวยตรง
- ☐ 6. การคำนวณเรื่องกรวยตรง นั้น ส่วนสูงเอียง ส่วนสูง และรัศมีของฐานกรวย เป็นเส้นตรงสามเส้นประกอบเป็นรูปปิด คือรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- ☐ 7. การหาความยาว ของเส้นใดเส้นหนึ่ง เมื่อรู้ความยาวของสองเส้นใดในข้อ 6. นั้น สามารถใช้การคำนวณหาความยาวของอีกเส้นที่เหลือ โดยใช้ ทฤษฎีพีทาโกรัส

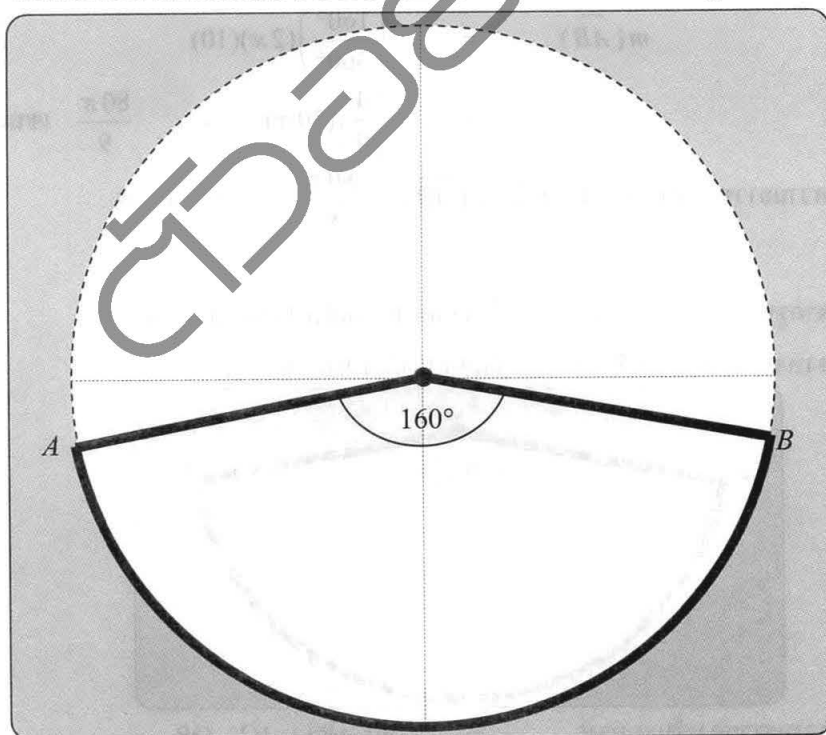
เฉลยกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

1. ☒	2. ☒	3. ☒	4. ☒	5. ☒	6. ☒	7. ☒			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ลองทำกรวยจากวงกลมด้วยมือเธอ

โจทย์ จากรูปข้างล่าง ถ้าวงกลมที่เป็นเส้นประนี้มีรัศมี 10 เซนติเมตร

ตัดกระดาษตามเส้นทึบเพื่อนำกระดาษที่ตัดแล้วไปม้วนพับเป็นกรวยฐานเปิด



จากรูปข้างบน ถ้าวงกลมที่เป็นเส้นประนี้มีรัศมี 10 เซนติเมตร จงหาความยาวของครึ่งวงกลม

วิธีทำ ความยาวของเส้นรอบวงของวงกลม $\left(\frac{360^\circ}{360^\circ}\right)(2\pi r)$

ความยาวของ ของครึ่งวงกลม แทนด้วย $\left(\frac{180^\circ}{360^\circ}\right)(2\pi r)$

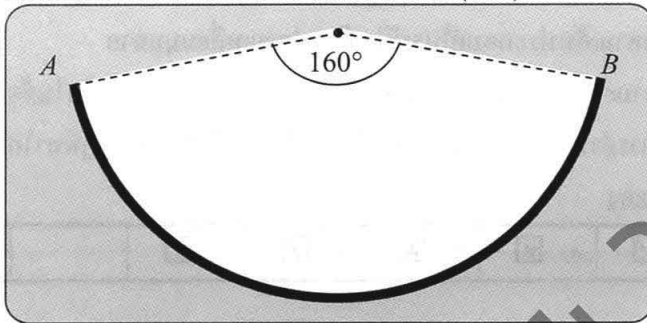
$$\left(\frac{180^\circ}{360^\circ}\right)(2\pi r) = \left(\frac{1}{2}\right)(2\pi)(10)$$

$$= 10\pi$$

เซนติเมตร

∴ ความยาวของครึ่งวงกลม 10π เซนติเมตร ตอบ

โจทย์ จากรูปวงกลมที่ผ่านมาดังกล่าว ถ้าวางกลมที่เป็นเส้นประมีรัศมี 10 ซม.
จงหาความยาวของเส้นโค้ง AB อาจแทนด้วย $m(\widehat{AB})$



วิธีทำ ความยาวของเส้นรอบวงของวงกลม $\left(\frac{360^\circ}{360^\circ}\right)(2\pi r)$

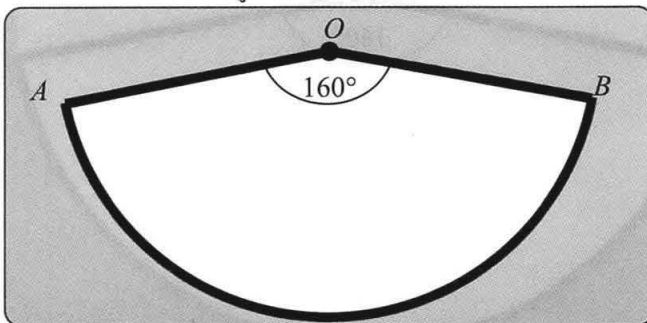
ความยาวของ $\widehat{AB}$ แทนด้วย $m(\widehat{AB})$

$$m(\widehat{AB}) = \left(\frac{160^\circ}{360^\circ}\right)(2\pi)(10)$$

$$= \left(\frac{4}{9}\right)(20\pi) = \frac{80\pi}{9} \text{ เซนติเมตร}$$

∴ ความยาวของเส้นโค้ง AB หรือ $m(\widehat{AB}) = \frac{80\pi}{9}$ เซนติเมตร ตอบ

โจทย์ จากรูปวงกลมที่ผ่านมาดังกล่าว ถ้าวางกลมที่เป็นเส้นประมีรัศมี 10 ซม.
จงหาความยาวของเส้นรอบรูปที่ตัดออกมาเป็นรูปเป็นกรวย



วิธีทำ ความยาวของเส้นรอบรูป $= m(\widehat{AB}) + AO + OB$

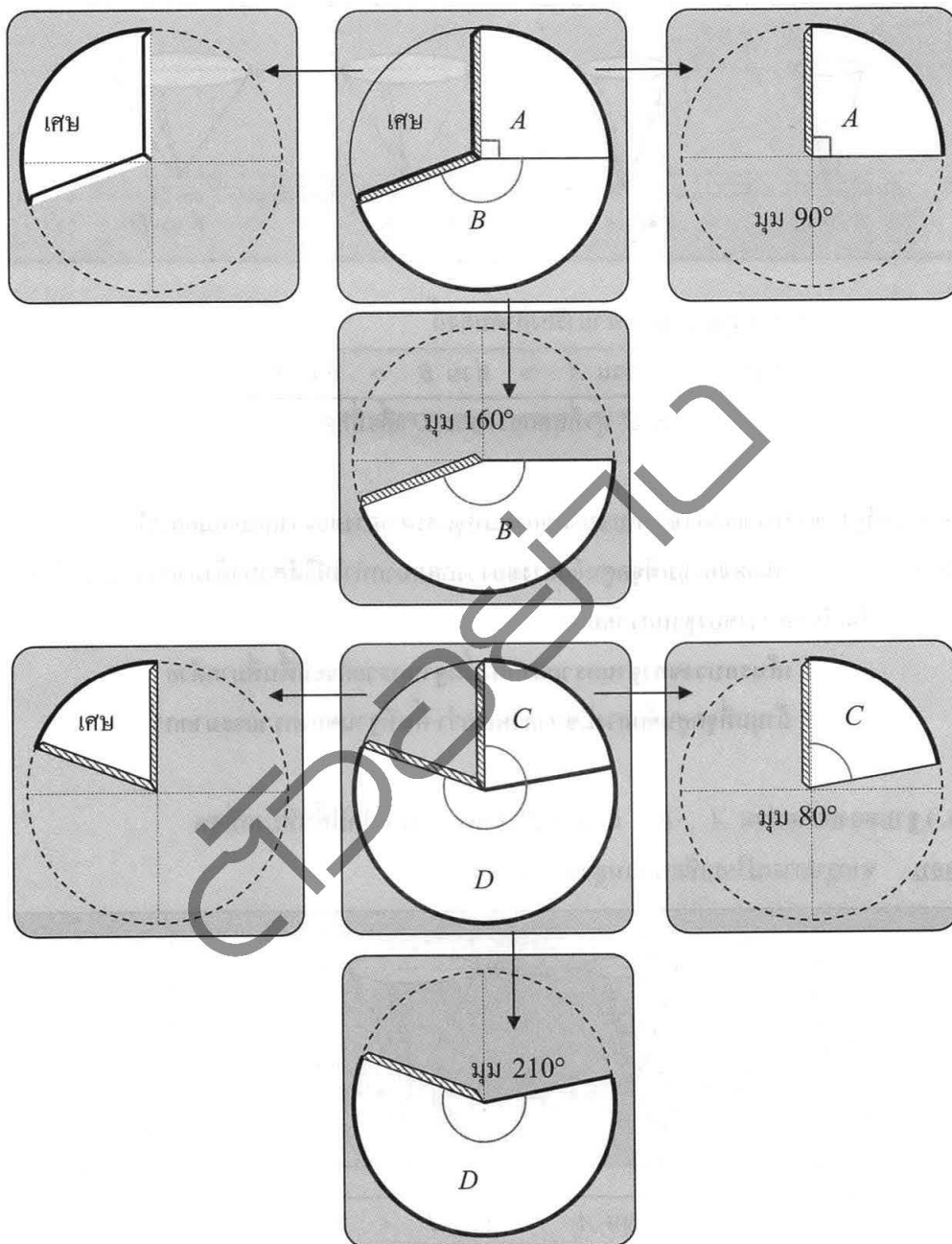
$$= \frac{80\pi}{9} + 10 + 10$$

$$= \frac{80\pi}{9} + 20 \text{ เซนติเมตร}$$

∴ ความยาวของเส้นรอบรูป $= \frac{80\pi}{9} + 20$ เซนติเมตร ตอบ

แบบฝึกหัด อํารวจกรวย

1. ตัดกระดาษวงกลม 2 ชิ้น รัศมี 10 เซนติเมตร แบ่งเป็นส่วน A , B , C และ D โดยชิ้นแรกแบ่งเป็นส่วน A และ B เหลือ เศษชิ้นส่วนแรก ชิ้นสองแบ่งเป็นส่วน C และ D เหลือ เศษชิ้นส่วนสอง ดังรูป



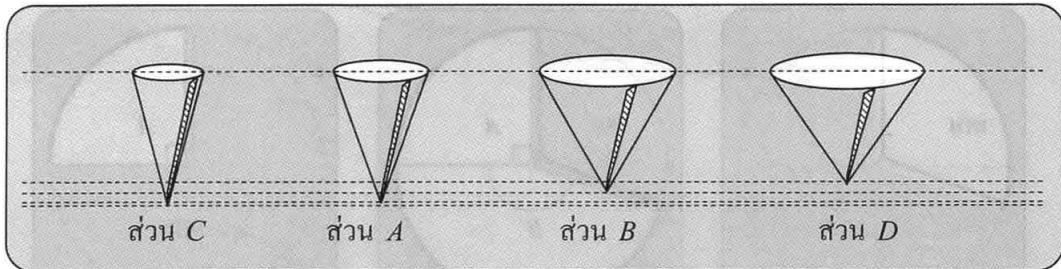
2. ตอบคำถาม 6 ข้อย่อย

1.) เมื่อนำ ส่วน A , B , C และ D มาทำการม้วนเป็นกรวยฐานเปิดจะมีส่วนสูงเอียงของกรวย A , B , C และ D เท่ากันหรือไม่

ตอบ เท่ากัน เพราะส่วนสูงเอียงมีความยาวเท่ากับรัศมีของกระดาษที่ตัดมาซึ่งยาว 10 เซนติเมตร

2.) เมื่อนำ ส่วน A , B , C และ D มาทำการม้วนเป็นกรวยฐานเปิดจะมีส่วนสูงของกรวย A , B , C และ D เท่ากันหรือไม่

ตอบ เมื่อนำส่วนสูงของกรวยมาเปรียบเทียบกับดังรูป



จะพบว่าส่วนสูงตรงของกรวย เรียงลำดับดังนี้

$$\text{ส่วน } C > \text{ส่วน } A > \text{ส่วน } B > \text{ส่วน } D$$

กรวย C สูงที่สุดและกรวย D เตี้ยที่สุด

3.) พื้นที่ฐานของกรวยเกี่ยวข้องกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเดิมอย่างไร

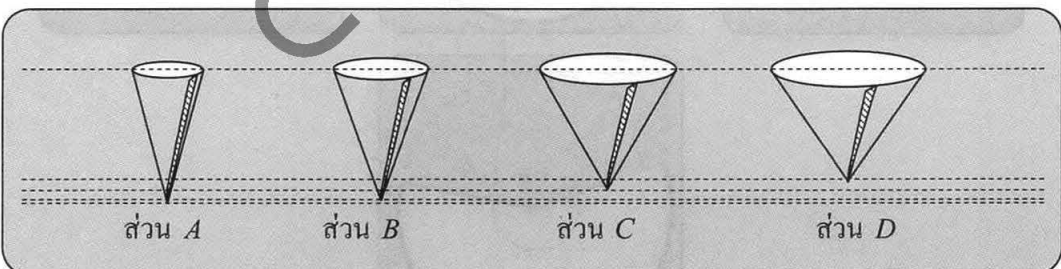
ตอบ ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมมากทำให้ได้ส่วนโค้งมากและม้วนเป็นกรวยได้เส้นรอบวงของฐานกรวยมาก

เส้นรอบวงของฐานกรวยมากดังนั้นฐานกรวยก็จะมีพื้นที่มากด้วย

$\therefore$ ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดใหญ่กว่า พื้นที่ฐานของกรวยจะมากกว่า

4.) ฐานของกรวยส่วน A , B , C และ D ฐานของกรวยใดมีพื้นที่มากที่สุด

ตอบ จากรูปการเปรียบเทียบส่วนสูงของกรวยข้อ 2.)



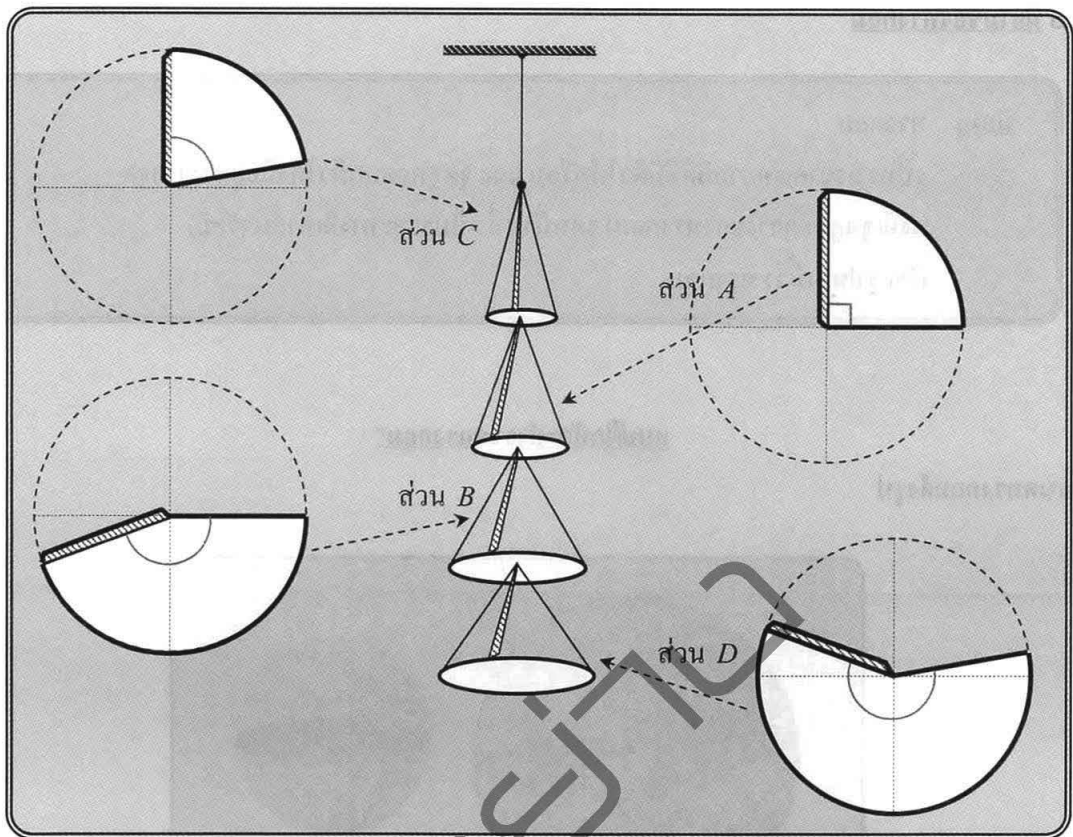
$$\text{ส่วน } C < \text{ส่วน } A < \text{ส่วน } B < \text{ส่วน } D$$

5.) ขอบของฐานของกรวยคือส่วนใดของวงกลมเดิม

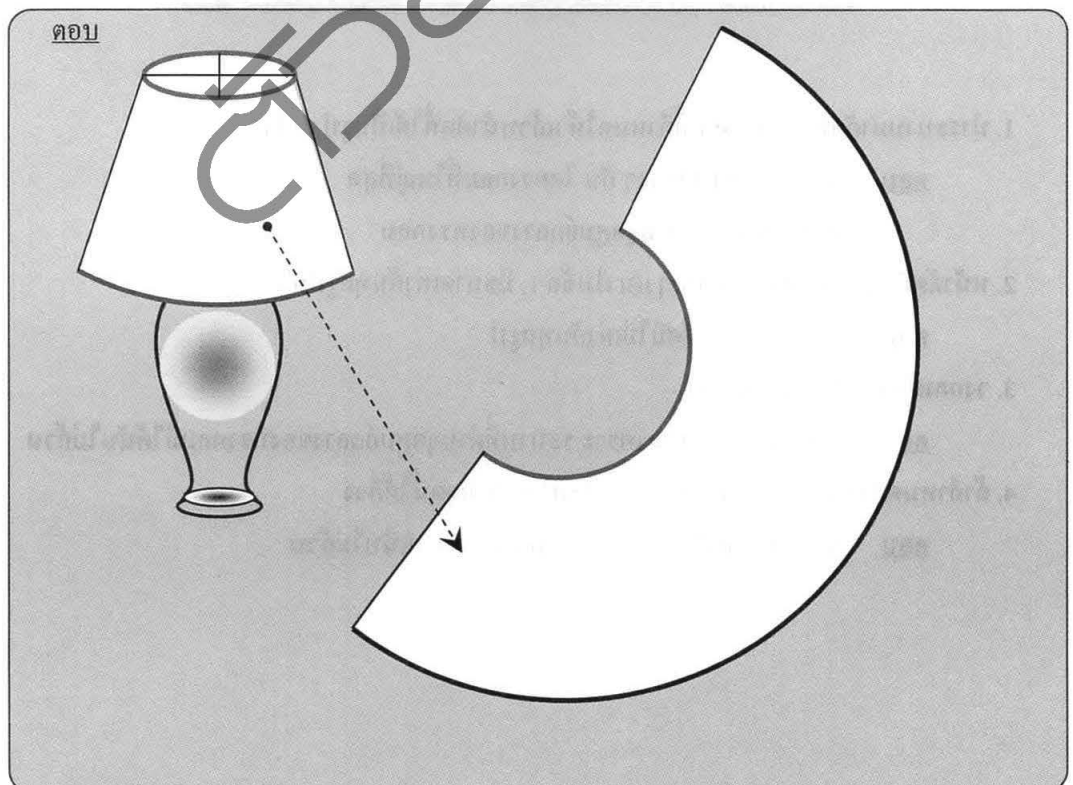
ตอบ ขอบของฐานกรวย คือ ส่วนโค้ง ของวงกลมเดิม

6.) นำกรวยทั้งสี่มาเรียงร้อยแล้วห้อยโคงเตงเป็นโมบาย กรวยใดเป็นชั้นส่วนใด

ตอบ ดูรูปประกอบพร้อมคำอธิบายเพิ่มเติม



3. จากโคมไฟด้านล่าง นำที่ครอบโคมไฟมาคลี่ออกจะได้เป็นรูปอะไร



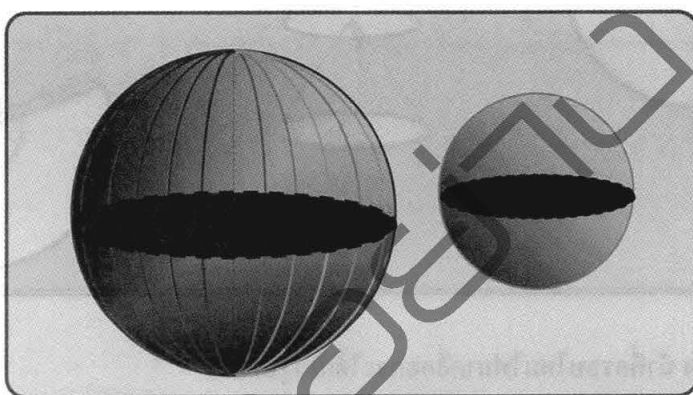
1.1.5 นิยามของทรงกลม

นิยาม ทรงกลม

รูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และ จุดทุกจุดบนผิวโค้งนี้อยู่ห่างจากจุด
คงที่(จุดศูนย์กลางของทรงกลม) จุดหนึ่งหนึ่งเป็นระยะทางที่เท่ากัน (รัศมี)
เรียกรูปทรงนี้ว่า ทรงกลม

แบบฝึกหัด“สำรวจทรงกลม”

กำหนดทรงกลมดังรูป



1. นำระนาบมาตัดทรงกลมใดๆ ที่กำหนดให้ แล้วหน้าตัดที่ได้เป็นรูป อะไร

ตอบ วงกลมที่มีขนาดต่างๆ กัน โดยวงกลมที่ใหญ่ที่สุด
จะต้องมีระนาบผ่านจุดศูนย์กลางของทรงกลม

2. หน้าตัดที่ได้จากการตัดในหลายๆ แนวในข้อ 1. มีขนาดเท่ากันทุกรูปหรือไม่

ตอบ เป็นวงกลมที่มีรัศมีไม่เท่ากันทุกรูป

3. วงกลมใหญ่ที่กำหนดให้มีกี่วง

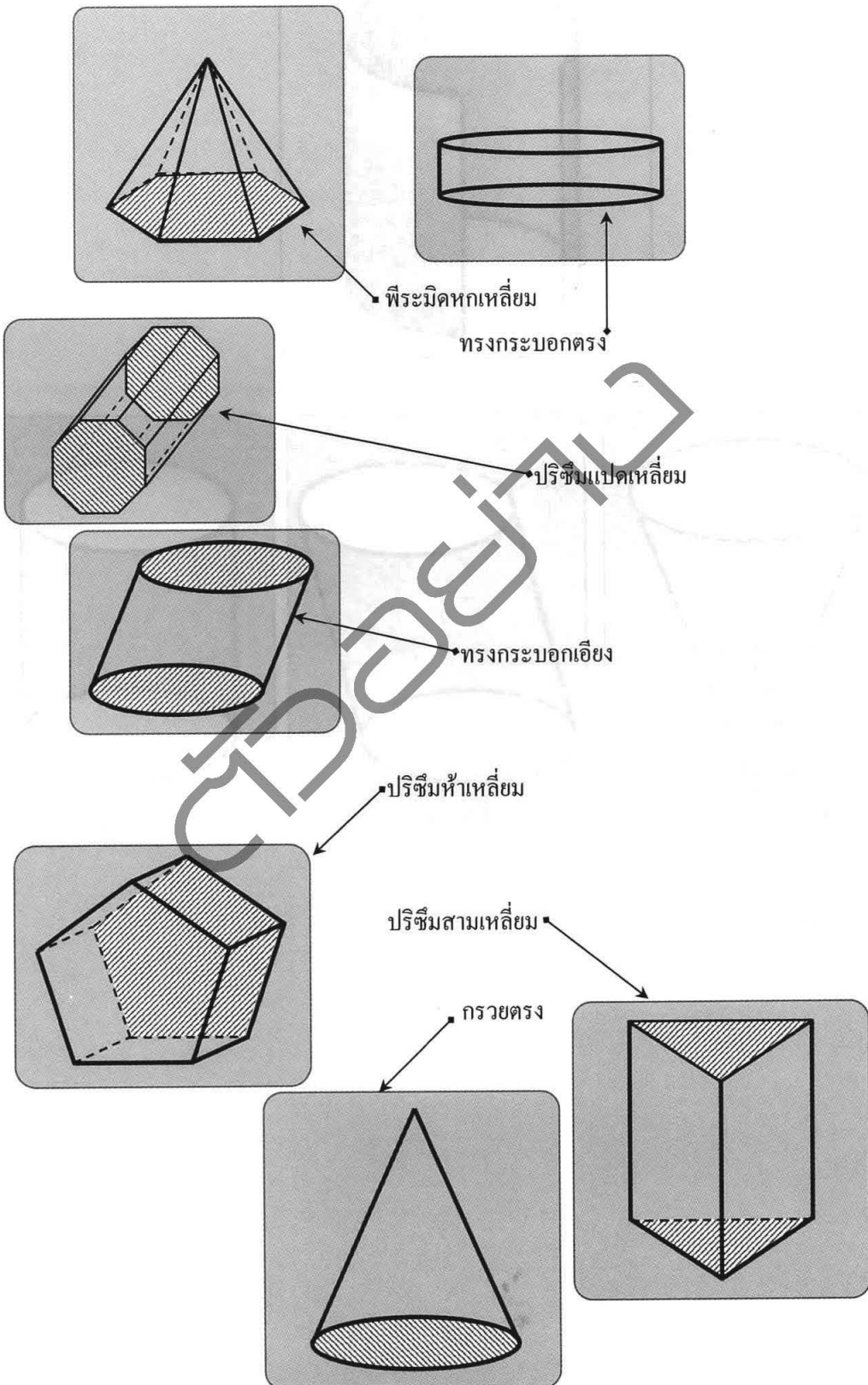
ตอบ หลายวงนับไม่ถ้วน เพราะ ระนาบที่ผ่านจุดศูนย์กลางของทรงกลมมีได้นับไม่ถ้วน

4. ถ้ากำหนดจุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะมีวงกลมใหญ่ผ่านจุดนี้ได้กี่วง

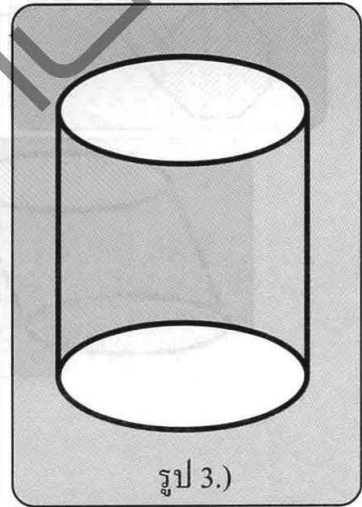
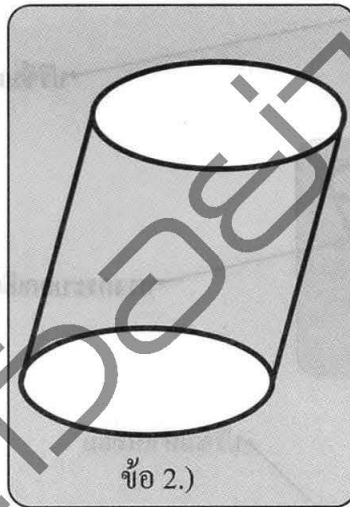
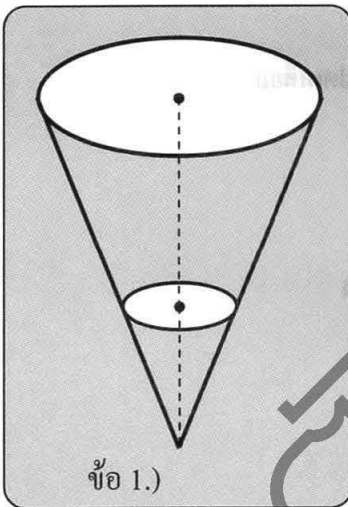
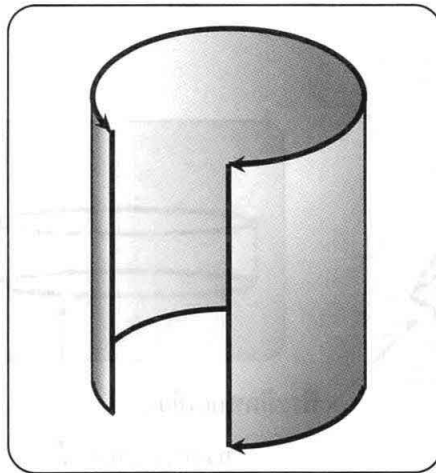
ตอบ มีหลายวงนับไม่ถ้วน หรือ มีได้หลายระนาบนับไม่ถ้วน

แบบฝึกหัด 1.1 (แบบฝึกหัดเสริม)

1. จงโยงเส้นจากชื่อไปหารูปเรขาคณิตสามมิติ หรือรูปทรงเรขาคณิตต่อไปนี้ (เฉลยโยงเส้นให้แล้ว)



2. ถ้านำแผ่นด้านล่างเป็นรูปที่คลี่ออกมาถ้านำม้วนให้ครบรอบ จะได้รูปตรงตามรูปข้อใด



ตอบ ข้อ 3.)

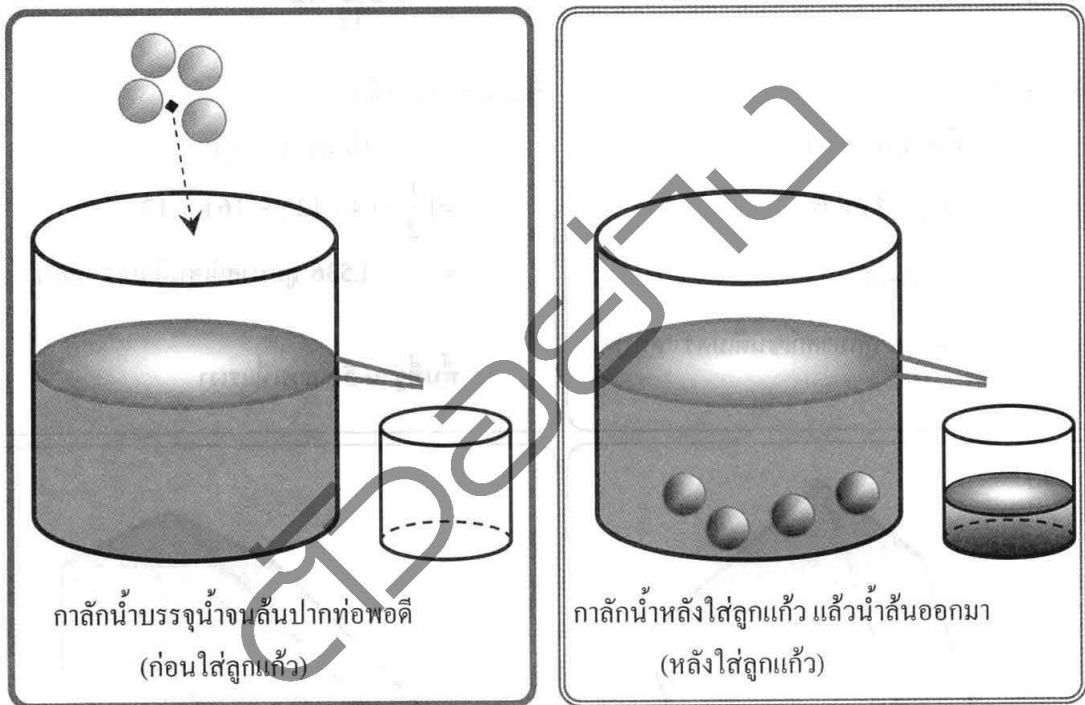
1.2 ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

รูปทรงทั้ง 5 รูปทรงที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถหาปริมาตรได้เสมอ แต่บางครั้งรูปทรงแปลกๆ หรือรูปทรงที่มีรูปร่างนอกเหนือจากที่กล่าวมาเราก็หาปริมาตรได้เสมอเช่นกันแต่ต้องใช้เทคนิค

การหาปริมาตรของวัตถุต่างๆ โดยใช้เทคนิคการแทนที่ด้วยของเหลวหรือน้ำโดยไม่ต้องใช้การคำนวณก็ได้เช่น เทคนิคการหาปริมาตรโดยการแทนที่น้ำ หรือ การใช้กาลักน้ำ

ตัวอย่างที่ 1 การหาปริมาตรของลูกแก้ว 4 ลูก

นำลูกแก้ว 4 เม็ดมาหาปริมาตร โดยการแทนที่น้ำแล้วนำน้ำที่ล้นออกจากกาลักน้ำมาตวง ก็จะได้ปริมาตรของลูกแก้วทั้ง 4 เม็ดนี้ ดูรูปประกอบ



นำน้ำหรือของเหลวที่ล้นออกมาไปตวงหรือใช้เครื่องมือวัดตวง เพื่อหาปริมาตร ได้ทันที

การหาปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตทั้ง 5 รูปทรงโดยใช้เทคนิคการการคำนวณ ในหัวข้อนี้หาปริมาตรของปริซึมและ ทรงกระบอก โดยการใช้สูตรคำนวณ ดังนี้

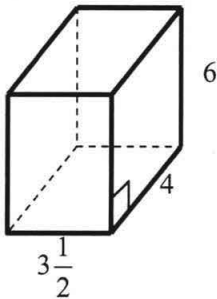
$$\text{ปริซึม มีปริมาตร} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\text{ทรงกระบอกมีปริมาตร} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

แบบฝึกหัด 1.2 ก (ปริซึม)

1. จงหาปริมาตรของปริซึมต่อไปนี้ (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร)

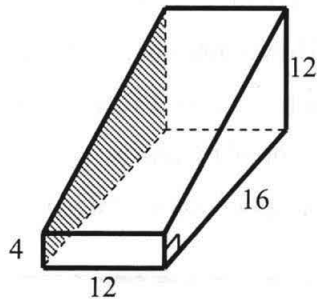
1.)



ปริมาตรของปริซึม

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \left(3\frac{1}{2} \times 4\right) \times 6 \\
 &= \frac{7}{2} \times 4 \times 6 \\
 &= 84 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร } \underline{\text{ตอบ}}
 \end{aligned}$$

2.)

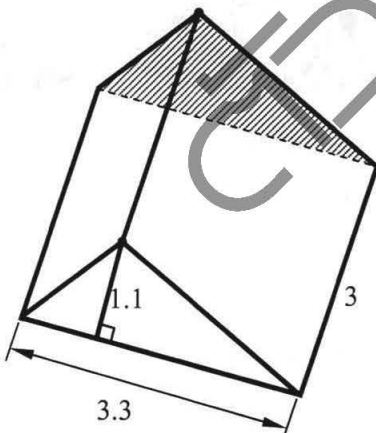


ปริมาตรของปริซึม

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \left[\frac{1}{2} \times (4+12) \times 4\right] \times 16 \\
 &= 1,536 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร } \underline{\text{ตอบ}}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

3.)

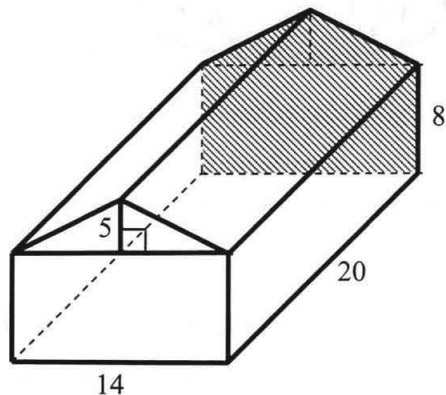


ปริมาตรของปริซึม

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times 3.3 \times 1.1\right) \times 3 \\
 &= 1.815 \times 3 \\
 &= 5.445 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร } \underline{\text{ตอบ}}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

4.)

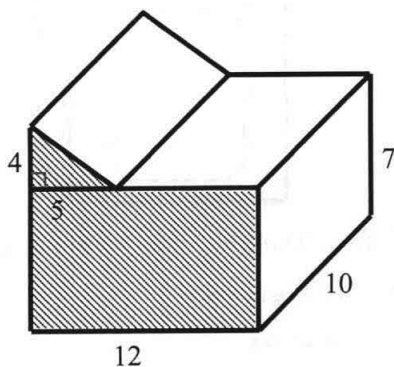


ปริมาตรของปริซึม

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \left[(14 \times 8) + \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 5\right)\right] \times 20 \\
 &= [(112) + 35] \times 20 \\
 &= 2,940 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร } \underline{\text{ตอบ}}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

5.)

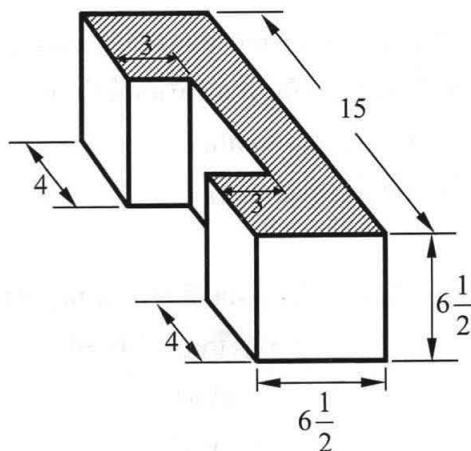


$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= [(7 \times 12) + (\frac{1}{2} \times 4 \times 5)] \times 10 \\
 &= [84 + 10] \times 10 \\
 &= 94 \times 10 \\
 &= 940 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

6.)

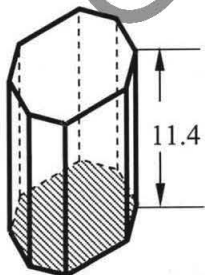


$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= [(4 \times 6 \frac{1}{2}) + (4 \times 6 \frac{1}{2}) + (7 \times 3 \frac{1}{2})] \times 6 \frac{1}{2} \\
 &= [26 + 26 + \frac{49}{2}] \times 6 \frac{1}{2} \\
 &= \frac{153}{2} \times \frac{13}{2} \\
 &= \frac{1989}{4} = 497 \frac{1}{4} \\
 &= 497.25 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

7.)

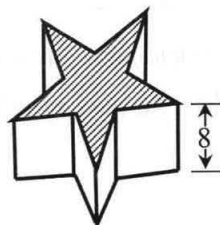


$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ฐาน} &= 101.4 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= 101.4 \times 11.4 \\
 &= 1,155.96 \text{ ซม.}^3
 \end{aligned}$$

ตอบ

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

8.)

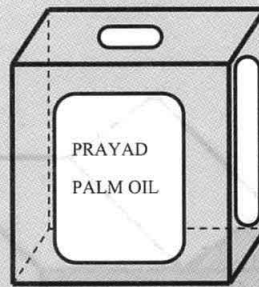


$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ฐาน} &= 98 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= 98 \times 8 \\
 &= 784 \text{ ซม.}^3
 \end{aligned}$$

ตอบ

พื้นที่ฐาน คือ ส่วนที่แรเงา

2. ปิบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่ง มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขาวด้านละ 30 เซนติเมตร ปิบนสูง 55 เซนติเมตร
บรรจุน้ำมันพืชเต็มปิบ ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง
ถุงละ 0.75 ลิตร จนหมดปิบ
จะได้น้ำมันพืชอย่างมากกี่ถุง



วิธีทำ ปิบน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขาวด้านละ 30 เซนติเมตร

พื้นที่ของปิบ	30×30	$=$	900	ตารางเซนติเมตร
ปิบนสูง	55			เซนติเมตร
ความจุของปิบใบนี้		$=$	พื้นที่ฐาน $\times$ สูง	
		$=$	900×55	
		$=$	49,500	ลูกบาศก์เซนติเมตร
บรรจุน้ำมันพืชเต็มปิบได้			49,500	ลูกบาศก์เซนติเมตร
แบ่งน้ำมันพืชจากปิบใส่ถุง ถุงละ			0.75	ลิตร
ความจุ	1 ลิตร	มีค่าเท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ดังนั้น แบ่งน้ำมันพืชทั้งหมดใส่ถุงมีความจุถุงละเท่ากับ		$=$	0.75×1000	
		$=$	750	ลูกบาศก์เซนติเมตร
จะได้น้ำมันพืชอย่างมาก เท่ากับ	$\frac{49,500}{750}$	$=$	66	ถุง
$\therefore$ จะได้น้ำมันพืชอย่างมาก	66	ถุง		ตอบ

3. ถ้าอากาศ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 0.008 กรัม จงหาน้ำหนักของอากาศซึ่งอยู่ในห้องที่ยาว 26 เมตร กว้าง 16.8 เมตร และสูง 5.5 เมตร

วิธีทำ ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก $=$ ความกว้าง $\times$ ความยาว $\times$ ความสูง

ห้องที่ยาว 26 เมตร กว้าง 16.8 เมตร และสูง 5.5 เมตร จูอากาศได้

	$=$	$26 \times 16.8 \times 5.5$	
	$=$	2,402.4	ลูกบาศก์เมตร
	$=$	$2,402.4 \times 1,000,000$	ลูกบาศก์เซนติเมตร
อากาศ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร หนัก	0.008		กรัม
อากาศ $2,402.4 \times 1,000,000$ ลูกบาศก์เซนติเมตร หนัก	$=$	$0.008 \times 2,402.4 \times 1,000,000$	
	$=$	19,219,200	กรัม
ดังนั้น น้ำหนักของอากาศซึ่งอยู่ในห้องนี้	$=$	$\frac{19,219,200}{1,000}$	กิโลกรัม
	$=$	19,219.2	กิโลกรัม
$\therefore$ น้ำหนักของอากาศซึ่งอยู่ในห้องนี้	19,219.2	กิโลกรัม	ตอบ

4. อ่างเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 20 เมตร กว้าง 12 เมตร ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในอ่าง 1,920 ลูกบาศก์เมตร ระดับน้ำจะต้องสูงจากก้นอ่างเท่าไร

วิธีทำ

ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง × ความยาว × ความสูง

อ่างเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 20 เมตร กว้าง 12 เมตร

ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในอ่าง 1,920 ลูกบาศก์เมตร

จะได้ $1,920 = 12 \times 20 \times \text{ความสูง}$

$$\text{ความสูง} = \frac{1920}{12 \times 20} = 8 \text{ เมตร}$$

∴ ระดับน้ำจะต้องสูงจากก้นอ่าง = 8 เมตร ตอบ

5. พืชต้องการซื้อดินมาถมสนามหญ้าหน้าบ้าน ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 18 เมตร ยาว 21 เมตร โดยยกระดับสูงกว่าระดับเดิม 20 เซนติเมตร ถ้ารถบรรทุกดินคันหนึ่งมีกระบะบรรทุกยาว 3.5 เมตร กว้าง 2 เมตร สูง 1 เมตร จะต้องซื้อดินอย่างน้อยกี่คัน

วิธีทำ

สนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 18 เมตร

ยาว 21 เมตร

ต้องการซื้อดินมาถมโดยยกระดับสูงกว่าระดับเดิม 20 เซนติเมตร = 0.2 เมตร

จะต้องซื้อดินทั้งหมด = $18 \times 21 \times 0.2 = 75.6$ ลูกบาศก์เมตร

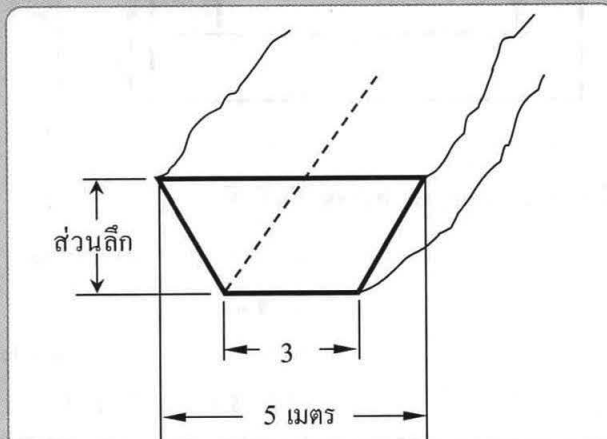
ถ้ารถบรรทุกดินคันหนึ่งมีกระบะบรรทุกยาว 3.5 เมตร กว้าง 2 เมตร สูง 1 เมตร บรรทุกดินได้

$$= 3.5 \times 2 \times 1 = 7 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

จะต้องซื้อดิน = $75.6 \div 7 = 10.8 \approx 11$ คัน

∴ จะต้องซื้อดินอย่างน้อย 11 คัน ตอบ

6. คลองส่งน้ำชลประทานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังรูป การสร้างคลองยาว 12 กิโลเมตร จะต้องขุดดินออกไปคิดเป็นปริมาตร 160,000 ลูกบาศก์เมตร คลองนี้มีความลึกโดยเฉลี่ยกี่เมตร



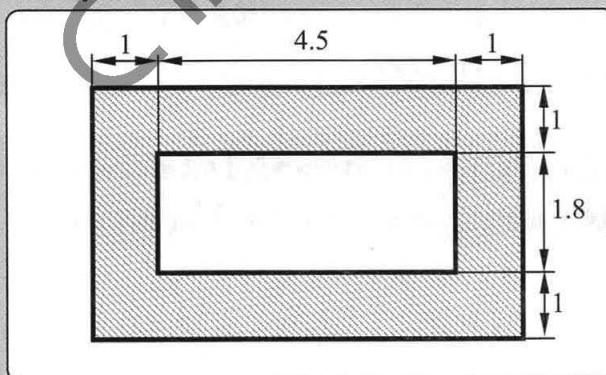
วิธีทำ คลองส่งน้ำชลประทาน เป็นปริซึม โดยที่พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เป็นฐานของปริซึม
การสร้างคลองส่งน้ำชลประทานมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูยาว

$$\begin{aligned}
 & 12 \text{ กิโลเมตร} \\
 & = 12 \times 1,000 = 12,000 \text{ เมตร} \\
 & \text{พื้นที่หน้าตัดที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง} \\
 & \text{พื้นที่หน้าตัดที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times (5+3) \times \text{ความลึก} \\
 & \text{จะต้องขุดดินออกไป คิดเป็นปริมาตร} \quad 160,000 \quad \text{ลูกบาศก์เมตร} \\
 & \text{ปริมาตรของปริซึม} = (\text{พื้นที่ฐาน}) \times \text{ส่วนสูงของปริซึม} \\
 & \text{จะได้} \quad 160,000 = \left(\frac{1}{2} \times (5+3) \times \text{ความลึก} \right) \times 12,000 \\
 & \quad \frac{160,000}{12,000} = \left(\frac{1}{2} \times (5+3) \times \text{ความลึก} \right) \\
 & \quad \frac{160,000}{12,000} = 4 \times \text{ความลึก} \\
 & \text{จะได้} \quad \text{ความลึก} = \frac{160,000}{12,000 \times 4} \\
 & \quad = 3.333 \text{ เมตร}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คลองนี้มีความลึกโดยเฉลี่ยประมาณ 3.3 เมตร ตอบ

7. แปลงปลูกต้นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 4.5 เมตร กว้าง 1.8 เมตร ต้องการทำทางเดินกว้าง 1 เมตร รอบนอกแปลงและให้สูงจากพื้นเดิม 10 เซนติเมตร อยากทราบว่าต้องใช้ดินเป็นปริมาตรเท่าไร

วิธีทำ $\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$



ต้องการทำทางเดินกว้าง 1 เมตร รอบนอกแปลง คิดเป็นพื้นที่

$$\begin{aligned}
 & = 2 \times (4.5 \times 1) + 2 \times (3.8 \times 1) \\
 & = 9 + 7.6 \\
 & = 16.6 \quad \text{ตารางเมตร} \\
 & \text{หรือ} \quad = (6.5 \times 3.8) - (4.5 \times 1.8)
 \end{aligned}$$

$$= 24.7 - 8.1$$

$$= 16.6$$

ตารางเมตร

ทำทางเดินให้สูงจากพื้นเดิม 10 เซนติเมตร หรือ 0.1 เมตร

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

จะต้องใช้ดินเป็นปริมาตร

$$= 16.6 \times 0.1$$

$$= 1.66$$

ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องใช้ดินเป็นปริมาตร

$$1.66$$

ลูกบาศก์เมตร

ตอบ

8. บ่อเลี้ยงปลา มีลักษณะเป็นปริซึม มีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีพื้นที่ 6 ตารางเมตร บ่อลึก 1.35 เมตร ถ้าบ่อนี้ใส่น้ำไว้ 7.5 ลูกบาศก์เมตร จงหาว่าระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าขอบของบ่อเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

บ่อเลี้ยงปลา มีลักษณะเป็นปริซึม มีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีพื้นที่ 6 ตารางเมตร

$$\text{บ่อลึก} \quad 1.35$$

เมตร

ถ้าบ่อนี้ใส่น้ำไว้

$$7.5$$

ลูกบาศก์เมตร

$$\text{ปริมาตรของน้ำในบ่อ} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ส่วนสูง}$$

จะได้

$$7.5$$

$$=$$

$$6 \times \text{ส่วนสูง}$$

ดังนั้น ระดับน้ำสูง

$$\frac{7.5}{6}$$

$$=$$

$$1.25$$

เมตร

$$\text{ระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าขอบของบ่อ} \quad 1.35 - 1.25 = 0.1 \text{ เมตร หรือ } 10$$

เซนติเมตร

$$\text{ดังนั้น ระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าขอบของบ่อ} \quad 0.1 \text{ เมตร หรือ } 10 \text{ เซนติเมตร}$$

ตอบ

9. แม่น้ำสายหนึ่งลึก 9 เมตร กว้าง 180 เมตร โดยเฉลี่ย น้ำไหลลงทะเลด้วยอัตราเร็วประมาณ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาปริมาตรของน้ำที่ไหลลงทะเลใน 1 วินาที

วิธีทำ

น้ำไหลลงทะเลด้วยอัตราเร็วประมาณ

$$4$$

กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ในเวลา 1 ชั่วโมง หรือ 60×60 วินาที น้ำไหลเป็นระยะทางยาว 4 กิโลเมตร หรือ 4,000 เมตร

ในเวลา 1 วินาที น้ำไหลเป็นระยะทางยาว

$$\frac{4,000}{60 \times 60} = \frac{40}{36} = \frac{10}{9}$$

เมตร

แม่น้ำสายหนึ่งลึก 9 เมตร กว้าง 180 เมตร

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\text{ใน 1 วินาที ปริมาตรของน้ำที่ไหลลงทะเล} = (180 \times 9) \times \frac{10}{9}$$

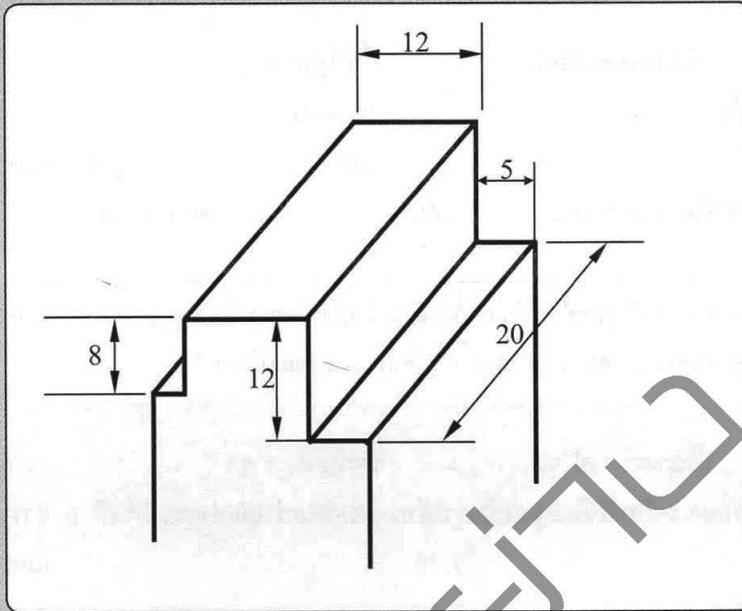
$$= 1,800$$

ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น ปริมาตรของน้ำที่ไหลลงทะเลในวินาทีละ 1,800 ลูกบาศก์เมตร

ตอบ

10. เติมมีเสาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งปลายเสาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีด้านยาวด้านละ 20 เซนติเมตร ช่างไม้ตัดปลายเสาออกให้มีลักษณะดังรูป โดยตัวเลขที่กำหนดไว้ในรูปแทนความยาวและมีหน่วยเป็นเซนติเมตร ถ้าเติมเสาด้านนี้ยาว 1.5 เมตร เมื่อตัดแล้วเสาด้านนี้มีปริมาตรมากที่สุดที่ถูกบาศก์เซนติเมตร



วิธีทำ

ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง $\times$ ความยาว $\times$ ความสูง

ปริมาตรของเสา เติม = $20 \times 20 \times 150$
 = 60,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ปริมาตรเฉพาะส่วนที่ตัดปลายเสาออกไป
 = $(5 \times 20 \times 12) + (3 \times 20 \times 8)$
 = 1,200 + 480
 = 1,680 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เมื่อตัดแล้วเสาด้านนี้มีปริมาตรมากที่สุดได้
 = ปริมาตรของเสาเดิม - ส่วนที่ตัดปลายเสาออก
 = $60,000 - 1,680$
 = 58,320 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น เสาต้นนี้มีปริมาตรมากที่สุด 58,320 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตอบ

แบบฝึกหัด 1.2 ข (ทรงกระบอก)

แบบฝึกหัดแต่ละข้อต่อไปนี้ ให้นักเรียนเลือกใช้ค่า $\pi \approx \frac{22}{7}$ หรือ 3.14 ตามความเหมาะสม

1. จงหาพื้นที่ฐานและปริมาตรของทรงกระบอก ซึ่งมีรัศมีของฐานและความสูงตามที่กำหนดให้ แล้วเติมลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

วิธีทำ

ข้อ	รัศมี (r)	สูง (h)	พื้นที่ฐาน	ปริมาตร
(1.)	0.5 เซนติเมตร	2 เมตร	0.785 ตารางเซนติเมตร	1.57 ลูกบาศก์เซนติเมตร
(2.)	1.2 เมตร	3.4 เมตร	4.5216 ตารางเมตร	15.37344 ลูกบาศก์เมตร
(3.)	15 เซนติเมตร	21 เซนติเมตร	707.14 ตารางเซนติเมตร	14,850 ลูกบาศก์เซนติเมตร
(4.)	0.75 เมตร	1.5 เมตร	1.76625 ตารางเมตร	2.649375 ลูกบาศก์เมตร

2. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 8 เซนติเมตร แก้วน้ำลึก 10 เซนติเมตร จะจุน้ำได้เท่าไร

วิธีทำ

ปริมาตรของทรงกระบอก

$$= \pi r^2 h$$

แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 8 เซนติเมตร

รัศมียาว = $r = 8 \div 2 = 4$ เซนติเมตร

แก้วน้ำลึก = $h = 10$ เซนติเมตร

$\therefore$ แก้วน้ำนี้จุน้ำได้ $\approx 3.14 \times 4^2 \times 10 \approx 502.4$ ลูกบาศก์เซนติเมตร ตอบ

3. ถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกของโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งสูง 4 เมตร วัดเส้นรอบวงภายในได้เท่ากับ 3.14 เมตร ถังใบนี้เก็บน้ำฝนไว้ได้มากที่สุดเท่าไร

วิธีทำ

ถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกของโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งสูง 4 เมตร

วัดเส้นรอบวงภายในได้เท่ากับ 3.14 เมตร

จากสูตรความยาวของเส้นรอบวงของวงกลม

$$= 2\pi r$$

$$\text{จะได้ } 2 \times 3.14 \times r = 3.14$$

$$2r = 1$$

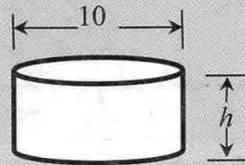
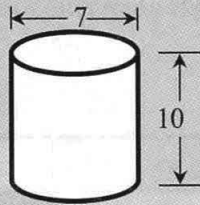
$$\text{ดังนั้นรัศมียาว} = r = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ เมตร}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\therefore \text{ ถังใบนี้เก็บน้ำฝนไว้ได้มากที่สุด} \approx 3.14 \times (0.5)^2 \times 4$$

$$\approx 3.14 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \quad \text{ตอบ}$$

4. ปลากระป๋องบรรจุในกระป๋องทรงกระบอกสองชนิดที่มีความจุเท่ากันและมีขนาดดังรูป จงหาความสูง (h) ของกระป๋องใบเตี้ย (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรของกระป๋องทรงกระบอกใบสูง} = \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10 = 385 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\text{ปริมาตรของกระป๋องทรงกระบอกใบเตี้ย} = \frac{22}{7} \times 5^2 \times h \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ปลากระป๋องบรรจุในกระป๋องทรงกระบอกสองชนิดที่มีความจุเท่ากัน

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10 = \frac{22}{7} \times 5^2 \times h$$

$$\left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10 = 5^2 \times h$$

$$\frac{490}{4} = 25h$$

$$H = \frac{490}{4 \times 25} = 4.9$$

$$\therefore \text{ความสูง } (h) \text{ ของกระป๋องใบเตี้ย} = 4.9 \quad \text{เซนติเมตร} \quad \text{ตอบ}$$

5. แก้วหนึ่งตัดแบ่งออกมาจากแก้วกลมที่มีรัศมี 10.5 เซนติเมตร ทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด 60 องศา แก้วหนา 5 เซนติเมตร จงหาว่าแก้วที่ตัดแบ่งออกมานี้มีปริมาตรเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{แก้วกลมที่มีรัศมี} \quad 10.5 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\text{แก้วหนา} \quad 5 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรของแก้วทั้งหมด} = \frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times 5$$

$$= 1,732.5 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\text{แก้วหนึ่งตัดแบ่งออกมาทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด} \quad 60 \quad \text{องศา}$$

$$\text{มุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาด} \quad 360 \quad \text{องศา}$$

$$\therefore \text{แก้วที่ตัดแบ่งออกมานี้มีปริมาตร} = \frac{60}{360} \times 1,732.5$$

$$= 288.75 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \quad \text{ตอบ}$$

6. ท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 เซนติเมตร วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกได้ 8 เซนติเมตร และ 11 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้

วิธีทำ

ท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว	45	เซนติเมตร
เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน	8	เซนติเมตร
เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก	11	เซนติเมตร

$$\text{จากสูตรปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรภายในของท่อ} = \frac{22}{7} \times 4^2 \times 45 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\text{ปริมาตรภายนอกของท่อ} = \frac{22}{7} \times \left(\frac{11}{2}\right)^2 \times 45 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำ} &= \left\{ \frac{22}{7} \times \left(\frac{11}{2}\right)^2 \times 45 \right\} - \left\{ \frac{22}{7} \times 4^2 \times 45 \right\} \\ &= \frac{22}{7} \times 45 \times \left\{ \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 4^2 \right\} \\ &= \frac{22}{7} \times 45 \times 14.25 \\ &= 2,015.36 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

7. บ้านในชนบทหลังหนึ่งใช้น้ำโดยเฉลี่ยวันละ $\frac{1}{2}$ ลูกบาศก์เมตร ต้องการสร้างถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอก 4 ใบ ที่มีขนาดเท่ากัน เพื่อเก็บน้ำไว้ใช้ในช่วงเวลา 88 วัน ถ้าต้องการให้ถังเก็บน้ำมีความสูง $3\frac{1}{2}$ เมตร จะต้องสร้างถังเก็บน้ำให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาวเท่าไร

วิธีทำ

บ้านในชนบทหลังหนึ่ง ใช้น้ำโดยเฉลี่ยวันละ	$\frac{1}{2}$	ลูกบาศก์เมตร
ต้องการเก็บน้ำไว้ใช้ในช่วงเวลา	88	วัน
ต้องเก็บน้ำไว้ใช้	$\frac{1}{2} \times 88 = 44$	ลูกบาศก์เมตร

สร้างถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกที่มีขนาดเท่ากัน 4 ใบ

แต่ละใบจะต้องมีความจุ $44 \div 4 = 11$ ลูกบาศก์เมตร

ถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกมีความสูง = h

$$h = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \text{ เมตร}$$

และปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

$$\text{ดังนั้น} \quad 11 = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{7}{2}$$

$$r^2 = 11 \times \frac{7}{22} \times \frac{2}{7} = 1$$

$$r = 1$$

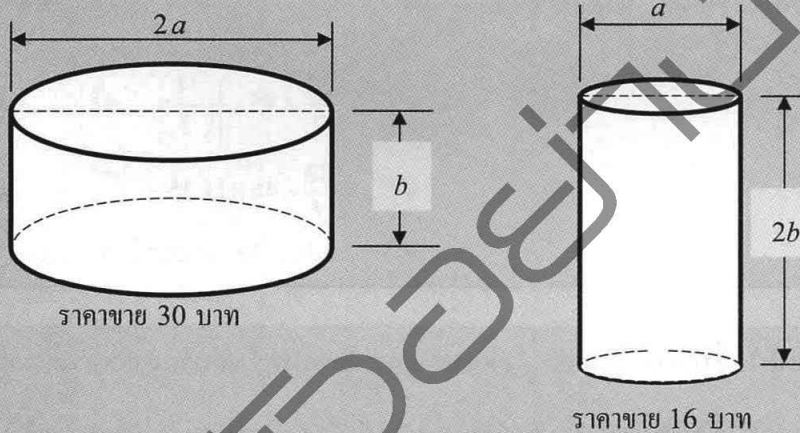
ถังเก็บน้ำจะต้องมีรัศมีภายในยาว = 1 เมตร

ถังเก็บน้ำมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว $1 \times 2 = 2$ เมตร

$\therefore$ ต้องสร้างถังเก็บน้ำให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว 2 เมตร ตอบ

8. น้ำพริกเผานิคหนึ่งบรรจุในขวดทรงกระบอกสองใบ ใบหนึ่งสูงเป็นสองเท่าของอีกใบหนึ่ง แต่เส้นผ่านศูนย์กลางของปากขวดใบสูงยาวเพียงครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลางของปากขวดใบเตี้ย ถ้าผู้ขายคิดราคาน้ำพริกเผาขวดสูงไว้ 16 บาท และขวดเตี้ย 30 บาท ชื่อน้ำพริกเผาขวดใดจึงจะถูกกว่า

วิธีทำ จากโจทย์เขียนรูปแสดงการเปรียบเทียบขวดน้ำพริกเผาสองขนาดได้ดังนี้



ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

$$\text{ขวดใบสูงมีปริมาตร} = \frac{22}{7} \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times 2b = \frac{11}{7} a^2 b$$

$$\text{ขวดใบเตี้ยมีปริมาตร} = \frac{22}{7} \times a^2 \times b = 2 \left\{ \frac{11}{7} a^2 b \right\}$$

ดังนั้น ขวดใบเตี้ยมีปริมาตรเป็นสองเท่าของขวดใบสูง

ถ้าผู้ขายคิดราคาน้ำพริกเผาขวดสูงไว้ 16 บาท และขวดเตี้ย 30 บาท

$\therefore$ ชื่อน้ำพริกเผาขวดเตี้ยจึงจะถูกกว่า เพราะ ถ้า y ชื่อน้ำพริกเผาขวดสูง 2 ขวดจะได้ น้ำพริกเผา เท่ากับน้ำพริกเผาขวดเตี้ย 1 ขวด แต่ต้องจ่ายเงิน $2 \times 16 = 32$ บาท

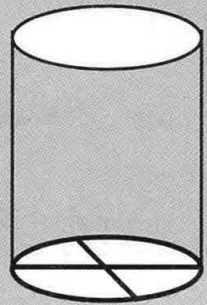
$\therefore$ ชื่อน้ำพริกเผาขวดเตี้ยจึงจะถูกกว่า

ตอบ

9. โคมลอยมีลักษณะเป็นทรงกระบอกฐานเปิดด้านหนึ่ง การปล่อยโคมลอยในภาคเหนือนิยมเล่นหรือแข่งขันในเทศกาลงานประเพณีสำคัญของหมู่บ้าน เช่น วันเข้าพรรษา วันออกพรรษา หรือประเพณีเป็ง (ลอยกระทง) ตามหลักการทางวิทยาศาสตร์ เมื่ออุณหภูมิของอากาศในโคมลอยสูงขึ้น อากาศจะมีความหนาแน่นน้อยกว่าอากาศเย็นที่อยู่ด้านนอกโดยรอบ จึงดันให้โคมลอยลอยสูงขึ้นสู่อากาศได้ อยากทราบว่าปริมาตรของอากาศร้อนที่อยู่ภายในโคมลอยที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 เมตร และสูง 120 เซนติเมตร เป็นเท่าใด

วิธีทำ

ปริมาตรของทรงกระบอก	=	$\pi r^2 h$	
โคมลอยมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 เมตร หรือ	100	เซนติเมตร	
ดังนั้น โคมลอยมีรัศมียาว $100 \div 2$	=	50	เซนติเมตร
และสูง	120	เซนติเมตร	
ปริมาตรของอากาศร้อนที่อยู่ภายในโคมลอย	$3.14 \times (50)^2 \times 120$		
	=	942,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
	=	0.942	ลูกบาศก์เมตร



ตอบ

10. การทำข้าวหลามโดยทั่วไป จะใส่ข้าวที่ผสมพร้อมแล้วลงกระบอกไม้ไผ่ประมาณ $\frac{2}{3}$ ของความยาวภายในที่ใช้บรรจุ เมื่อกำลังการทำข้าวหลามสูตรพิเศษโดยใช้ข้าวเหนียวขาว 1 ส่วน ผสมกับข้าวเหนียวดำ 4 ส่วน จำนวน 100 กระบอก ถ้าปากกระบอกไม้ไผ่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 5 เซนติเมตร และแต่ละกระบอกมีความยาวภายในที่ใช้บรรจุ 30 เซนติเมตร อยากทราบว่าเมื่อกำลังใช้ข้าวเหนียวขาว และข้าวเหนียวดำที่ผสมพร้อมแล้วอย่าละกี่ลิตร

วิธีทำ

ปากกระบอกไม้ไผ่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว	5	เซนติเมตร
หรือ มีรัศมียาว $5 \div 2$	=	2.5 เซนติเมตร
และแต่ละกระบอกมีความยาวภายในที่ใช้บรรจุ	30	เซนติเมตร
แต่ จะใส่ข้าวที่ผสมพร้อมแล้วลงกระบอกเพียง $\frac{2}{3}$ ของ ความยาวภายใน		

$\therefore$ ความยาวข้าวเหนียวบรรจุในทรงกระบอก

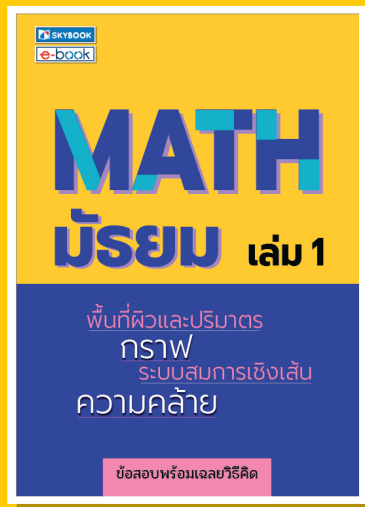
h	=	$\frac{2}{3} \times 30$	
ความยาวภายในที่ใช้บรรจุข้าวเหนียว	=	20	เซนติเมตร
ปริมาตรของทรงกระบอก V	=	$\pi r^2 h$	
ดังนั้น ปริมาตรข้าวหลามแต่ละกระบอก V			
V	=	$3.14 \times (2.5)^2 \times 20$	
	=	392.5	ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อกระบอก
ทำข้าวหลามสูตรพิเศษจำนวน	100	กระบอก	
$\therefore$ ต้องใช้ข้าวเหนียวขาวและข้าวเหนียวดำสูตรพิเศษที่ผสมพร้อมแล้ว			
100×392.5	=	39,250	ลูกบาศก์เซนติเมตร

ส่วนผสมข้าวหลามสูตรพิเศษ ใช้ข้าวเหนียวขาว 1 ส่วน ต่อ ข้าวเหนียวดำ 4 ส่วน รวมเป็น 5 ส่วน

$$\begin{aligned}
 \text{แม่ค้าต้องใช้ข้าวเหนียวขาว 1 ส่วน} &= \frac{39,250}{5} \\
 &= 7,850 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 &= \frac{7,850}{1,000} \\
 &= 7.85 \quad \text{ลิตร}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{และ ใช้ข้าวเหนียวดำ 4 ส่วน} &= 4 \times 7.85 \\
 &= 31.4 \quad \text{ลิตร}
 \end{aligned}$$

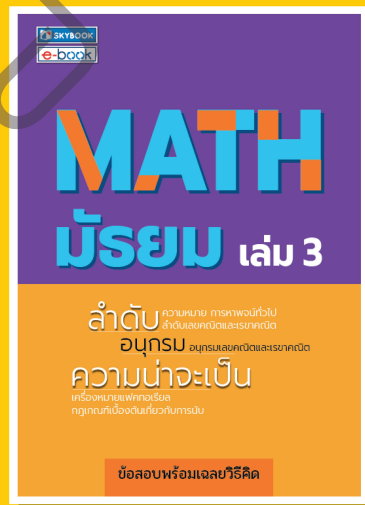
∴ แม่ค้าต้องใช้ข้าวเหนียวขาว 7.85 ลิตร และ ใช้ข้าวเหนียวดำ 31.4 ลิตร ตอบ



MATH มัธยม เล่ม 1



MATH มัธยม เล่ม 2



MATH มัธยม เล่ม 3

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
 28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7
 ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130
 โทรศัพท์ 0-2958-1125, 0-2958-1127 www.skybook.co.th
 e-mail: sales@skybook.co.th, saleskybook@gmail.com

e-book

หมวดคู่มือเตรียมสอบ

MATH มัธยม เล่ม 1

ISBN : 978-616-596-240-7



9 786165 962407

ราคา 320 บาท