

MATH

มัธยม เล่ม 3

ลำดับ ความหมาย การหาพจน์ทั่วไป
ลำดับเลขคณิตและเรขาคณิต

อนุกรม อนุกรมเลขคณิตและเรขาคณิต

ความน่าจะเป็น

เครื่องหมายแฟคทอเรียล
กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

ข้อสอบพร้อมเฉลยวิธีคิด

MATH

ນັກຮຽນ

ລຸ້ນ 3



MATH มัธยม เล่ม 3

เลขมาตรฐานสากลประจำหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

978-616-596-242-1

ราคา 320 บาท

© สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับที่ 5) พ.ศ. 2565

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ประยัต แก้วอำไพ.

MATH มัธยม เล่ม 3. -- ปทุมธานี : สกายบุ๊กส์, 2568.

232 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

510.712

ISBN 978-616-596-242-1

จัดจำหน่ายหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (e-book) โดย

บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7

ต. ประชาธิปัตย์ อ. รัษฎา จ. ปทุมธานี 12130

โทรศัพท์ 0-2958-1125, 0-2958-1127

e-mail : sales@skybook.co.th, saleskybook@gmail.com

www.facebook.com/skybook.co.th

www.skybook.co.th



สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 ลำดับและอนุกรม	1
1.1 ลำดับ	3
1.1.1 ความหมายของลำดับ	5
แบบฝึกหัด 1.1.1	12
1.1.2 การหาพจน์ทั่วไป	16
แบบฝึกหัด 1.1.2	18
1.1.3 ลำดับเลขคณิต	25
แบบฝึกหัด 1.1.3	28
1.1.4 ลำดับเรขาคณิต	41
แบบฝึกหัด 1.1.4	43
1.2 อนุกรม	56
1.2.1 อนุกรมเลขคณิต	62
แบบฝึกหัด 1.2.1	64
1.2.2 อนุกรมเรขาคณิต	72
แบบฝึกหัด 1.2.2	74
โจทย์ท้าทาย โจทย์โรงเรียน ทดสอบย่อย เก่งข้อสอบ (พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ)	87
ตะลุยโจทย์ลำดับและอนุกรม (พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ)	136
บทที่ 2 ความน่าจะเป็น	156
2.0 เครื่องหมายแฟคทอเรียล (หัวข้อเพิ่มเติม)	157
2.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	161
แบบฝึกหัด 2.1	169
2.2 ความน่าจะเป็น	182
2.2.1 การทดลองสุ่ม	182
2.2.2 ความน่าจะเป็น	183
2.2.3 สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น (หัวข้อเพิ่มเติม)	184
แบบฝึกหัด 2.2	186
โจทย์ปัญหาท้าทายบทและโจทย์โรงเรียน (พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ)	203
ตะลุยโจทย์ความน่าจะเป็น (พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ)	215



ลำดับและอนุกรม

1

เนื้อหา

มี 2 หัวข้อ

1.1 ลำดับ

1.1.1 ความหมายของลำดับ	:	แบบฝึกหัด 1.1.1
1.1.2 การหาพจน์ทั่วไป	:	แบบฝึกหัด 1.1.2
1.1.3 ลำดับเลขคณิต	:	แบบฝึกหัด 1.1.3
1.1.4 ลำดับเรขาคณิต	:	แบบฝึกหัด 1.1.4

1.2 อนุกรม

1.2.1 อนุกรมเลขคณิต	:	แบบฝึกหัด 1.2.1
1.2.2 อนุกรมเรขาคณิต	:	แบบฝึกหัด 1.2.2

KEYWORD

ลำดับ	Sequence	ลำดับเรขาคณิต	Geometric Sequence
ลำดับจำกัด	Finite Sequence	อัตราส่วนร่วม	Common Ratio
ลำดับอนันต์	Infinite Sequence	อนุกรม	Series
พจน์	Term	อนุกรมจำกัด	Finite Series
ลำดับเลขคณิต	Arithmetic Sequence	อนุกรมเลขคณิต	Arithmetic Series
ผลต่างร่วม	Common Difference	อนุกรมเรขาคณิต	Geometric Series

ข้อตกลง	ตั้งแต่ 100	ถึง 105	มีจำนวนเต็ม	6 จำนวน คือ {100,101,102,103,104,105,106}
	ระหว่าง 100	ถึง 105	มีจำนวนเต็ม	4 จำนวน คือ {101,102,103,104,105}

บททวนความสัมพันธ์เชิงปริมาณของ 2 สิ่ง ได้แก่

ตัวอย่างที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของ 2 สิ่ง

1. จากตาราง จงหาว่าถ้าต้องการปากกาเป็นจำนวน 20 ด้าม แล้วต้องเตรียมเงินจำนวนกี่บาท

จำนวนปากกา (ด้าม)	5	10	15	20	25	30
จำนวนเงินที่ซื้อ (บาท)	30	60	90	120	150	180

2. จากตาราง จงหาว่าถ้าต้องการปากกาเป็นจำนวน 40 ด้าม แล้วต้องเตรียมเงินจำนวนกี่บาท

5	10	15	20	25	30	35	40
30	60	90	120	150	180	210	240

ตัวอย่างที่ 2

จากตารางความสัมพันธ์ระหว่าง n และ a_n ถ้าแทนค่า x ด้วย 6 จะได้ค่า y เป็นเท่าใด

n	1	2	3	4	5	6
a_n	10	8	6	4	2	

วิธีทำ

จากตารางความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y ถ้าแทนค่า x ด้วย 6 จะได้ค่า y เป็นเท่าใด

n	1	2	3	4	5	6
a_n	10	8	6	4	2	0

ถ้าแทนค่า n ด้วย 7 จะได้ค่า $a_n = -7$ หรือ อาจกล่าวได้ว่า $a_7 = -7$

∴ จากตาราง ก็จะได้ $a_1 = 10$

$$a_2 = 8$$

$$a_3 = 6$$

$$a_4 = 4$$

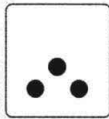
$$a_5 = 2$$

$$a_6 = 0$$

1.1 ลำดับ

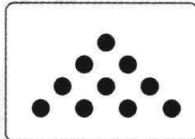
บทพจนการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ได้เรียนในคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 4 เทอม 1 ได้แก่ การคาดการณ์ ล่วงหน้าของรูปแบบ ต่างๆ เช่น รูปแบบ ยกตัวอย่างรูปแบบเบื้องต้น ดังนี้

รูปแบบที่ 1



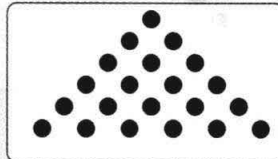
รูปที่ 1

3 เม็ด



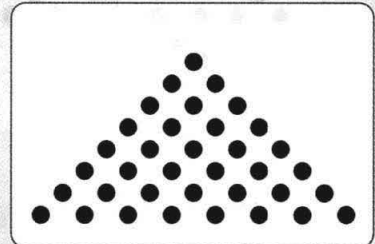
รูปที่ 2

10 เม็ด



รูปที่ 3

21 เม็ด



รูปที่ 4

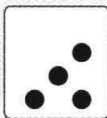
36 เม็ด

จากรูปทั้ง สี่รูปข้างต้น สามารถ คาดการณ์ล่วงหน้าได้ว่า รูปต่อไป จะมีลักษณะเป็นอย่างไร เขียนสรุปเป็นตาราง

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนเม็ด	3	10	21	36	มีกี่เม็ด

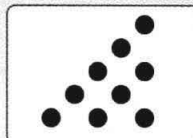
เขียนสรุปเฉพาะจำนวนเม็ดเป็นลำดับ คือ 3 , 10 , 21 , 36 ,

รูปแบบที่ 2



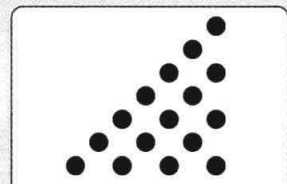
รูปที่ 1

4 เม็ด



รูปที่ 2

9 เม็ด



รูปที่ 3

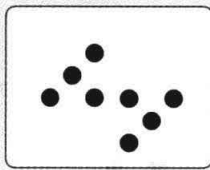
16 เม็ด

จากรูปทั้ง สามข้างต้น สามารถ คาดการณ์ล่วงหน้าได้ว่า รูปต่อไป จะมีลักษณะเป็นอย่างไร เขียนสรุปเป็นตาราง

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนเม็ด	4	9	16	มีกี่เม็ด	มีกี่เม็ด

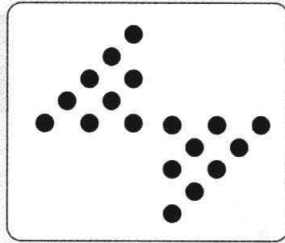
เขียนสรุปเฉพาะจำนวนเม็ดเป็นลำดับ คือ 4 , 9 , 16 ,

รูปแบบ ที่ 3



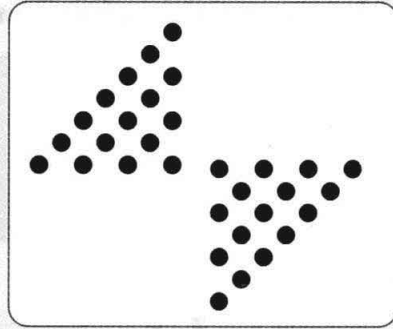
รูปที่ 1

8 เม็ด



รูปที่ 2

18 เม็ด



รูปที่ 3

32 เม็ด

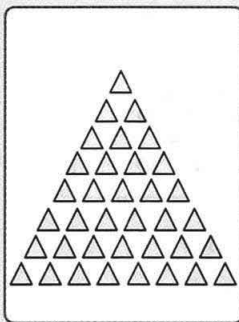
จากรูปทั้ง สามข้างต้น สามารถ คาดการณ์ล่วงหน้าได้ว่า รูปต่อไป จะมีลักษณะเป็นอย่างไร
เขียนสรุปเป็นตาราง

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนเม็ด	8	18	32	มีกี่เม็ด	มีกี่เม็ด

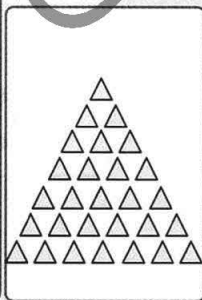
เขียนสรุปเฉพาะจำนวนเม็ดเป็นลำดับ คือ 8 , 18 , 32 ,

รูปแบบ ที่ 4

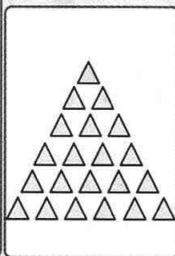
เขียนอธิบายอย่างย่อๆ



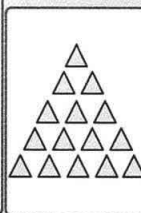
36



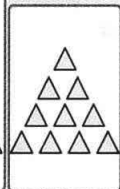
28



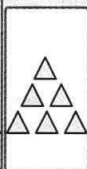
21



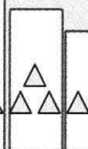
15



10



6



3 1

เขียนสรุปเฉพาะจำนวนเม็ดเป็นลำดับ คือ 36 , 28 , 21 , 15 , 10 , 6 , 3 , 1

1.1.1 ความหมายของลำดับ

นิยาม ลำดับ หมายถึง ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก โดยเริ่มจาก 1
เรียงจาก น้อยไปมาก

พิจารณาตาราง 3 ตารางต่อไปนี้

รูปที่	1	2	3	4	5	ไปเรื่อยๆ
จำนวนเม็ด	3	10	21	36	55	ไปเรื่อยๆ

เขียนสรุปเป็นจำนวนเม็ด ได้ ดังนี้

3 , 10 , 21 , 36 , 55 ,

รูปที่	1	2	3	4	5	ไปเรื่อยๆ
จำนวนเม็ด	4	9	16	27	40	ไปเรื่อยๆ

เขียนสรุปเป็นจำนวนเม็ด ได้ ดังนี้

4 , 9 , 16 , 27 , 40 , 55 ,

รูปที่	1	2	3	4	5	ไปเรื่อยๆ
จำนวนเม็ด	8	18	32	50	72	ไปเรื่อยๆ

เขียนสรุปเป็นจำนวนเม็ด ได้ ดังนี้

8 , 18 , 32 , 50 , 72 , 98 ,

เรียกการสรุปดังกล่าว ว่า “ลำดับ” นำมาเขียน เปรียบเทียบได้ดังนี้

3 , 10 , 21 , 36 , 55 ,

ลำดับ ชุด ที่ หนึ่ง

4 , 9 , 16 , 27 , 40 , 55 ,

ลำดับ ชุด ที่ สอง

8 , 18 , 32 , 50 , 72 , 98 ,

ลำดับ ชุด ที่ สาม

เรียกจำนวนระหว่าง สัญลักษณ์ “ , ” ว่า ลำดับ หรือ พจน์

ลำดับ ชุด ที่ หนึ่ง มี พจน์ ที่ 1 คือ 3

ลำดับ ชุด ที่ หนึ่ง มี พจน์ ที่ 2 คือ 10

ลำดับ ชุด ที่ หนึ่ง มี พจน์ ที่ 3 คือ 21

ลำดับ ชุด ที่ สอง มี พจน์ ที่ 1 คือ 4

ลำดับ ชุด ที่ สอง มี พจน์ ที่ 2 คือ 9

ลำดับ ชุด ที่ สาม มี พจน์ ที่ 3 คือ 32

ลำดับที่ต้องเรียนรู้อย่างชัดเจนมี 2 ชนิด ได้แก่

1. ลำดับเลขคณิต
2. ลำดับเรขาคณิต

สำหรับคณิตพื้นฐาน จะศึกษาเฉพาะ ลำดับจำกัด (Finite Sequence) เท่านั้น ส่วนสาระเพิ่มเติม ในคณิตเพิ่มเติมจะศึกษาทั้งลำดับจำกัด (Finite Sequence) และลำดับอนันต์ (Infinite Sequence)

ในที่นี้จะแบ่งศึกษาลำดับจำกัดใน 2 รูปแบบ ได้แก่

1. ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence)
2. ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence)

นอกจากลำดับทั้งสองชนิดนี้แล้วยังมีลำดับอื่นที่มีชื่อเฉพาะซึ่งมักจะตั้งชื่อตามลักษณะของลำดับ นั้น ๆ หรือตั้งตามชื่อของนักคณิตศาสตร์ที่เป็นผู้ค้นพบลำดับนั้น

ลำดับที่มีชื่อเฉพาะตามชื่อผู้ค้นพบ ได้แก่

1. ลำดับฮาร์โมนิก (Harmonic sequence.) คือ ลำดับซึ่งส่วนกลับของพจน์ทุกพจน์ เป็นลำดับเลขคณิต

เช่น $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ เป็นลำดับฮาร์โมนิก

เพราะว่า $1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$ เป็น ลำดับเลขคณิต

2. ลำดับสลับ (Alternating sequence.) คือ ลำดับซึ่งพจน์ที่ n กับพจน์ที่ $n+1$ มีค่าตรงข้ามกัน หรือ มีเครื่องหมายตรงกันข้าม

เช่น $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n-1}, \dots$
 $\frac{1}{1}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{-1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{n}, \dots$

3. ลำดับฟีโบนากชี (Fibonacci sequence.) เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีสมบัติ ว่า

$$a_n = a_{n-2} + a_{n-1}, \quad n \geq 3$$

เช่น $1, 1, 2, 3, 5, 8, 12, 20, \dots$
 $1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, \dots$

4. ลำดับโคชี (Cauchy sequence.) คือ ลำดับซึ่ง $|a_n - a_{n-1}|$ มีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับศูนย์ เมื่อ n มีค่ามากขึ้น โดยไม่มีที่สิ้นสุด เช่น

$1, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}}, \dots$
 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$
 $1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots$

การคาดเดาหรือหาค่าของลำดับถัดๆ ไป หรือ พจน์ถัดๆ ไป จะหาค่าได้เสมอ ดูวิธีการตามตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $f(x) = 5x + 3$

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	8	13	18	23	28	33	38

ผลต่างของ $f(x)$ มีค่าคงที่ครั้งที่หนึ่ง เท่ากับ 5 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

$\therefore f$ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 และมีผลต่าง เท่ากับ 5

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $f(x) = 5x^2 + 3x$

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	8	26	54	92	140	198	266

ผลต่างของ $f(x)$ มีค่าคงที่ครั้งที่สอง เท่ากับ 10 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

$\therefore f$ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 2 และมีผลต่าง เท่ากับ 10

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $f(x) = 2x^3 + x - 10$

พิจารณาค่าของ $f(x)$ และผลต่างของ $f(x)$ เมื่อ $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	-7	8	47	122	245	428	611

ผลต่างของ $f(x)$ มีค่าคงที่ครั้งที่ 3 เท่ากับ 12 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

$\therefore f$ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 3 และมีผลต่าง เท่ากับ 12

ตัวอย่างที่ 4 ให้ f เป็นฟังก์ชัน จากค่า x และ $f(x)$ ที่กำหนดให้
จงพิจารณาว่าผลต่างของค่าของฟังก์ชัน f ที่เป็นค่าคงตัวที่ไม่เท่ากับศูนย์หรือไม่

	x	1	2	3	4	5
	$f(x)$	3	-3	-13	-27	-45
ผลต่างครั้งที่ 1			-6	-10	-14	-18
ผลต่างครั้งที่ 2				-4	-4	-4

ผลต่างของ $f(x)$ มีค่าคงที่ครั้งที่สอง เท่ากับ -4 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

$\therefore f$ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 2 และมีผลต่าง เท่ากับ -4

ตารางการเขียนพหุนามในรูปแบบต่าง

ดีกรี	พหุนาม $f(x)$	จำนวนค่าที่คงที่
1	$f(x) = ax + b$	2
2	$f(x) = ax^2 + bx + c$	3
3	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$	4
4	$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$	5
5	$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$	...
...		...
...		...
n	$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} + ex^{n-4} + \dots + \text{ค่าคงที่}$	$n+1$
...		...

เมื่อ f เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 2 แล้ว สามารถเขียน ได้ $f(x) = ax^2 + bx + c$

โดยการแทน ค่าตัวแปร x เป็น 1 , 2 , 3 , 4 , 5 และ ค่าที่คงที่ ได้แก่ a , b , c

ผลต่างครั้งที่ (1) ผลต่างครั้งที่ (2)

จะได้	$f(1)$	$=$	$a + b + c$			
	$f(2)$	$=$	$4a + 2b + c$	$\searrow$	$3a + b$	$\searrow$
	$f(3)$	$=$	$9a + 3b + c$	$\searrow$	$5a + b$	$\searrow$
	$f(4)$	$=$	$16a + 4b + c$	$\searrow$	$7a + b$	$\searrow$
	$f(5)$	$=$	$25a + 5b + c$	$\searrow$	$9a + b$	$\searrow$
						$2a$
						$2a$
						$2a$

ตัวอย่างที่ 5 เมื่อ f เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 3

$f = ax^3 + bx^2 + cx + d$ มีตัวแปร คือ x และ ค่าคงที่ จำนวน 4 จำนวน
ดังนั้น สามารถ หาค่าคงที่ ทั้ง 4 จำนวน ได้ดังนี้

เมื่อ $x = 4$ จะได้ $f(4) = 20$ นั่นคือ $64a + 16b + 4c + d = 20$ (1)

เมื่อ $x = 3$ จะได้ $f(3) = 10$ นั่นคือ $27a + 9b + 3c + d = 10$ (2)

เมื่อ $x = 2$ จะได้ $f(2) = 4$ นั่นคือ $16a + 4b + 2c + d = 4$ (3)

เมื่อ $x = 1$ จะได้ $f(1) = 1$ นั่นคือ $a + b + c + d = 1$ (4)

ผลลบ ของ (3) - (4) คือ $7a + 3b + c = 3$ (5)

ผลลบ ของ (2) - (3) คือ $19a + 5b + c = 6$ (6)

ผลลบ ของ (1) - (2) คือ $37a + 7b + c = 10$ (7)

ผลลบ ของ (7) - (6) คือ $18a + 2b = 4$ (8)

ผลลบ ของ (6) - (5) คือ $12a + 2b = 3$ (9)

จากสมการ (8) และ (9) แก้สมการได้ $6a = 1$ หรือ $a = \frac{1}{6}$

แทนค่า $a = \frac{1}{6}$ จะได้ $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$ และ $d = 0$

นั่นคือ $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x$

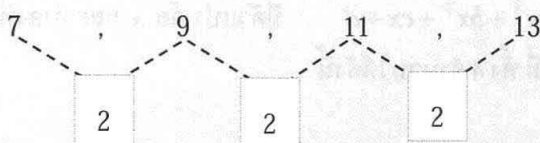
∴ เราสามารถเขียนลำดับในตัวอย่างที่ 5 เป็นลำดับทั่วไปได้ว่า

$$a_n = \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n$$

ตัวอย่างที่ 6

จงหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับ 7 , 9 , 11 , 13 ,

วิธีทำ



ผลต่างของ ลำดับ นี้ มีค่าคงที่ครั้งที่หนึ่ง เท่ากับ 2 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

 $\therefore$ ลำดับนี้ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 และมีผลต่าง เท่ากับ 2

เขียนเป็นพหุนามได้

$$f(x) = ax + b$$

$$\text{เมื่อ } x = 2 \text{ จะได้ } f(2) = 9 \quad \text{นั่นคือ } 9 = 2a + b \quad \dots (1)$$

$$\text{เมื่อ } x = 1 \text{ จะได้ } f(1) = 7 \quad \text{นั่นคือ } 7 = a + b \quad \dots (2)$$

$$\text{ผลลบ ของ } (1) - (2) \quad \text{คือ } 2 = a \quad \dots (3)$$

$$\text{แทนค่า } a \text{ ด้วย 2 ในสมการที่ (2) จะได้ } 7 = 2 + b \quad \dots (4)$$

$$5 = b \quad \dots (4)$$

$$\therefore f(x) = 2x + 5$$

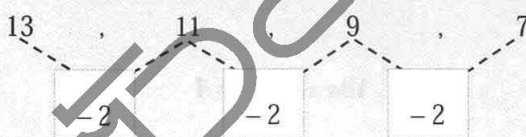
ดังนั้น สามารถ เขียนเป็นพจน์ทั่วไปได้ว่า

$$a_n = 2n + 5 \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7

จงหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับ 13 , 11 , 9 , 7 ,

วิธีทำ



ผลต่างของ ลำดับ นี้ มีค่าคงที่ครั้งที่หนึ่ง เท่ากับ -2 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

 $\therefore$ ลำดับนี้ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 และมีผลต่าง เท่ากับ -2

เขียนเป็นพหุนามได้

$$f(x) = ax + b$$

$$\text{เมื่อ } x = 2 \text{ จะได้ } f(2) = 11 \quad \text{นั่นคือ } 11 = 2a + b \quad \dots (1)$$

$$\text{เมื่อ } x = 1 \text{ จะได้ } f(1) = 13 \quad \text{นั่นคือ } 13 = a + b \quad \dots (2)$$

$$\text{ผลลบ ของ } (2) - (1) \quad \text{คือ } 2 = -a \quad \dots (3)$$

$$-2 = a \quad \dots (3)$$

$$\text{แทนค่า } a \text{ ด้วย } -2 \text{ ในสมการที่ (2) จะได้ } 13 = -2 + b \quad \dots (4)$$

$$15 = b \quad \dots (4)$$

$$\therefore f(x) = -2x + 15$$

ดังนั้น สามารถ เขียนเป็นพจน์ทั่วไปได้ว่า

$$a_n = -2n + 15 \quad \text{ตอบ}$$

แบบฝึกหัด 1.1.1

1. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n + 5$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = 2(1) + 5 = \boxed{7}$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = 2(2) + 5 = \boxed{9}$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = 2(3) + 5 = \boxed{11}$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = 2(4) + 5 = \boxed{13}$

 $\therefore$ สี่พจน์แรก คือ 7 , 9 , 11 , 13

ตอบ

2.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

 $\therefore$ สี่พจน์แรก คือ 7 , 9 , 11 , 13

ตอบ

3.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-2)^n$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = (-2)^1 = \boxed{-2}$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = (-2)^2 = \boxed{4}$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = (-2)^3 = \boxed{-8}$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = (-2)^4 = \boxed{16}$

 $\therefore$ สี่พจน์แรก คือ -2 , 4 , -8 , 16

ตอบ

4.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{n+1}{n}$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
 \text{พจน์ที่สอง} & \text{ คือ } a_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \\
 \text{พจน์ที่สาม} & \text{ คือ } a_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4} \\
 \text{พจน์ที่สี่} & \text{ คือ } a_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5} \\
 \therefore \text{สี่พจน์แรก} & \text{ คือ } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

ตอบ

5.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1+(-1)}{1} = 0 \\
 a_2 &= \frac{1+(-1)^2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\
 a_3 &= \frac{1+(-1)^{-3}}{3} = 0 \\
 a_4 &= \frac{1+(-1)^4}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\
 \therefore \text{สี่พจน์แรก} & \text{ คือ } 0, 1, 0, \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

ตอบ

6.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{2^n}{3^n}$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3} \\
 a_2 &= \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} \\
 a_3 &= \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} \\
 a_4 &= \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} \\
 \therefore \text{สี่พจน์แรก} & \text{ คือ } \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}
 \end{aligned}$$

ตอบ

7.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = (n-1)(n+1)$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

$$\begin{aligned}
 a_1 &= (1-1)(1+1) = 0 \\
 a_2 &= (2-1)(2+1) = 3 \\
 a_3 &= (3-1)(3+1) = 8 \\
 a_4 &= (4-1)(4+1) = 15 \\
 \therefore \text{สี่พจน์แรก} & \text{ คือ } 0, 3, 8, 15
 \end{aligned}$$

ตอบ

8.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = n(n-1)(n-2)$

วิธีทำ สี่พจน์แรกได้แก่

$$a_1 = 1(1-1)(1-2) = 0$$

$$a_2 = 2(2-1)(2-2) = 0$$

$$a_3 = 3(3-1)(3-2) = 6$$

$$a_4 = 4(4-1)(4-2) = 24$$

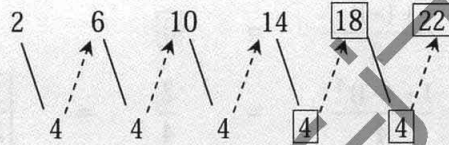
$\therefore$ สี่พจน์แรก คือ 0 , 0 , 6 , 24

ตอบ

2. จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 2 , 6 , 10 , 14 ,

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

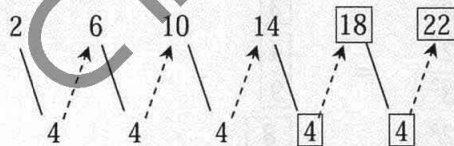


$\therefore$ สองพจน์ คือ 18 และ 22

ตอบ

2.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 200 , 195 , 190 , 185 ,

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

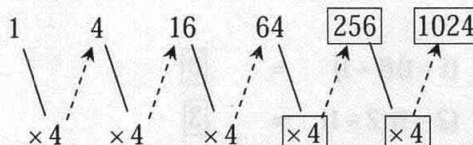


$\therefore$ สองพจน์ คือ 18 และ 22

ตอบ

3.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 1 , 4 , 16 , 64 ,

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

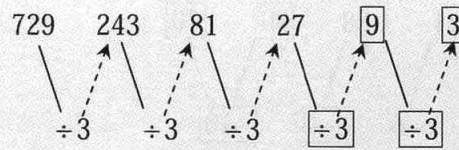


$\therefore$ สองพจน์ คือ 256 และ 1024

ตอบ

4.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $729, 243, 81, 27, \dots$

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

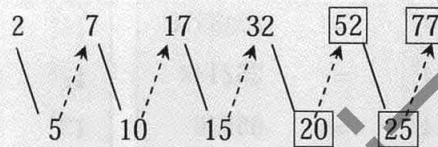


$\therefore$ สองพจน์ คือ 9 และ 3

ตอบ

5.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $2, 7, 17, 32, \dots$

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

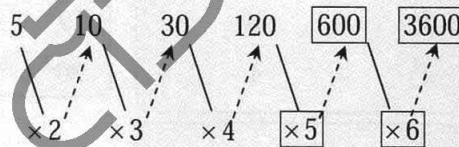


$\therefore$ สองพจน์ คือ 256 และ 1024

ตอบ

6.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $5, 10, 30, 120, \dots$

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

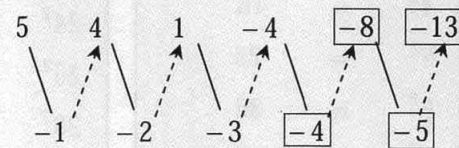


$\therefore$ สองพจน์ คือ 600 และ 3600

ตอบ

7.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $5, 4, 1, -4, \dots$

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ได้แก่

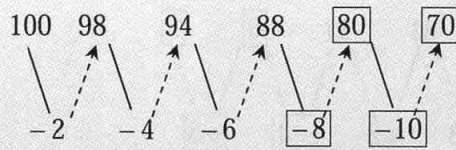


$\therefore$ สองพจน์ คือ -8 และ -13

ตอบ

8.) จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $100, 98, 94, 88, \dots$

วิธีทำ พจน์ถัดไปสองพจน์ ได้แก่



$\therefore$ สองพจน์ คือ 80 และ 70

ตอบ

1.1.2 การหาพจน์ทั่วไป

พจน์ทั่วไป ของลำดับ สามารถเขียนออกมาในรูป a_n เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$ และพบทวน เลขยกกำลังดังต่อไปนี้

$$2^0 = 1$$

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \\ 2^6 &= 64 \\ 2^7 &= 128 \\ 2^8 &= 256 \\ 2^9 &= 512 \\ 2^{10} &= 1024 \\ 2^{11} &= 2048 \\ 2^{12} &= 4096 \\ 2^{13} &= 8192 \\ 2^{14} &= 16384 \\ 2^{15} &= 32768 \\ 2^{16} &= 65536 \\ 2^{17} &= 131072 \\ 2^{18} &= 262144 \\ 2^{19} &= 524288 \\ 2^{20} &= 1048576 \end{aligned}$$

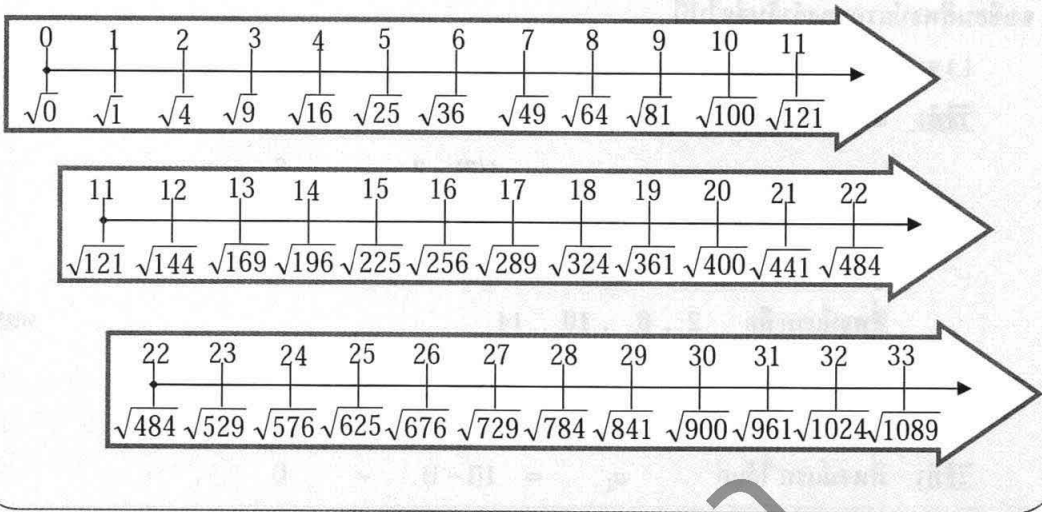
$$\begin{aligned} 4^{10} &= 1048576 \\ 4^9 &= 262144 \\ 4^8 &= 65536 \\ 4^7 &= 16384 \\ 4^6 &= 4096 \\ 4^5 &= 1024 \\ 4^4 &= 256 \\ 4^3 &= 64 \\ 4^2 &= 16 \\ 4^1 &= 4 \end{aligned}$$

$$0^2 = 0$$

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1 \\ 2^2 &= 4 \\ 3^2 &= 9 \\ 4^2 &= 16 \\ 5^2 &= 25 \\ 6^2 &= 36 \\ 7^2 &= 49 \\ 8^2 &= 64 \\ 9^2 &= 81 \\ 10^2 &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11^2 &= 121 \\ 12^2 &= 144 \\ 13^2 &= 169 \\ 14^2 &= 196 \\ 15^2 &= 225 \\ 16^2 &= 256 \\ 17^2 &= 289 \\ 18^2 &= 324 \\ 19^2 &= 361 \\ 20^2 &= 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21^2 &= 441 \\ 22^2 &= 484 \\ 23^2 &= 529 \\ 24^2 &= 576 \\ 25^2 &= 625 \\ 26^2 &= 676 \\ 27^2 &= 729 \\ 28^2 &= 784 \\ 29^2 &= 841 \\ 30^2 &= 900 \end{aligned}$$



กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

จงทำเครื่องหมายถูกหรือผิดหน้าข้อทุกข้อ ต่อไปนี้

- ☐ 1. ลำดับ 2, 4, 6, 8, 10, ลำดับนี้เป็น ลำดับ อนันต์
- ☐ 2. ลำดับ 2, 4, 8, 16, 32 ลำดับนี้เป็น ลำดับ จำกัด
- ☐ 3. ลำดับ 2, 4, 8, 16, 32, 64 ลำดับนี้เป็น ลำดับ จำกัด ที่มี 6 พจน์
- ☐ 4. ลำดับ 2, 4, 8, 16, 32, ลำดับนี้มีพจน์ที่ 6 เป็น 65
- ☐ 5. ลำดับ 2, 4, 8, 16, 32, ลำดับนี้มีพจน์ที่ 6 เป็น 2^6
- ☐ 6. ลำดับ 2, 4, 8, 16, 32, ลำดับนี้เขียนเป็นพจน์ทั่วไปคือ $a_n = 2^n$
- ☐ 7. พจน์ทั่วไปของลำดับ จำกัด คือ $a_n = 2^n$ มีพจน์ที่ 10 คือ $a_{10} = 2^{10} = 1024$
- ☐ 8. ลำดับมีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = 4n - 2$ มี $a_2 = 4(2) - 2 = 6$
- ☐ 9. ลำดับมีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = \frac{2n}{n+1}$ มี $a_6 = \frac{12}{7}$
- ☐ 10. ลำดับมีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = \frac{2n}{n+1}$ มี $a_5 = \frac{5}{3}$
- ☐ 11. ลำดับมีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ มี $a_5 = \frac{1}{512}$
- ☐ 12. ลำดับ 4, 8, 16, 32, ลำดับนี้เขียนเป็นพจน์ทั่วไปคือ $a_n = 2^{n+1}$
- ☐ 13. ลำดับ 1, 2, 4, 8, 16, 32 ลำดับนี้เขียนเป็นพจน์ทั่วไปคือ $a_n = 2^{n-1}$
- ☐ 14. ค่าของ $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ซึ่งได้จาก $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

เฉลยคำตอบกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

1. ☒	2. ☒	3. ☒	4. ☒	5. ☒	6. ☒	7. ☒	8. ☒	9. ☒	10. ☒
11. ☒	12. ☒	13. ☒	14. ☒						

แบบฝึกหัด 1.1.2

1. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 4n - 2$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 4(1) - 2 = 2, \\ a_2 &= 4(2) - 2 = 6, \\ a_3 &= 4(3) - 2 = 10, \\ a_4 &= 4(4) - 2 = 14 \end{aligned}$$

∴ สี่พจน์แรก คือ 2 , 6 , 10 , 14

ตอบ

2.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = n(n-1)$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 1(1-1) = 0, \\ a_2 &= 2(2-1) = 2, \\ a_3 &= 3(3-1) = 6, \\ a_4 &= 4(4-1) = 12 \end{aligned}$$

∴ สี่พจน์แรก คือ 0 , 2 , 6 , 12

ตอบ

3.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{2n}{n+1}$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2(1)}{1+1} = 1, \\ a_2 &= \frac{2(2)}{2+1} = \frac{4}{3}, \\ a_3 &= \frac{2(3)}{3+1} = \frac{3}{2}, \\ a_4 &= \frac{2(4)}{4+1} = \frac{8}{5} \end{aligned}$$

∴ สี่พจน์แรก คือ $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}$

ตอบ

4.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}, \\ a_2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \\ a_3 &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \\ a_4 &= \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

∴ สี่พจน์แรก คือ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

ตอบ

5.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-1)^n$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1)^1 = 1, \\ a_2 &= (-1)^2 = 1, \\ a_3 &= (-1)^3 = -1, \\ a_4 &= (-1)^4 = 1 \end{aligned}$$

$\therefore$ สี่พจน์แรก คือ $-1, 1, -1, 1$

ตอบ

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้

1.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

วิธีทำ พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ตอบ

2.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $1, 3, 9, 27$

วิธีทำ พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = 1 = 3^0$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = 3 = 3^1$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = 9 = 3^2$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = 27 = 3^3$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 3^{n-1}$

ตอบ

3.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $24, 8, \frac{8}{3}, \frac{8}{9}$

วิธีทำ พจน์ที่หนึ่ง คือ $a_1 = 24 = \frac{24}{3^0}$

พจน์ที่สอง คือ $a_2 = 8 = \frac{24}{3} = \frac{24}{3^1}$

พจน์ที่สาม คือ $a_3 = \frac{8}{3} = \frac{24}{3^2}$

พจน์ที่สี่ คือ $a_4 = \frac{8}{9} = \frac{8}{3^2} = \frac{24}{3^3}$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = \frac{24}{3^{n-1}} = 24\left(\frac{1}{3^{n-1}}\right)$

ตอบ

4.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

<u>วิธีทำ</u>	พจน์ที่หนึ่ง	คือ	a_1	=	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{(1+1)}{(1+2)}$
	พจน์ที่สอง	คือ	a_2	=	$\frac{3}{4}$	=	$\frac{(2+1)}{(2+2)}$
	พจน์ที่สาม	คือ	a_3	=	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{(3+1)}{(3+2)}$
	พจน์ที่สี่	คือ	a_4	=	$\frac{5}{6}$	=	$\frac{(4+1)}{(4+2)}$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = \frac{(n+1)}{(n+2)}$ ตอบ

5.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $0.4, 0.04, 0.004, 0.0004$

<u>วิธีทำ</u>	พจน์ที่หนึ่ง	คือ	a_1	=	4×10^{-1}	=	0.4
	พจน์ที่สอง	คือ	a_2	=	4×10^{-2}	=	0.04
	พจน์ที่สาม	คือ	a_3	=	4×10^{-3}	=	0.004
	พจน์ที่สี่	คือ	a_4	=	4×10^{-4}	=	0.0004

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 4 \times 10^{-n}$ ตอบ

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1, 3, 5, 7, 9$

<u>วิธีทำ</u>	สัพจน์แรก ได้แก่	a_1	=	$2(1) - 1$	=	1	,
		a_2	=	$2(2) - 1$	=	3	,
		a_3	=	$2(3) - 1$	=	5	,
		a_4	=	$2(4) - 1$	=	7	

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 2(n) - 1 = 2n - 1$ ตอบ

2.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $4, 8, 12, 16, 20, \dots$

<u>วิธีทำ</u>	สัพจน์แรก ได้แก่	a_1	=	$4(1)$	=	4	,
		a_2	=	$4(2)$	=	8	,
		a_3	=	$4(3)$	=	12	,
		a_4	=	$4(4)$	=	16	

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 4(n) = 4n$ ตอบ

3.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3 , 7 , 11 , 15 , 19 ,

วิธีทำ ห้พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 4(1) - 1 = 3 , \\ a_2 &= 4(2) - 1 = 7 , \\ a_3 &= 4(3) - 1 = 11 , \\ a_4 &= 4(4) - 1 = 15 , \\ a_5 &= 4(5) - 1 = 19 \end{aligned}$$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 4(n) - 1 = 4n - 1$ ตอบ

4.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 7 , 12 , 17 , 22 , 27 ,

วิธีทำ ห้พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 5(1) + 2 = 7 , \\ a_2 &= 5(2) + 2 = 12 , \\ a_3 &= 5(3) + 2 = 17 , \\ a_4 &= 5(4) + 2 = 22 , \\ a_5 &= 5(5) + 2 = 27 \end{aligned}$$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 5(n) + 2 = 5n + 2$ ตอบ

5.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1 , 6 , 11 , 16 , 21 ,

วิธีทำ ห้พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 5(1) - 4 = 1 , \\ a_2 &= 5(2) - 4 = 6 , \\ a_3 &= 5(3) - 4 = 11 , \\ a_4 &= 5(4) - 4 = 16 , \\ a_5 &= 5(5) - 4 = 21 \end{aligned}$$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 5(n) - 4 = 5n - 4$ ตอบ

6.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 0 , -1 , -2 , -3 , -4 ,

วิธีทำ ห้พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 - 1 = 0 , \\ a_2 &= 1 - 2 = -1 , \\ a_3 &= 1 - 3 = -2 , \\ a_4 &= 1 - 4 = -3 , \\ a_5 &= 1 - 5 = -4 \end{aligned}$$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 1 - n$ ตอบ

7.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1 , -1 , -3 , -5 , -7 ,

วิธีทำ ห้พจน์แรก ได้แก่ $a_1 = 3 - 2(1) = 1$,

$$\begin{aligned}
 a_2 &= 3 - 2(2) = -1, \\
 a_3 &= 3 - 2(3) = -3, \\
 a_4 &= 3 - 2(4) = -5, \\
 a_5 &= 3 - 2(5) = -7
 \end{aligned}$$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = 3 - 2n$$

ตอบ

8.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 0, -3, -6, -9,

วิธีทำ ห้าพจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 6 - 3(1) = 3, \\
 a_2 &= 6 - 3(2) = 0, \\
 a_3 &= 6 - 3(3) = -3, \\
 a_4 &= 6 - 3(4) = -6, \\
 a_5 &= 6 - 3(5) = -9
 \end{aligned}$$

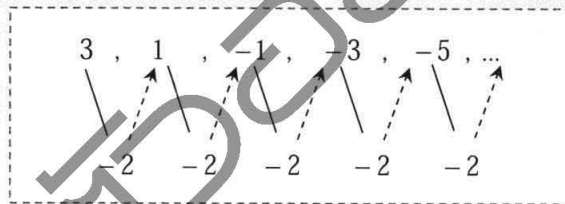
∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = 6 - 3n$$

ตอบ

9.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 1, -1, -3, -5,

วิธีทำ



ผลต่างของลำดับมีค่าคงที่ครั้งที่หนึ่ง เท่ากับ -2 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

∴ -2 เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 และมีผลต่างคงที่ เท่ากับ -2

a_n เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1

∴

$$a_n = an + b \quad \text{..... (1.)}$$

$$a_1 = a(1) + b = 3 \quad \text{..... (2.)}$$

$$a_2 = a(2) + b = 1 \quad \text{..... (3.)}$$

หาคำตอบจากสมการที่ (2.) และ สมการ ที่ (3.) ได้ดังนี้

$$a + b = 3 \quad \text{..... (2.)}$$

$$2a + b = 1 \quad \text{..... (3.)}$$

ให้สมการที่ (2.) - (1.) จะได้ แล้วแทนค่า $a = -2$, $b = 5$

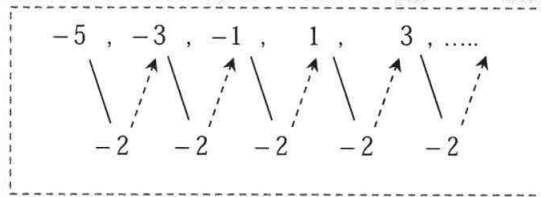
∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = 5 - 2n$$

ตอบ

10.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-5, -3, -1, 1, 3, \dots$

วิธีทำ



ผลต่างของลำดับมีค่าคงที่ครั้งหนึ่งเท่ากับ -2 ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

$\therefore -2$ เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 และมีผลต่างคงที่เท่ากับ -2

a_n เป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1

$$\therefore a_n = an + b \quad \dots (1)$$

$$a_1 = a(1) + b = -5 \quad \dots (2)$$

$$a_2 = a(2) + b = -3 \quad \dots (3)$$

หาคำตอบจากสมการที่ (2.) และ สมการ ที่ (3.) ได้ดังนี้

$$a + b = -5 \quad \dots (2)$$

$$2a + b = -3 \quad \dots (3)$$

ให้สมการที่ (2.) $-(1.)$ จะได้แล้วแทนค่า $a = 2, b = -7$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 2n - 7$ ตอบ

11.) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \dots$ ปรับปรุงโจทย์จาก $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots$

วิธีทำ สี่พจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{3(1)} = \frac{1}{3}, \\ a_2 &= \frac{1}{3(2)} = \frac{1}{6}, \\ a_3 &= \frac{1}{3(3)} = \frac{1}{9}, \\ a_4 &= \frac{1}{3(4)} = \frac{1}{12}, \end{aligned}$$

$\therefore$ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = \frac{1}{3n}$ ตอบ

12.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

วิธีทำ ห้าพจน์แรก ได้แก่

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{1^2} = 1, \\ a_2 &= \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \\ a_3 &= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}, \\ a_4 &= \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}, \\ a_5 &= \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \end{aligned}$$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = \frac{1}{n^2}$$

ตอบ

13.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

วิธีทำ ห้าพจน์แรก ได้แก่

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2},$$

$$a_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3},$$

$$a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4},$$

$$a_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5},$$

$$a_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

ตอบ

14.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{16}{11}, \frac{32}{13}, \dots$

วิธีทำ ห้าพจน์แรก ได้แก่

$$a_1 = \frac{2^1}{2(1)+3} = \frac{2}{5},$$

$$a_2 = \frac{2^2}{2(2)+3} = \frac{4}{7},$$

$$a_3 = \frac{2^3}{2(3)+3} = \frac{8}{9},$$

$$a_4 = \frac{2^4}{2(4)+3} = \frac{16}{11},$$

$$a_5 = \frac{2^5}{2(5)+3} = \frac{32}{13}$$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = \frac{2^n}{2n+3}$$

ตอบ

15.) จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

วิธีทำ ห้าพจน์แรก ได้แก่

$$a_1 = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1},$$

$$a_2 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$a_3 = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3},$$

$$a_4 = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4},$$

$$a_5 = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$$

∴ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ

$$a_n = \frac{n-1}{n}$$

ตอบ

1.1.3 ลำดับเลขคณิต

นิยาม ลำดับเลขคณิต หมายถึง ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าคงที่
นั่นคือผลลบของผลหลังลบด้วยพจน์หน้ามีค่าคงที่

นิยาม ผลต่างร่วม (d) หมายถึง ผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าคงที่

ข้อสังเกต ลำดับเลขคณิต สามารถเขียนในรูปพหุนามดีกรีหนึ่งเสมอ

เขียนเป็นลำดับ ได้ ;

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_1 + (n-1)d$$

หาผลต่างร่วม d ได้ ;

$$(a_1 + d) - a_1 = (a_1 + 2d) - (a_1 + d) = d$$

เขียนเป็นพจน์ทั่วไป ได้ ;

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \dots (1)$$

สูตร ลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$d = \frac{a_n - a_1}{(n-1)}$$

หรือ

$$d = a_n - a_{n-1} \quad \dots (2)$$

สูตร ลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$

$$\frac{a_n - a_1}{d} = (n-1)$$

$$\frac{a_n - a_1}{d} + 1 = n$$

$$\therefore n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \quad \dots (3)$$

สรุป ได้เป็น

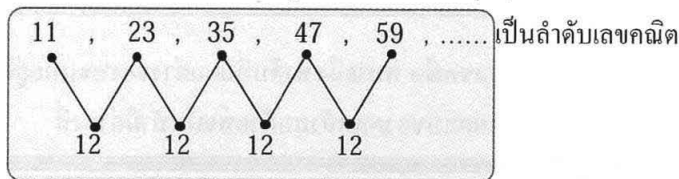
$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \begin{cases} d = a_n - a_{n-1} \\ n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \end{cases}$$

กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

จงทำเครื่องหมายถูกหรือผิดหน้าข้อทุกๆ ข้อ ต่อไปนี้



1. ลำดับ

2. ลำดับ 12 , 12 , 12 , 12 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $d = 0$ 3. ลำดับ 11 , 23 , 35 , 47 , 59 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $a_1 = 11$ 4. ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 11$ และ $d = 12$ จะมี $a_4 = 59$ 5. ลำดับ -3 , -7 , -11 , -15 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $a_5 = -19$ 6. ลำดับ -3 , -7 , -11 , -15 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $a_6 = -22$ 7. ลำดับ -3 , -7 , -11 , -15 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $d = 4$ 8. ลำดับ $\frac{5}{2}$, 1 , $-\frac{1}{2}$, -2 , เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $a_1 = \frac{5}{2}$, $d = -\frac{3}{2}$ 9. ลำดับ $\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\sqrt{5}$, $\frac{3\sqrt{5}}{2}$, $2\sqrt{5}$, เป็นลำดับเลขคณิตที่มีค่า $a_1 = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $d = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 10. ลำดับ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\sqrt{5}$, $\frac{3\sqrt{5}-1}{2}$, $2\sqrt{5}-1$, เป็นลำดับเลขคณิต

$$\text{ที่มีค่า } a_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} , d = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

11. ค่าของ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$ 12. ค่าของ $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$ 13. ค่าของ $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = x-y$ 14. ค่าของ $\frac{1}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \cdot \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}$ 15. ค่าของ $\frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \cdot \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ 16. ค่าของ $\frac{1}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{1}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \cdot \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ 17. ค่าของ $\frac{1}{(x-y)} = \frac{1}{(x-y)} \cdot \frac{(x+y)}{(x+y)} = \frac{x+y}{x^2-y^2}$ 

18. ตอนมัธยมต้น คุณครู หรือ อาจารย์ หรือ พี่ หรือ เพื่อน เคยให้ท่องคิดปากคิดใจว่า

$$(\text{หน้า})^2 - (\text{หลัง})^2 = (\text{หน้า} + \text{หลัง})(\text{หน้า} - \text{หลัง})$$

$$n^2 - l^2 = (n + l)(n - l)$$

เฉลยคำตอบกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

1. ☒	2. ☒	3. ☒	4. ☒	5. ☒	6. ☒	7. ☒	8. ☒	9. ☒	10. ☒
11. ☒	12. ☒	13. ☒	14. ☒	15. ☒	16. ☒	17. ☒	18. ☒		

ตารางฝึกทำ d ซึ่งเป็นผลต่างร่วม

ข้อ	ลำดับ	ได้ d	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	4 , 11 , 18 , 25 , , 613		☒	
2	4 , 9 , 14 ,			
3	4 , 8 , 12 , 16 , 20			
4	4 , 18 , x , , 613			
5	4 , 14 ,			
6	4 , 13 , 22 ,			
7	4 , -4 , -12 ,			
8	$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_1 + (n-1)d$		☒	
9	$a_1, a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 6d, \dots, a_1 + 2(n-1)d$		☒	
10	$a_1, a_1 - 3d, a_1 - 6d, a_1 - 9d, \dots, a_1 - 3(n-1)d$		☒	

เฉลยคำตอบตารางฝึกทำ d ซึ่งเป็นผลต่างร่วม

ข้อ	ลำดับ	ได้ d	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	4 , 11 , 18 , 25 , , 613	<u>7</u>	☒	
2	4 , 9 , 14 ,	<u>5</u>		☒
3	4 , 8 , 12 , 16 , 20	<u>4</u>	☒	
4	4 , 18 , x , , 613	<u>14</u>	☒	
5	4 , 14 ,	<u>10</u>		☒
6	4 , 13 , 22 ,	<u>9</u>		☒
7	4 , -4 , -12 ,	<u>-8</u>		☒
8	$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_1 + (n-1)d$	<u>d</u>	☒	
9	$a_1, a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 6d, \dots, a_1 + 2(n-1)d$	<u>$2d$</u>	☒	
10	$a_1, a_1 - 3d, a_1 - 6d, a_1 - 9d, \dots, a_1 - 3(n-1)d$	<u>$-3d$</u>	☒	

แบบฝึกหัด 1.1.3

1. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตตามสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ $a_1 = 2$, $d = 4$

วิธีทำ สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 + (1-1)(4) = 2 , \\ a_2 &= 2 + (2-1)(4) = 6 , \\ a_3 &= 2 + (3-1)(4) = 10 , \\ a_4 &= 2 + (4-1)(4) = 14 , \end{aligned}$$

สี่พจน์แรก คือ 2 , 6 , 10 , 14

ตอบ

2.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ $a_1 = 3$, $d = 5$

วิธีทำ สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 + (1-1)(5) = 3 , \\ a_2 &= 3 + (2-1)(5) = 8 , \\ a_3 &= 3 + (3-1)(5) = 13 , \\ a_4 &= 3 + (4-1)(5) = 18 , \end{aligned}$$

สี่พจน์แรก คือ 3 , 8 , 13 , 18

ตอบ

3.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ $a_1 = -3$, $d = 3$

วิธีทำ สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} a_1 &= -3 + (1-1)(3) = -3 , \\ a_2 &= -3 + (2-1)(3) = 0 , \\ a_3 &= -3 + (3-1)(3) = 3 , \\ a_4 &= -3 + (4-1)(3) = 6 , \end{aligned}$$

สี่พจน์แรก คือ -3 , 0 , 3 , 6

ตอบ

4.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ $a_1 = -4$, $d = 2$

วิธีทำ สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} a_1 &= -4 + (1-1)(2) = -4 , \\ a_2 &= -4 + (2-1)(2) = -2 , \\ a_3 &= -4 + (3-1)(2) = 0 , \\ a_4 &= -4 + (4-1)(2) = 2 , \end{aligned}$$

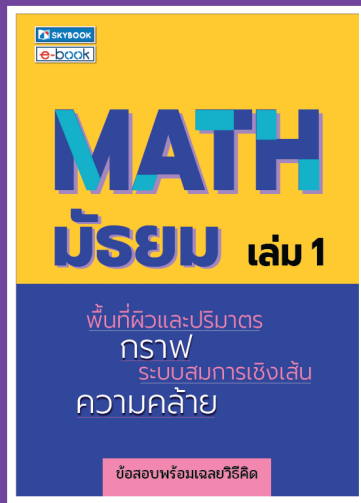
สี่พจน์แรก คือ -4 , -2 , 0 , 2

ตอบ

5.) จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ $a_1 = 5$, $d = -2$

วิธีทำ สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

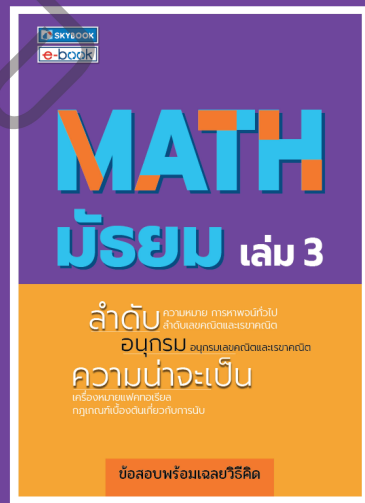
$$\begin{aligned} a_1 &= 5 + (1-1)(-2) = 5 , \\ a_2 &= 5 + (2-1)(-2) = 3 , \end{aligned}$$



MATH มัธยม เล่ม 1



MATH มัธยม เล่ม 2



MATH มัธยม เล่ม 3

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด
SKYBOOK COMPANY LIMITED
 28, 30, 32 ซอยรังสิต - ปทุมธานี 16 ซอย 7
 ต.ประชาธิปัตย์ อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 12130
 โทรศัพท์ 0-2958-1125, 0-2958-1127 www.skybook.co.th
 e-mail: sales@skybook.co.th, saleskybook@gmail.com

e-book

หมวดคู่มือเตรียมสอบ

MATH มัธยม เล่ม 3

ISBN : 978-616-596-242-1



9 786165 962421

ราคา 320 บาท