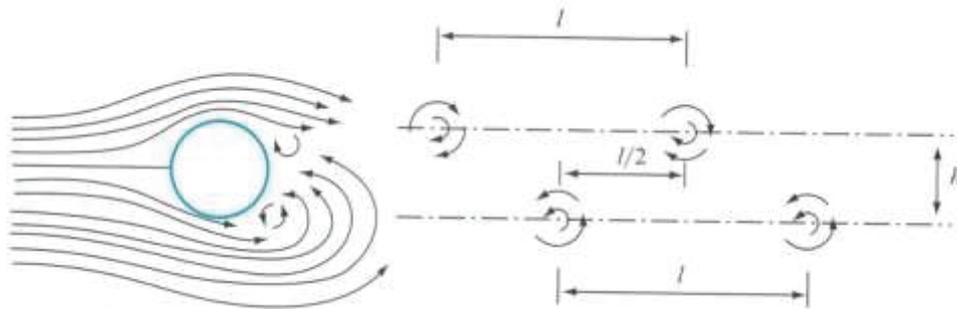


พลศาสตร์ของการไหลวน

Dynamics of Vortex Flow



รศ.ดร.รัชพล สันติวราร
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะ วิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

คำนำ

พลศาสตร์ของการไหลวน เล่มนี้ เขียนขึ้นเพื่อใช้เป็นตำราประกอบการเรียนการสอน รายวิชาพลศาสตร์ของการไหลวน (Dynamics of Vortex Flow) ซึ่งเป็นวิชาเลือกเรียนสำหรับ นักศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตและดุษฎีบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ตำราเล่มนี้ได้เขียนขึ้น เพื่อสรุปรวบรวมทฤษฎีและหลักการพื้นฐานที่สำคัญของลักษณะการเคลื่อนที่ของการไหลวน โดย ได้สรุปถึงคุณสมบัติที่สำคัญของการไหลวน สมการพื้นฐานและทฤษฎีที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับการ ไหลวน การใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขในการวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลวน ตลอดจนอธิบาย ลักษณะที่สำคัญของการไหลวน รวมถึง เหตุผลและที่มาของการเกิดปรากฏการณ์การไหลวนจริง แบบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในธรรมชาติ นอกจากนี้ ยังได้รวบรวมตัวอย่างการนำลักษณะการไหลวนไป ประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในงานทางด้านวิศวกรรม พร้อมคำอธิบายและภาพประกอบด้วย เช่น การไหลผ่านปีกเครื่องบิน การไหลวนในห้องเผาไหม้ การไหลในไซโคลน การไหลในท่อหมุนวน การส่งของไหลในท่อเกลียว หรือ การผลิตพลังงานไฟฟ้าจากพลังงานน้ำวนอิสระ เป็นต้น ซึ่งจะทำ ให้ผู้อ่านมีความรู้และความเข้าใจในลักษณะการไหลวนแบบ ต่าง ๆ ได้ และเป็นพื้นฐานที่สำคัญใน การนำไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในการวิเคราะห์และแก้ไขปัญหาทางวิศวกรรมต่อไป

ในตำราเล่มนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บท ประกอบไปด้วย บทที่ 1 การไหลวนขั้นแนะนำ บทที่ 2 สมการพื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการไหลวน บทที่ 3 การเคลื่อนที่ของการไหลวน บทที่ 4 การไหลวนในธรรมชาติ บทที่ 5 การไหลวนในงานทางด้านวิศวกรรม และ บทที่ 6 การ คำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีดิคริทอเท็กซ์ โดยในแต่ละบทเน้นความเข้าใจในหลักพื้นฐานของการ ไหลวน มีตัวอย่างและแบบฝึกหัดท้ายบทไว้ให้ศึกษาทำความเข้าใจ และฝึกทดลองแก้ปัญหาจาก โจทย์ที่กำหนดไว้ด้วย

ผู้เขียนหวังว่าตำราเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่นักศึกษาและผู้สนใจทั่วไป ในการทำความเข้าใจ เนื้อหา ทฤษฎีเกี่ยวกับการไหลวนและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทาง วิศวกรรมต่อไปได้

รศ.ดร.รัชพล สันติวรากร

มกราคม 2569

ประวัติผู้เขียน

รศ.ดร.รัชพล สันติวรากร



ตำแหน่งทางวิชาการ : รองศาสตราจารย์

คุณวุฒิการศึกษา :

- ปริญญาตรี วศ.บ. (เครื่องกล) เกียรตินิยมอันดับสอง มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- ปริญญาตรี น.บ. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- M. Eng, University of Tsukuba, Japan
- Ph.D. (Mechanical Engineering), University of Tsukuba, Japan

ตำแหน่งบริหาร :

- คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- อดีตรองคณบดีฝ่ายพัฒนานักศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- อดีตรองคณบดีฝ่ายแผนและสารสนเทศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- อดีตหัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตำแหน่งงานอื่น ๆ :

- ผู้จัดการโครงการสนับสนุนการพัฒนาเทคโนโลยีและนวัตกรรม (ITAP) เครือข่าย มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- หัวหน้ากลุ่มวิจัยวิศวกรรมฟาร์มและเทคโนโลยีการควบคุมอัตโนมัติ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- ผู้ตรวจประเมินรางวัลคุณภาพแห่งชาติ

ความชำนาญ :

พลศาสตร์ของไหล การเผาไหม้ เทคโนโลยีการอนุรักษ์พลังงานและพลังงานทดแทน

ผลงานการเขียนตำรา :

- | | |
|---|------------------------------------|
| คณิตศาสตร์วิศวกรรม 2 (2546) | การเผาไหม้เครื่องยนต์ภายใน (2547) |
| แคลคูลัส (2548) | พลศาสตร์ของไหลที่มีความหนืด (2549) |
| การจัดการพลังงานสำหรับผู้จัดการพลังงาน (2557) | |

สารบัญ

หน้า

บทที่ 1 การไหลวนขั้นแนะนำ (Introduction to Vortex Flow)	
1.1 บทนำ (Introduction)	1-1
1.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	1-1
1.3 ลักษณะของการไหลวน (Characteristic of Vortex Flow)	1-2
1.4 ความหมายของการไหลเวียน (Definition of Circulation)	1-5
1.5 ความหมายของ Vortex Line, Vortex Tube และ Vortex Filament (Definition of Vortex Line, Vortex Tube and Vortex Filament)	1-8
1.6 ความต่อเนื่องของการไหลวน (Continuity of Vorticity)	1-9
1.7 การหมุนวนแบบแรงคีน (Rankine Combined Vortex)	1-12
1.8 บทสรุป (Conclusion)	1-19
แบบฝึกหัดท้ายบท	1-19
เอกสารอ้างอิง	1-21
บทที่ 2 สมการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการการไหลวน (Equations and Theory Related to Vortex Flow)	
2.1 บทนำ (Introduction)	2-2
2.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	2-2
2.3 การเคลื่อนที่และการเปลี่ยนรูปของอนุภาคของไหล (Motion and Deformation For a Fluid Element)	2-2
2.4 หลักการอนุรักษ์มวล (Principle of Mass Conservation)	2-10
2.5 หลักการอนุรักษ์โมเมนตัม (Principle of Conservation of Momentum)	2-12
2.6 หลักการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of Energy Principle)	2-17
2.7 ฟังก์ชันการไหล (Stream Function)	2-19
2.8 การไหลแบบไร้ความหนืด (Inviscid Flow)	2-22
2.9 การไหลแบบไม่หมุนและความเร็วโพเทนเชียล (Irrotational Flow and Potential Velocity)	2-24
2.10 ตัวอย่างพื้นฐานของการไหลแบบโพเทนเชียล (Some Basic of Potential Flow)	2-27

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.11 สมการการเคลื่อนที่ของการหมุนวน (Vorticity Transport Equation)	2-32
2.12 กฎของ Biot – Savart (Biot – Savart’s Law)	2-35
2.13 ทฤษฎีการหมุนวนของ Kelvin (Kelvin Circulation Theorem)	2-37
2.14 ทฤษฎีของ Helmholtz (Helmholtz’s Theorems)	2-40
2.15 ทฤษฎีของ Kutta-Joukowski (Kutta-Joukowski’s Theorem)	2-41
2.16 บทสรุป (Conclusion)	2-45
แบบฝึกหัดท้ายบท	2-45
เอกสารอ้างอิง	2-47
บทที่ 3 การเคลื่อนที่ของการหมุนวน (Vortex Motion)	
3.1 บทนำ (Introduction)	3-1
3.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	3-1
3.3 แผ่นการหมุนวน (Vortex Sheet)	3-2
3.4 สนามการหมุนวน (Vortex Field)	3-3
3.5 การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament (Vortex Filament Motion)	3-10
3.6 วงแหวนการไหลวน (Vortex Ring)	3-20
3.7 บทสรุป (Conclusion)	3-31
แบบฝึกหัดท้ายบท	3-32
เอกสารอ้างอิง	3-34
บทที่ 4 การไหลวนในธรรมชาติ (Vortex Flow in Nature)	
4.1 บทนำ (Introduction)	4-1
4.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	4-2
4.3 สเปกตรัมของการไหลวน (Spectrum of Vortices)	4-2
4.4 พายุไต้ฝุ่นและพายุทอร์นาโด (Typhoon and Tornado)	4-2
4.5 การไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก (Flow Around Cylindrical Object)	4-9
4.6 การเคลื่อนที่ของฝูงปลา (Motion of Fish School)	4-10
4.7 การแยกตัวของการไหลวน (Vortex Separation)	4-16
4.8 วงแหวนการไหลวนในธรรมชาติ (Vortex Ring in Natural)	4-21
4.9 การไหลวนในอ่างน้ำ (Vortex Flow in Bath Tub)	4-25

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.10 การไหลผ่านปีกเครื่องบิน (Flow Over Finite Wings)	4-29
4.11 บทสรุป (Conclusion)	4-35
แบบฝึกหัดท้ายบท	4-36
เอกสารอ้างอิง	4-39
บทที่ 5 การไหลวนในงานด้านวิศวกรรม (Vortex Flow in Engineering Work)	
5.1 บทนำ (Introduction)	5-1
5.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	5-2
5.3 อุปกรณ์ปลายปีกเครื่องบิน (Wingtip Devices)	5-2
5.4 เครื่องแยกไซโคลน (Cyclone Separator)	5-5
5.5 ระบบผลิตไฟฟ้าพลังงานน้ำวนอิสระ (Free Vortex Power Plant)	5-9
5.6 การส่งของไหลในท่อเกลียว (Helicallly Riffled Fluid Pipe Flow)	5-14
5.7 การไหลวนในการเผาไหม้ (Swirl Flow in Combustion)	5-16
5.8 ท่อหมุนวน (Vortex Tube)	5-21
5.9 เครื่องกำเนิดการหมุนวน (Vortex Generator)	5-24
5.10 ปืนสร้างวงแหวนการไหลวน (Vortex Ring Gun)	5-28
5.11 บทสรุป (Conclusion)	5-29
แบบฝึกหัดท้ายบท	5-30
เอกสารอ้างอิง	5-33
บทที่ 6 การคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีดิสครีทวอเท็กซ์ (Numerical Simulation of Discrete Vortex Method)	
6.1 บทนำ (Introduction)	6-1
6.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	6-2
6.3 แนวคิดพื้นฐานของวิธีดิสครีทวอเท็กซ์ (Basic Concept of Discrete Vortex Method)	6-2
6.4 การป้อนอนุภาคหมุนวนในสนามการไหล (Vortex Input in Flow Field)	6-5
6.5 การเคลื่อนที่ของอนุภาคหมุนวนตามเวลา (Vortex Motion with Time)	6-7
6.6 การควบคุมความเร็วของอนุภาคการหมุนวน (Vortex Velocity Control)	6-7

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
6.7 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีดิสครีทวอร์เท็กซ์ (Flow Analysis Using Discrete Vortex Method)	6-9
6.8 ตัวอย่างการจำลองและวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีดิสครีทวอร์เท็กซ์ (Examples of Flow Simulation and Analysis Using Discrete Vortex Method)	6-11
6.9 บทสรุป (Conclusion)	6-25
แบบฝึกหัดท้ายบท	6-26
เอกสารอ้างอิง	6-27
ดัชนี	

สารบัญรูป

		หน้า
รูปที่ 1-1	Plughole Vortex	1-2
รูปที่ 1-2	สาเหตุของการเกิดการไหลวน ก) การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางน้ำเพื่อเหนี่ยวนำให้เกิดการหมุนวน ข) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความเร็ว (Velocity Gradient) และ ค) เกิดจากการขวางการไหล (Obstruction)	1-2
รูปที่ 1-3	กระบวนการเกิดกระแสน้ำวนอิสระที่ผิวหน้า	1-4
รูปที่ 1-4	ส่วนของเส้นโค้ง dl บนเส้นโค้งเชื่อมระหว่างจุด A กับ B	1-5
รูปที่ 1-5	(a) เส้นโค้งปิด abcda และ (b) ช่องเล็ก ๆ บนพื้นที่ S	1-6
รูปที่ 1-6	(a) ความเร็วบนรูปสี่เหลี่ยมเล็ก และ (b) สนามการไหลบนพื้นที่ dS	1-7
รูปที่ 1-7	Vortex Line	1-8
รูปที่ 1-8	Vortex Tube และ Vortex Filament	1-9
รูปที่ 1-9	ค่า Circulation กับ Vortex Tube	1-9
รูปที่ 1-10	ความสัมพันธ์ของพื้นที่หน้าตัดของ Vortex Tube กับ ค่า Vorticity	1-11
รูปที่ 1-11	ความสัมพันธ์ของค่า Vorticity กับพื้นที่หน้าตัดของการเคลื่อนที่น้ำแข็ง	1-11
รูปที่ 1-12	ตัวอย่างการไหลวนตามหลักการของ Continuity of Vorticity	1-12
รูปที่ 1-13	โครงสร้างการไหลของการกระจายความเร็วของ Force Vortex	1-13
รูปที่ 1-14	อธิบายการหมุนของอนุภาคในการไหลวนแบบบังคับ	1-14
รูปที่ 1-15	โครงสร้างการไหลของการกระจายความเร็วของ Free Vortex	1-15
รูปที่ 1-16	ค่าความดันที่กระทำบนอนุภาคของของไหล	1-15
รูปที่ 1-17	การกระจายความดันของ Rankine Combined Vortex	1-18
รูปที่ 1-18	การกระจายตัวของความเร็วและความดันของการหมุนวนแบบแรงคืน 2 มิติ	1-18
รูปที่ 2-1	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างและการเคลื่อนที่ของของไหล	2-3
รูปที่ 2-2	ลักษณะการเคลื่อนที่และการเสียรูปทรงของของไหล	2-4
รูปที่ 2-3	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างและการเคลื่อนที่ของของไหล	2-5
รูปที่ 2-4	รูปแบบของการเคลื่อนที่ของของไหล	2-6
รูปที่ 2-5	การหมุนของอนุภาคของไหลบนพิกัดทรงกระบอก	2-9
รูปที่ 2-6	การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลที่ไหลผ่านปริมาตรเล็ก ๆ	2-11
รูปที่ 2-7	แรงภายในอนุภาคของของไหล	2-12
รูปที่ 2-8	ความเร็วและองค์ประกอบความเร็วตามเส้นสายธารการไหล	2-20
รูปที่ 2-9	การไหลสมำเสมอ (ก) ในทิศทางของแกน (ข) ในทิศทางทำมุม กับแกน	2-29
รูปที่ 2-10	รูปแบบเส้นสายธารการไหลของการไหลวน	2-30

สารบัญรูป (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 2-11	การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลจากจุด ไป (ก) กรณีไหลวนอิสระ (ข) กรณีไหลวนบังคับ	2-30
รูปที่ 2-12	ค่า Circulation รอบเส้นโค้งปิดในการไหลวนแบบอิสระ	2-31
รูปที่ 2-13	ความเร็วที่ถูกเหนี่ยวนำจาก Vortex Filament	2-35
รูปที่ 2-14	การวิเคราะห์ความเร็วของ Vortex Filament AB	2-36
รูปที่ 2-15	การเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของเส้นโค้งปิด	2-37
รูปที่ 2-16	ตัวอย่างการหมุนของของไหลแบบต่าง ๆ	2-39
รูปที่ 2-17	การเปลี่ยนแปลงขนาดของ Vortex เมื่อมีการยึดตัวหอดตัวของ Vortex Tube	2-41
รูปที่ 2-18	การไหลที่ทำให้เกิดแรงยกต่อวัตถุประเภททรงกระบอก	2-42
รูปที่ 2-19	การไหลแบบยกของวัตถุรูปทรงกระบอก	2-43
รูปที่ 3-1	Vortex Sheet	3-2
รูปที่ 3-2	การหมุนวนเป็นวงกลม	3-5
รูปที่ 3-3	Rankine Combined Vortex	3-6
รูปที่ 3-4	Hill's spherical vortex	3-9
รูปที่ 3-5	การพิจารณาความเร็วที่ได้รับอิทธิพลจาก Vortex Filament	3-11
รูปที่ 3-6	การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament ที่มีลักษณะเป็นวงแหวน	3-11
รูปที่ 3-7	การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament 2 เส้น	3-12
รูปที่ 3-8	เส้นการไหลของการไหลแบบ Vortex Pair	3-12
รูปที่ 3-9	การเคลื่อนที่ของ Vortex Pair 2 คู่	3-13
รูปที่ 3-10	การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament ที่อยู่ใกล้กำแพง	3-14
รูปที่ 3-11	การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament ที่อยู่ในท่อ	3-14
รูปที่ 3-12	การเคลื่อนที่ของ Vortex Filament ที่ไหลขนานไปกับระนาบที่ตั้งฉากกัน 2 ระนาบ	3-15
รูปที่ 3-13	Single Vortex Street	3-16
รูปที่ 3-14	เส้นทางการไหลของ Vortex Street	3-17
รูปที่ 3-15	การไหลของ Vortex Street ที่ไหลขนานกัน	3-17
รูปที่ 3-16	การไหลที่มีความเร็ว U วิ่งผ่านวัตถุอยู่นิ่งและเกิด Karman Vortex	3-20
รูปที่ 3-17	เส้นทางการไหลของการไหลวนเป็นวงกลมตามสมการ (3-79)	3-21
รูปที่ 3-18	องค์ประกอบของ Direction Cosine	3-24
รูปที่ 3-19	พื้นที่เล็ก ๆ ของรูปทรงกระบอก	3-24

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 3-20	องค์ประกอบเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดทรงกระบอก	3-25
รูปที่ 3-21	การวิเคราะห์ระยะทางของพื้นผิวรอบทรงกระบอก	3-25
รูปที่ 3-22	พื้นที่ผิวรอบรูปทรงกระบอก	3-26
รูปที่ 3-23	ความเร็วของ Vortex Ring	3-27
รูปที่ 3-24	ความเร็วเหนียวจาก Vortex Ring	3-28
รูปที่ 3-25	Vortex Interaction ใน space	3-29
รูปที่ 3-26	Vortex Interaction ใน ท่อ	3-30
รูปที่ 3-27	ลักษณะการเคลื่อนที่ของ Vortex interaction ในท่อ	3-31
รูปที่ 3-28	การเคลื่อนที่ของ Vortex Ring ใกล้กำแพง	3-31
รูปที่ 4-1	ภาพถ่ายพายุ ใต้ฝุ่น VERA ในปี ค.ศ. 1986	4-4
รูปที่ 4-2	พายุทอร์นาโด ณ South Dakota สหรัฐฯ ความเร็วลมสูงสุดใกล้ศูนย์กลาง 322 Km/h	4-5
รูปที่ 4-3	การกระจายความเร็วของลมของพายุใต้ฝุ่น	4-7
รูปที่ 4-4	ความสัมพันธ์ของ Vorticity กับ การกระจายความเร็ว	4-8
รูปที่ 4-5	ลักษณะการหมุนวนของพายุทอร์นาโดแบบต่าง ๆ	4-8
รูปที่ 4-6	Karman Vortex Street	4-9
รูปที่ 4-7	การไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	4-11
รูปที่ 4-8	การเกิด Karman Vortex Street	4-12
รูปที่ 4-9	การวายของกลุ่มปลาที่มีลักษณะคล้ายรูปเพชร	4-13
รูปที่ 4-10	ลักษณะการหมุนวนจากการเคลื่อนที่ของกลุ่มปลา	4-13
รูปที่ 4-11	ตำแหน่งและระยะห่างระหว่าง ปลา 3 ตัว	4-14
รูปที่ 4-12	ค่า สปส แรงต้านทานการเคลื่อนที่จากการคำนวณ a) กรณี TS3 และ b) กรณี YS3	4-15
รูปที่ 4-13	การแยกของการไหลผ่านปีกพื้นที่ผิวโค้ง	4-16
รูปที่ 4-14	จุดเกิดการแยกตัวของการไหล	4-17
รูปที่ 4-15	การไหลผ่านปีกเครื่องบินที่เอียงทำมุมกับการไหล	4-18
รูปที่ 4-16	เส้นสายธารการไหลบริเวณใกล้จุดแยก S	4-18
รูปที่ 4-17	การเกิดการแยกตัวของการไหล (ก) พิจารณานบนพื้นฐานของความดัน (ข) พิจารณานบนพื้นฐานของรูปทรงวัตถุ	4-19

สารบัญรูป (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 4-18	การเกิดการสัมผัสของการไหลแบบพุ่ง	4-19
รูปที่ 4-19	การเกิดการสัมผัสขึ้นอีกครั้งหนึ่ง (Reattachment)	4-20
รูปที่ 4-20	การไหลผ่านกล่องสี่เหลี่ยมที่ค่า $Re = 0.02$	4-20
รูปที่ 4-21	การไหลผ่านกล่องสี่เหลี่ยมที่ค่า $Re = 3,300$	4-20
รูปที่ 4-22	ภาพถ่ายวงแหวนการหมุนวนของไอน้ำจากพุ่งออกมาจากภูเขาไฟ Etna ประเทศอิตาลี	4-21
รูปที่ 4-23	ภาพสเก็ตการเกิดวงแหวนการหมุนวน	4-22
รูปที่ 4-24	พัฒนาการการเกิดวงแหวนการหมุนวน	4-22
รูปที่ 4-25	เปรียบเทียบลักษณะของวงแหวนการหมุนวน ณ เวลา $t=1.45$ ด้านซ้ายเป็นผลลัพธ์จากการทดลองของ Didden ด้านขวาเป็นผลลัพธ์จากการศึกษาแบบจำลองของ Nitsche และ Krasny	4-23
รูปที่ 4-26	การเคลื่อนที่แบบเจ็ตที่ทำให้เกิดวงแหวนการหมุนวนของปลาหมึกและแมงกะพรุน	4-24
รูปที่ 4-27	Bubble Ring ที่เกิดจากปลาโลมา	4-24
รูปที่ 4-28	การเกิด Vortex Ring เมื่อมีของเหลวหยดลงบนผิวอิสระของของไหล	4-25
รูปที่ 4-29	การเกิดการไหลวนในอ่างน้ำ	4-25
รูปที่ 4-30	ภาพสเก็ตการไหลลงรูในอ่างน้ำ	4-27
รูปที่ 4-31	ภาพถ่าย Bath tube vortex ในภาชนะรูปทรงกระบอกที่มีรูอยู่ด้านล่าง โดยภาชนะมีความเร็วในการหมุน (Ω) 6 rpm (ข) 12 rpm และ (ค) 18 rpm	4-28
รูปที่ 4-32	การเกิดฟองอากาศแยกออกมาจากส่วนปลายของผิวที่ยุบลงมาเมื่อความเร็วเชิงมุมสูงมาก	4-28
รูปที่ 4-33	โครงสร้างการไหลวนในอ่างน้ำ	4-29
รูปที่ 4-34	การไหลผ่านปีกเครื่องบิน	4-30
รูปที่ 4-35	การหมุนวนที่ระนาบ $y = y$ และ $y = y + dy$	4-30
รูปที่ 4-36	Trailing Vortex และ Bound Vortex	4-31
รูปที่ 4-37	Horseshoe Vortex ตาม Lifting – Line	4-31
รูปที่ 4-38	Downwash Angle	4-32
รูปที่ 4-39	การกระจายค่าความเร็วตามแนวแกนของเครื่องบิน	4-33
รูปที่ 4-40	การเหนี่ยวนำความเร็วจากการเคลื่อนที่ของเครื่องบิน	4-33
รูปที่ 5-1	การหมุนวนจากการไหลผ่านอุปกรณ์ปลายปีกเครื่องบิน	5-2

สารบัญรูป (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 5-2	อุปกรณ์ปลายปีกเครื่องบิน (ก) Blended Winglet และ (ข) Spiroid Winglet	5-3
รูปที่ 5-3	อุปกรณ์ปลายปีกเครื่องบินชนิดต่าง ๆ	5-3
รูปที่ 5-4	ลักษณะการไหลรอบปีกเครื่องบิน	5-5
รูปที่ 5-5	เครื่องแยกไฮโคลนอย่างง่าย	5-6
รูปที่ 5-6	การประยุกต์ใช้เครื่องแยกไฮโคลนในอุตสาหกรรมต่าง ๆ	5-6
รูปที่ 5-7	ลักษณะการไหลวนภายในและขนาดของเครื่องแยกไฮโคลน	5-7
รูปที่ 5-8	สัดส่วนของขนาดของเครื่องแยกไฮโคลน (ตัวเลขในวงเล็บแสดงสัดส่วนกรณีเป็นไฮโคลนประสิทธิภาพสูง)	5-8
รูปที่ 5-9	ภาพสเก็ตการดึงน้ำจากกระแสหลักเข้ามาในบ่อน้ำวน	5-10
รูปที่ 5-10	การไหลวนอิสระของน้ำในบ่อน้ำวน	5-10
รูปที่ 5-11	การพัฒนาลักษณะของการไหลวนอิสระ	5-11
รูปที่ 5-12	ลักษณะการกระจายความเร็วและรูปทรงของการไหลวนของน้ำในบ่อน้ำวนอิสระ	5-11
รูปที่ 5-13	ลักษณะการกระจายความเร็วตามแนวรัศมีของการไหลวนอิสระ	5-12
รูปที่ 5-14	ลักษณะของใบกังหันที่มีและไม่มีการติดตั้งแผ่นเหล็กกันกังหัน	5-12
รูปที่ 5-15	ตัวอย่างระบบผลิตไฟฟ้าจากบ่อน้ำวนอิสระที่มีการติดตั้งจริงในประเทศไทย	5-14
รูปที่ 5-16	การไหลของน้ำและน้ำมันในท่อที่มีร่องเกลียว	5-15
รูปที่ 5-17	การกระจายการเปลี่ยนแปลงความเร็วของน้ำและน้ำมันในท่อที่มีร่องเกลียว	5-15
รูปที่ 5-18	ตัวอย่างองค์ประกอบของห้องเผาไหม้แบบกระป๋อง	5-17
รูปที่ 5-19	เส้นทางการไหลของอากาศภายในห้องเผาไหม้	5-18
รูปที่ 5-20	การกระจายความเร็วในช่วง CRZ ของการเผาไหม้ใน Can Combuster	5-19
รูปที่ 5-21	ลักษณะของ Swirler ณ มุมใบพัดต่าง ๆ	5-20
รูปที่ 5-22	ลักษณะของ Swirler ที่มีจำนวนใบพัด 4, 8 และ 12 ใบ	5-20
รูปที่ 5-23	ลักษณะรูปทรงและการไหลของอากาศผ่าน Swirler ตามแนวคิดใหม่	5-21
รูปที่ 5-24	ท่อหมุนวนที่ไหลสวนทางกัน	5-22
รูปที่ 5-25	ท่อหมุนวนและส่วนประกอบที่ใช้ในงานในภาคอุตสาหกรรม	5-23
รูปที่ 5-26	(ก) Joule-Thomson Refrigeration Cycle และ (ข) Vortex Tube Refrigeration Cycle	5-23
รูปที่ 5-27	การกระจายความเร็วบริเวณผิวโค้งด้านหลังของหลังคารถยนต์	5-24
รูปที่ 5-28	การไหลรอบ ๆ Vortex Generator	5-25

สารบัญรูป (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 5-29	การกระจายความเร็วบริเวณผิวหลังคาร์ถยนต์ที่ระยะ 100 mm จากขอบด้านหลังของรถ	5-26
รูปที่ 5-30	ตำแหน่งที่ติดตั้ง Vortex Generator	5-26
รูปที่ 5-31	ผลกระทบของการติดตั้ง Vortex Generator	5-27
รูปที่ 5-32	ผลกระทบของการติดตั้ง Vortex Generator	5-27
รูปที่ 5-33	เปรียบเทียบการไหลผ่านปีกเครื่องบินกรณีติดตั้งและไม่ติดตั้ง Vortex Generator	5-28
รูปที่ 5-34	การวางลำดับ VG ที่ทำให้เกิดการหมุนในทิศทางเดียวกัน (Co-rotating Arrays) และในทิศทางตรงกันข้ามกัน (Counter-rotating Arrays)	5-28
รูปที่ 5-35	Vortex Ring Gun	5-29
รูปที่ 6-1	พื้นผิวของปีกเครื่องบินที่แทนที่ด้วย Vortex	6-3
รูปที่ 6-2	ไดอะแกรมของ Vortex ที่อยู่บนผิวและที่ไหลแยกออกมา	6-3
รูปที่ 6-3	ลักษณะการไหลวนที่เกิดขึ้นหลังการไหลแยกของ Vortex	6-4
รูปที่ 6-4	การไหลแยกออกมาของ Vortex ที่ปลายขอบรูปสามเหลี่ยม	6-4
รูปที่ 6-5	ลักษณะการไหลวนที่เกิดขึ้นหลังผ่านวัตถุรูปสามเหลี่ยมเมื่อเวลาต่าง ๆ	6-5
รูปที่ 6-6	ตำแหน่งของ Vortex Sheet ในสนามการไหล ณ เวลา $t = 0$	6-6
รูปที่ 6-7	การป้อน Vortex เข้าไปในสนามการไหลตามเวลา	6-6
รูปที่ 6-8	ตัวอย่างผลลัพธ์การวิเคราะห์ความเร็วของการไหลแบบปั่นป่วนที่ไหลผ่านแผ่นบาง (ก) การกระจายขนาดของการปั่นป่วน และ (ข) การกระจายค่า Reynolds Stress	6-10
รูปที่ 6-9	พื้นที่การไหลของการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	6-13
รูปที่ 6-10	เส้นทางการไหลของ Vortex ที่ค่า $Re = 10^6$	6-13
รูปที่ 6-11	(ก) ค่าขนาดของ Vorticity ตามเวลาและ (ข) สเปกตรัมพลังงาน	6-14
รูปที่ 6-12	ความยาวของช่วง Recirculating Zone	6-14
รูปที่ 6-13	เปรียบเทียบค่า ที่คำนวณได้จากวิธีดิสครีทวอเท็กกับผลการทดลอง โดยสัญลักษณ์ (-) เป็นผลการคำนวณของวิธีดิสครีทวอเท็กที่ $Re = 10^6$	6-15
รูปที่ 6-14	แบบจำลองการไหลในท่อโดยใช้วงแหวนการหมุน (Vortex Ring)	6-16
รูปที่ 6-15	การเหนี่ยวนำความเร็วของ Vortex Ring ณ จุด	6-18
รูปที่ 6-16	ตำแหน่งของ Vortex ที่ระยะ $z = 0.0 - 3.0$	6-19

สารบัญรูป (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 6-17	คอนทัวร์ของผลรวมของความเร็วปั่นป่วนยกกำลังสอง ที่ระยะ $z = 0.0 - 3.0$	6-19
รูปที่ 6-18	ความเร็วเหนี่ยวนำ ณ ตำแหน่ง $(z = 0.2, r = 0.05)$	6-20
รูปที่ 6-19	สเปกตรัมพลังงานของการไหลปั่นป่วนในท่อ	6-20
รูปที่ 6-20	สเปกตรัมพลังงานของการไหลปั่นป่วนแบบ 2 มิติ	6-21
รูปที่ 6-21	สเปกตรัมพลังงานของการไหลปั่นป่วนแบบ 3 มิติ	6-21
รูปที่ 6-22	Energy Cascade Down ของการไหลปั่นป่วนแบบ 3 มิติ	6-21
รูปที่ 6-23	ขนาดของกังหัน Savonius	6-23
รูปที่ 6-24	การกระจายตำแหน่งของ Vortex บนผิวกังหัน	6-23
รูปที่ 6-25	ค่าทำนายของสัมประสิทธิ์ของทอร์กที่ได้เปรียบเทียบการคำนวณของ Ogawa และการทดลองของ Blackwell	6-24
รูปที่ 6-26	ค่าความดันเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Chauvin	6-25
รูปที่ 6-27	ค่าสัมประสิทธิ์ของทอร์กและสัมประสิทธิ์ของกำลังเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Blackwell	6-25

สารบัญตาราง

		หน้า
ตารางที่ 4-1	ขนาดของการหมุนวนประเภทต่างๆ	4-2
ตารางที่ 4-2	ผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของแรงต้านการเคลื่อนที่ตามระยะห่าง และตำแหน่งของปลา	4-15
ตารางที่ 5-1	การทดลองขนส่งน้ำมันผ่านท่อที่มีร่องเกลียว	5-15
ตารางที่ 6-1	การเปรียบเทียบการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	6-15

บทที่ 1

การไหลวนชั้นแนะนำ INTRODUCTION TO VORTEX FLOW

1.1 บทนำ (Introduction)	1-1
1.2 วัตถุประสงค์ (Objectives)	1-1
1.3 ลักษณะของการไหลวน (Characteristic of Vortex Flow)	1-2
1.4 ความหมายของการไหลเวียน (Definition of Circulation)	1-5
1.5 ความหมายของ Vortex Line, Vortex Tube และ Vortex Filament (Definition of Vortex Line, Vortex Tube and Vortex Filament)	1-8
1.6 ความต่อเนื่องของการไหลวน (Continuity of Vorticity)	1-9
1.7 การหมุนวนแบบแรงคีน (Rankine Combined Vortex)	1-12
1.8 บทสรุป (Conclusion)	1-19
แบบฝึกหัดท้ายบท	1-19
เอกสารอ้างอิง	1-21

1.1 บทนำ (Introduction)

เมื่อของไหลเกิดการหมุนขึ้น เราจะเรียกการเคลื่อนที่ เช่นนี้ว่าการไหลวน (Vortex Flow) ซึ่งโดยธรรมชาติของการไหล ของไหลจะเกิดการหมุนวนอยู่ตลอดเวลาอันเนื่องมาจากอิทธิพลของความหนืดและปัจจัยอื่นๆ ซึ่งการไหลหมุนวนนี้ มีโครงสร้างที่สลับซับซ้อนมาก ทำให้การศึกษาถึงโครงสร้างมีความยุ่งยากและลำบาก แต่อย่างไรก็ดี ถ้าจำลองให้ของไหลอยู่ในสถานะที่สามารถควบคุมได้ หรือ เป็นการไหลอย่างง่าย ก็จะสามารถศึกษาลักษณะพื้นฐานที่สำคัญของการไหลวนได้ ซึ่งต่อไปนี้จะกล่าวถึงความหมายและลักษณะที่สำคัญของการไหลวน

1.2 วัตถุประสงค์ (Objective)

1. บอกความหมายของลักษณะการไหลวนได้
2. บอกประเภทและชนิดของการไหลวนได้
3. บอกความหมายและลักษณะของความต่อเนื่องของการไหลวนได้

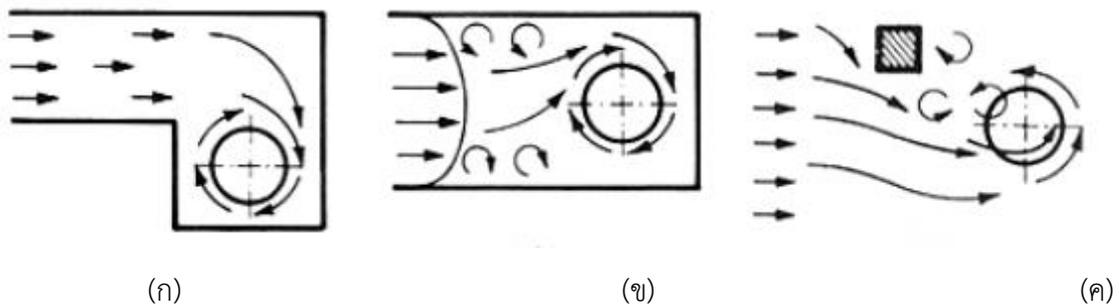


1.3 ลักษณะของการไหลวน (Characteristic of Vortex Flow)

ในพลศาสตร์ของของไหล การไหลวน (Vortex) เป็นลักษณะการไหลที่มีการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลหมุนรอบแกนสมมุติซึ่งอาจจะเป็นแกนที่เป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งก็ได้ ซึ่งรูปแบบของการเคลื่อนที่นั้นจะเรียกว่าการไหลวน (Vortical Flow) (คำพหูพจน์ของ Vortex คือ Vortices หรือ Vortexes ซึ่งจะหมายถึงการมีไหลวนของของไหลหลายกลุ่ม) การไหลวนจะอยู่ในรูปแบบของของไหลที่ถูกกวนเข้าด้วยกันทั้งในรูปของของเหลว และก๊าซ เช่น วงแหวนควัน (Smoke Rings) แอ่งน้ำวน (Whirlpools) พายุทอร์นาโด เฮอริเคน พายุฝุ่น (Dust Devils) กระแสอากาศวนเมื่อผ่านปีกเครื่องบิน และ การไหลวนลงรูของอ่างน้ำ (Plughole Vortex) ตามรูปที่ 1-1 เป็นต้น



รูปที่ 1-1 Plughole Vortex (Wikipedia, 2015)



รูปที่ 1-2 สาเหตุของการเกิดกสนไหลวน ก) การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางน้ำเพื่อเหนี่ยวนำให้เกิดการหมุนวน ข) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความเร็ว (Velocity Gradient) และ ค) เกิดจากการขวางการไหล (Obstruction) (Knauss, 1987)

การไหลวน (Vortex) เกิดจากการหมุน (Rotation) ของอนุภาคของไหล เมื่อการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในชั้นบนมีความเร็วกว่าอนุภาคของไหลในชั้นล่าง จะทำให้อนุภาคของไหลชั้นบนเกิดการหมุนวนเข้าหาอนุภาคที่เคลื่อนที่ช้ากว่า จึงทำให้เกิดการหมุนวนขึ้น การหมุนวนสามารถเกิดขึ้นได้ที่

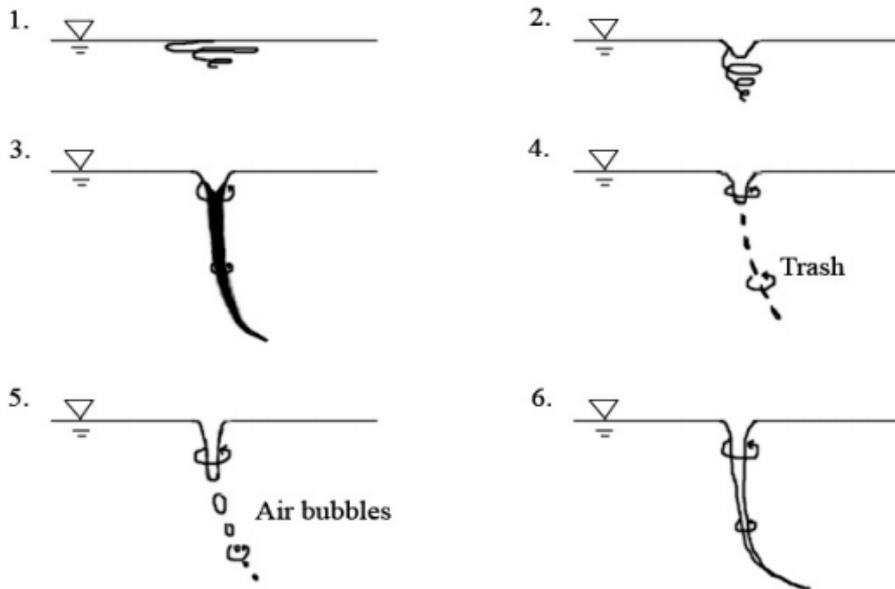


ตำแหน่งต่างๆของการไหล โดยทั่วไปจะเกิดขึ้นจาก 3 สาเหตุคือ 1) การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางน้ำเพื่อเหนี่ยวนำให้เกิดการหมุนวน 2) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความเร็ว (Velocity Gradient) และ 3) เกิดจากการขวางการไหล (Obstruction) ดังแสดงในรูปที่ 1-2

กระบวนการทางกลศาสตร์ของไหล 2 กระบวนการที่ก่อให้เกิดการหมุนวนอิสระที่ผิวหน้าคือ กระบวนการอัด (Compress) และกระบวนการเฉือน (Shearing) กระบวนการอัดจะเกิดขึ้นเมื่อมีความดันกระทำกับของไหล และกระบวนการเฉือนจะเกิดขึ้นเมื่ออนุภาคของของไหลมีการเคลื่อนที่ผ่านซึ่งกันและกัน ซึ่งกระบวนการทั้งสองจะเกิดขึ้นเองโดยธรรมชาติเมื่อของไหลถูกบังคับให้เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดที่มีขนาดจำกัด ทั้งแรงโน้มถ่วงหรือแรงจากภายนอกจะเป็นปัจจัยที่ก่อให้เกิดแรงดันให้กับการไหลของของไหลเพื่อไหลเข้าสู่ทางเข้าที่มีขนาดจำกัดซึ่งเป็นขั้นตอนที่ก่อให้เกิดกระบวนการอัด และเมื่อเกิดกระบวนการอัดและการเสียดสีในมวลของไหลเพียงเล็กน้อยจะทำให้อนุภาคของไหลเคลื่อนที่เป็นชั้น ๆ ซึ่งก่อให้เกิดกระบวนการเฉือน เมื่อสองกระบวนการเกิดขึ้นตามลำดับ ก็จะก่อให้เกิดกระแสการหมุนวนอิสระขึ้น โดยที่ความไม่สมมาตรของการไหลมักจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดกระบวนการทั้งสองขึ้น เพื่อทำความเข้าใจปรากฏการณ์การเกิดกระแสหมุนวนอิสระบนผิวหน้า ในปี ค.ศ. 1981 Hecker จึงได้ทำการทดลองและใช้เครื่องมือในการสังเกต พบว่ากระบวนการเกิดกระแสหมุนวนอิสระที่ผิวหน้าประกอบด้วย 6 สถานะ (ดูรูปที่ 1-3) คือ

- 1) การหมุนที่ผิวหน้า (Surface Swirl) คือขั้นตอนที่เกิดการหมุนวนอิสระในสภาวะคงตัวที่ผิวหน้า
- 2) การยุบตัวลง (Dimple) คือขั้นตอนที่ผิวของของเหลวยุบตัวลงจากการหมุนวนของน้ำ
- 3) เกิดเป็นตาน้ำวน (Dye Core) คือขั้นตอนที่เริ่มเห็นตาน้ำวน หรือจุดศูนย์กลางการหมุนวนที่เกิดจากการยุบตัวลงไปของผิวหน้า
- 4) การดึงแกนกลางการหมุนวนในระดับลึก (Trash Pulling Core) คือขั้นตอนที่กระแสการหมุนวนเริ่มดึงแกนกลางการหมุนวนเข้าสู่รูทางออกของน้ำ
- 5) เกิดลำฟองอากาศเข้าสู่ท่อทางออกของน้ำ (Bubble Entraining Core) คือขั้นตอนที่แกนกลางของการหมุนวนเริ่มสร้างฟองอากาศเข้าสู่รูทางออกของน้ำ
- 6) เกิดลำอากาศที่แกนกลางการหมุนวนแบบเต็มที่ (Full Air Core) คือขั้นตอนที่แกนกลางการหมุนวนเกิดเป็นลำหลอดอากาศขึ้น และอากาศจะไหลเข้าสู่รูทางออกของน้ำในสภาวะคงตัว





รูปที่ 1-3 กระบวนการเกิดกระแสน้ำวนอิสระที่ผิวหน้า (Hecker, 1981)

การไหลวนเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) ในกรณีที่ไม่มีความหนืดภายนอกกระทำ อิทธิพลของความหนืด (Viscous Friction) ภายในของไหลจะทำให้ของไหลเกิดการหมุนวนขึ้นรอบจุดหนึ่งๆ โดยจะไม่มีอนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมรอบจุดนั้นๆ และในกรณีที่เกิดการไหลวนรอบแกนหมุนหนึ่ง ๆ ความเร็วของของไหลจะมีค่ามากที่สุด ณ ตำแหน่งที่ถัดไปจากแกนสมมุติ นั้น และจะมีค่าลดลงเป็นสัดส่วนผกผันกับระยะทางจากแกน ซึ่งโดยทั่วไปเมื่อมีการไหลวน มวลของของไหลจะหมุนเคลื่อนที่รอบแกนและมีแนวโน้มที่จะทำให้เกิดสุญญากาศรอบแกนที่หมุนนั้น

ค่าตัวชี้วัดลักษณะของการไหลวนจะใช้ค่าที่เรียกว่า วอร์ทิซิตี (Vorticity) ซึ่งจะมีค่าสูงมากบริเวณโดยรอบแกน ค่า Vorticity เป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศทางตั้งฉากกับระนาบการหมุนวนตามกฎมือขวา และมีขนาดเป็น 2 เท่าของค่าความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ของของไหล ถ้ากำหนดให้ค่า Vorticity Vector มีค่าเท่ากับ $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ เมื่อ \mathbf{v} คือเวกเตอร์ความเร็ว $\mathbf{v} = (u, v, w)$ และ ∇ คือ ค่า Del Operation โดยที่ $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ จะได้ค่า Vorticity Vector คือ

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (u, v, w) \quad (1-1)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = (\xi, \eta, \zeta) \quad (1-2)$$

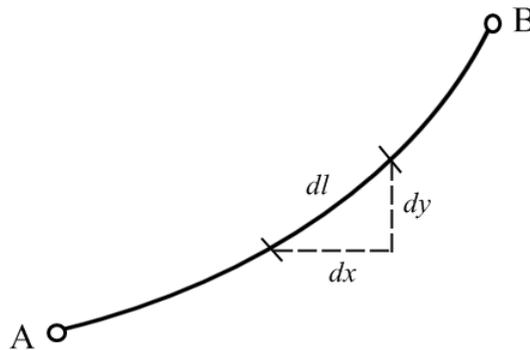
โดยที่ $\xi = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$, $\eta = \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$ และ $\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$



1.4 ความหมายของการไหลเวียน (Definition of Circulation)

การไหลเวียน (Circulation : Γ) เป็นค่าของการหมุนวน (Amount of Swirling) ซึ่งหาได้จากการอินทิเกรตเชิงเส้น (Line Integral) ของความเร็วในแนวสัมผัสรอบเส้นโค้งปิดของการไหล จากรูปที่ 1-4 สมมติให้มีของไหลอยู่ ณ จุด A และ B ถ้าพิจารณาความเร็วของของไหลที่วิ่งบนส่วนของเส้นโค้ง dl จากจุด A ไป B โดยให้ u และ v เป็นความเร็วในทิศทางของแกน x และ y จะได้

$$u \cos \theta + v \sin \theta = u \left(\frac{dx}{dl} \right) + v \left(\frac{dy}{dl} \right) \quad (1-3)$$



รูปที่ 1-4 ส่วนของเส้นโค้ง dl บนเส้นโค้งเชื่อมระหว่างจุด A กับ B (Shiki, 1996)

จากแนวคิดของการไหลเวียนที่เป็นการอินทิเกรตเชิงเส้นของความเร็วในแนวสัมผัสบนเส้นโค้งปิด จะได้ว่า อินทิเกรตของความเร็วตามแนวสัมผัสบนเส้นโค้ง AB คือ

$$\int_A^B (u \cos \theta + v \sin \theta) dl = \int_A^B u dx + v dy \quad (1-4)$$

ในกรณีที่เส้นโค้ง AB เป็นเส้นโค้งปิด C จะได้ว่า

$$\Gamma = \oint_C (u \cos \theta + v \sin \theta) dl = \oint_C (u dx + v dy) \quad (1-5)$$

ซึ่งจะเรียกสมการข้างต้นว่า เซอร์คูเลชัน (Circulation : Γ) ของการไหลตามแนวเส้นโค้งปิด C โดยที่ค่าของ Circulation จะมีค่าเป็นบวกเมื่อเส้นโค้งปิด C หมุนทวนเข็มนาฬิกา และมีค่าเป็นลบเมื่อเส้นโค้งปิด C หมุนตามเข็มนาฬิกา และสำหรับในกรณีการไหลเป็นแบบ 3 มิติ จะได้ค่า Circulation คือ

$$\Gamma = \oint_C u dx + v dy + w dz \quad (1-6)$$

และจาก $u dx + v dy + w dz = \left(u \frac{dx}{dl} + v \frac{dy}{dl} + w \frac{dz}{dl} \right) dl$ จะสามารถเขียนสมการค่า Circulation : Γ

ในรูปทั่ว ๆ ไปที่เกิดจากการอินทิเกรตเส้นโค้งปิด C ได้ คือ

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-7)$$

โดยที่เวกเตอร์ความเร็ว $\mathbf{v} = (u, v, w)$ และ $d\mathbf{l} = (dx, dy, dz)$



จากรูปที่ 1-5 (ก) กำหนดให้จุด a, b, c และ d อยู่บนเส้นโค้งปิด C และให้จุด a กับจุด c เชื่อมกันด้วยเส้นโค้ง ac และกำหนดให้เส้นโค้งปิด $abcda$ เส้นโค้งปิด $abca$ และเส้นโค้งปิด $acda$ มีค่า Circulation เป็น Γ_{abcda} , Γ_{abca} และ Γ_{acda} ตามลำดับ และจะได้ว่า

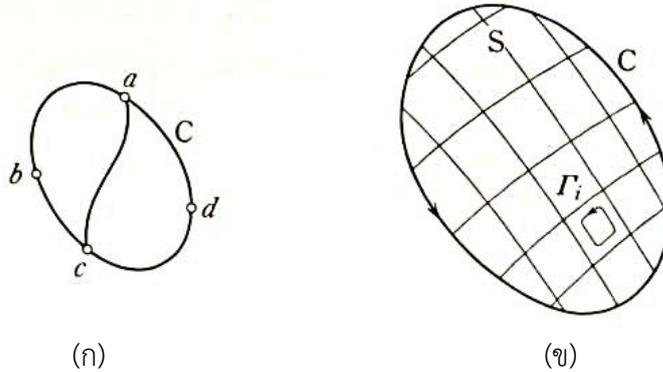
$$\Gamma_{abcda} = \Gamma_{abca} + \Gamma_{acda} \quad (1-8)$$

ในทำนองเดียวกันรูปที่ 1-5 (ข) กำหนดให้เส้นโค้งปิด C ประกอบด้วยพื้นที่เล็กๆ ๆ และให้แต่ละพื้นที่มีค่า Circulation เป็น Γ_i จะได้ค่า Circulation ของเส้นโค้งปิด C ทั้งหมด คือ

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i \quad (1-9)$$

เมื่อพิจารณาค่า Circulation ของช่องเล็ก ๆ บนพื้นที่ S เป็น $d\Gamma$ จะกล่าวได้อีกทางหนึ่งว่า

$$\Gamma = \int_S d\Gamma \quad (1-10)$$



รูปที่ 1-5 (ก) เส้นโค้งปิด $abcda$ และ (ข) ช่องเล็ก ๆ บนพื้นที่ S (Tsuneyo, 1998)

จากรูปที่ 1-6 (ก) กำหนดให้ภายในระนาบ $x - y$ มีขนาดพื้นที่เล็กๆ ๆ $dxdy$ และให้เส้นรอบวงเป็นเหมือนเส้นโค้งปิด จะได้ค่า Circulation เป็น

$$d\Gamma = udx + (v + \frac{\partial v}{\partial x} dx)dy - (u + \frac{\partial u}{\partial y} dy)dx - vdy \quad (1-11)$$

จัดรูปใหม่จะได้
$$d\Gamma = (\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y})dxdy = \zeta dxdy$$

ถ้าให้ $dxdy$ เป็น dS และให้ค่าความเร็วเชิงมุมของการหมุนของของไหลเป็น Ω_0 จะได้ $\zeta = 2\Omega_0$

และ $dS = dxdy$ เมื่อนำไปแทนค่าลงในสมการ (1-11) จะได้

$$d\Gamma = 2\Omega_0 dS \quad (1-12)$$

จากสมการข้างต้น จะเห็นได้ว่า ถ้า $\Omega_0 = 0$ จะได้ $d\Gamma = 0$ และในทางตรงกันข้าม ถ้า $d\Gamma = 0$ ก็จะได้ $\Omega_0 = 0$ ด้วย จากผลลัพธ์นี้จึงสรุปได้ว่าการมีหรือไม่มีการหมุนวนนั้นมีความสัมพันธ์อย่างยิ่งกับขนาดของค่า Circulation



จากรูปที่ 1-6 (ข) กำหนดให้สนามการไหลมีพื้นที่เล็ก ๆ dS และมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (\mathbf{n}) กระทำกับพื้นที่ dS และให้ค่า Vorticity Vector มีค่าเท่ากับ $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ เมื่อ \mathbf{v} คือเวกเตอร์ความเร็ว จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Circulation ของเส้นโค้งปิดรอบพื้นที่ dS กับค่า Vorticity Vector คือ

$$d\Gamma = 2\Omega_0 dS = (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (1-13)$$

นั่นคือ $\Gamma/S = 2\Omega_0$ หรือกล่าวได้ว่าค่า Circulation ต่อพื้นที่หนึ่งหน่วย มีค่าเท่ากับค่าวอร์ทิสิตี (Vorticity) และ จากรูปที่ 1-6 (ข) จะได้ว่า

$$\Gamma = \int_S d\Gamma = \int_S (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (1-14)$$

กำหนดให้เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (\mathbf{n}) ที่กระทำกับพื้นที่ dS มีส่วนประกอบตามแนวแกน x, y และ z เป็น $\mathbf{n} = (l, m, n)$ และ $\boldsymbol{\omega} = (\xi, \eta, \zeta)$ ดังนั้นจากสมการ (1-14) จะได้ว่า

$$\Gamma = \int_S (l\xi + m\eta + n\zeta) dS \quad (1-15)$$

จากสมการข้างต้นจะเห็นได้ว่า การอินทิเกรตพื้นที่ผิว (Surface Integral) ของค่า Vorticity จะมีค่าเท่ากับค่า Circulation ที่อยู่รอบพื้นที่นั้น ซึ่งรู้จักหลักการนี้กันดีในทฤษฎีของสโตกส์ (Stoke's Theorem)

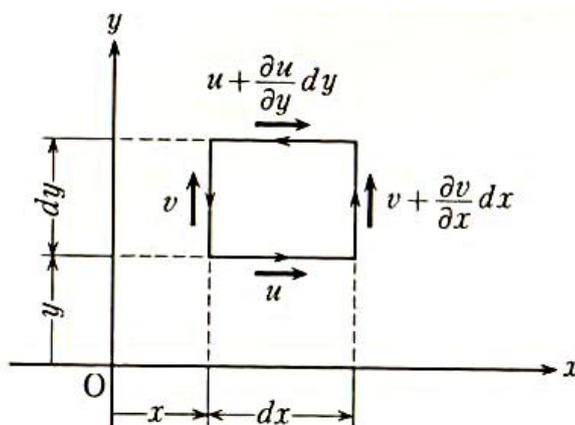
จากสมการ (1-7) และ (1-14) จะสรุปได้ว่า ค่า Circulation หาได้จาก

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (1-16)$$

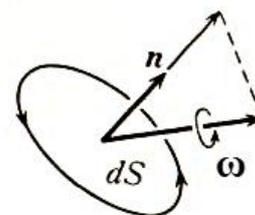
และจากสมการ (1-13) สามารถเขียนได้อีกรูปหนึ่งว่า

$$d\Gamma/dS = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} = 2\Omega_0 \quad (1-17)$$

ซึ่งสมการดังกล่าวข้างต้นเป็นไปตามทฤษฎีของสโตกส์ที่กล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงการอินทิเกรตเชิงเส้น (Line Integral) ของความเร็วตามเส้นโค้งปิด C ไปเป็น การอินทิเกรตพื้นผิว (Surface Integral) ของวอร์ทิสิตีบนพื้นผิว S



(ก)



(ข)

รูปที่ 1-6 (ก) ความเร็วบนรูปสี่เหลี่ยมเล็ก และ (ข) สนามการไหลบนพื้นที่ dS (Tsuneyo, 1998)



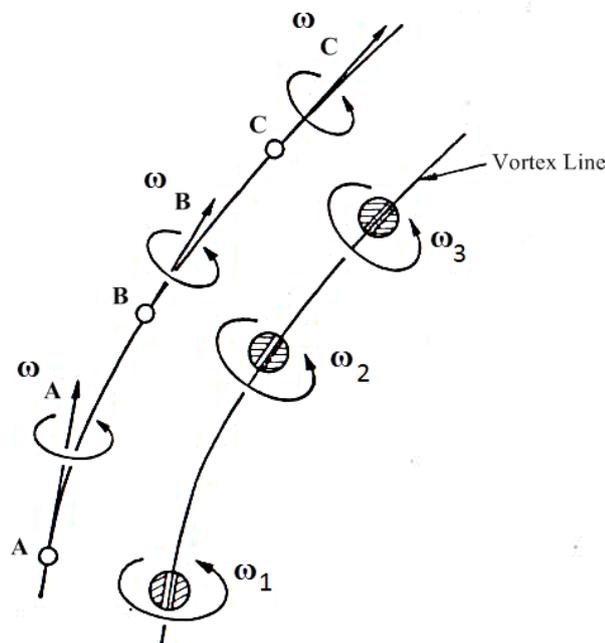
1.5 ความหมายของ Vortex Line, Vortex Tube และ Vortex Filament

(Definition of Vortex Line , Vortex Tube and Vortex Filament)

Vortex line หมายถึง เส้นโค้งที่เชื่อมต่อกันของเวกเตอร์วอร์ทิสิตี (Vorticity Vector) ของทุก ๆ จุดในสนามการไหล เพื่ออธิบายให้เข้าใจมากขึ้นพิจารณาจากรูปที่ 1-7 สมมติให้ ณ จุด A, B และ C มี Vorticity Vector เป็น ω_A, ω_B และ ω_C จะเห็นว่าทิศทางการเคลื่อนที่ของของไหลในแต่ละจุดต่อกันเป็นเส้นโค้งตามแนวแกนของการหมุน ซึ่งจะเรียกเส้นโค้งนี้ว่า Vortex Line จากนิยามดังกล่าวสามารถแสดงสมการของ Vortex Line ได้คือ

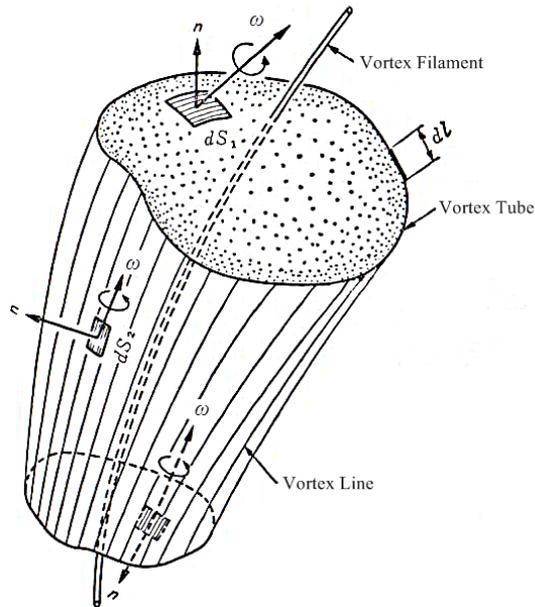
$$\frac{dx}{\zeta} = \frac{dy}{\eta} = \frac{dz}{\xi} \quad (1-18)$$

เมื่อกำหนดให้ส่วนประกอบตามแนวแกน x, y, z ของ Vorticity คือ ξ, η, ζ ตามลำดับ และหากในการไหลนั้นมีเส้นโค้งปิด C ที่เกิดจากการไหลผ่านของ Vortex Line แล้วมีลักษณะเป็นการรวมกันของ Vortex Line จนมีรูปร่างคล้ายท่อ จะเรียกท่อลักษณะนี้ว่า Vortex Tube จากรูปที่ 1-8 นอกจากนี้ ถ้าพื้นที่หน้าตัดของท่อมีขนาดน้อยมาก (Infinitesimal) จะเรียกท่อที่มีขนาดเล็กแบบนี้ว่า Vortex Filament

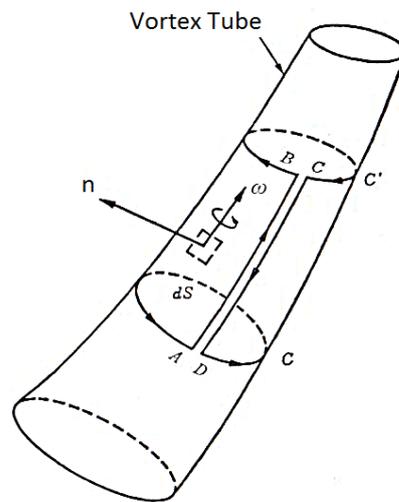


รูปที่ 1-7 Vortex Line (Ogawa, 1980)





รูปที่ 1-8 Vortex Tube และ Vortex Filament (Ogawa, 1980)



รูปที่ 1-9 ค่า Circulation กับ Vortex Tube (Ogawa, 1980)

1.6 ความต่อเนื่องของการไหลวน (Continuity of Vorticity)

จากรูปที่ 1-9 เมื่อพิจารณา Vortex Tube อันหนึ่ง จะสามารถคำนวณหาค่า Circulation ของเส้นโค้งปิด C ใด ๆ รอบการหมุนบนผิว Vortex Tube ได้และจะพบว่าค่า Circulation ที่ได้บนเส้นโค้งปิดใด ๆ จะมีค่าคงที่เสมอ ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้ สมมติให้เส้นโค้งปิดมี 2 เส้น คือ เส้นโค้งปิด C และเส้นโค้งปิด C' ตัดพื้นที่ผิวบน Vortex Tube ตามแนวพื้นผิวของ $ABCD$ จะสามารถหาค่า Circulation ของเส้นทางนี้ได้คือ



$$\Gamma = \int_S (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_A^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_B^C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_C^D \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_D^A \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-19)$$

และเนื่องจากทิศทางของเส้นทาง AB กับ CD เป็นทิศทางตรงข้ามซึ่งกันและกัน ถ้าเส้น AB กับ CD เลื่อนเข้ามาใกล้ชิดกันมากๆ จะหักล้างกัน นั่นคือ

$$\int_A^B \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_C^D \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-20)$$

ดังนั้น จากสมการ (1-19) จะได้

$$\Gamma = \int_B^C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} + \int_D^A \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-21)$$

พิจารณาพื้นที่ dS ของ Vortex Tube จะมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \mathbf{n} ตั้งฉากกับทิศทางการหมุนของ Vorticity Vector $\boldsymbol{\omega}$ และจากการวิเคราะห์ของกระบวนการทางเวกเตอร์ สำหรับเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกัน จะได้ว่า $\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} = 0$ ซึ่งเมื่อเราใช้ความสัมพันธ์ของการอินทิเกรตพื้นที่และเส้นทางการเคลื่อนที่ตามสมการ (1-16) จะได้

$$\Gamma = \int_S (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (1-22)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ (1-21) โดยกำหนดให้เส้นโค้งปิดที่หมุนวนขึ้นมาฟิสิกามีค่า Circulation เป็นบวก จะได้ว่า

$$\Gamma = -\Gamma c' + \Gamma c = 0 \quad (1-23)$$

นั่นคือ $\Gamma c = \Gamma c'$ ซึ่งค่า Circulation บนหน้าตัดของเส้นโค้งปิดใด ๆ ของ Vortex Tube จะมีค่าคงที่เสมอ นั่นเอง

ถ้าพิจารณา Vortex Tube ที่มีพื้นที่หน้าตัดเล็กมากหรือที่เรียกว่า Vortex Filament และกำหนดให้ S เป็นพื้นที่หน้าตัด และมีค่า ω เป็นขนาดของ Vorticity ตามแนวตั้งฉากกับพื้นที่ จะได้ค่าของ Circulation มีค่าคงที่ตลอด นั่นคือ

$$\Gamma = \omega S = \text{ค่าคงที่} \quad (1-24)$$

โดยจะสามารถอธิบายได้ว่า ถ้าพื้นที่หน้าตัด S ถูกทำให้เล็กลง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า ถูกดึงให้ยาวขึ้น ค่า Vorticity จะมีค่ามากขึ้น ในทางตรงกันข้าม ถ้าค่า S มีค่ามากขึ้น ค่า ω ก็จะมีค่าลดลง นั่นคือการไหลของอนุภาคของไหลรอบตัวเองก็จะหมุนช้าลง จากความสัมพันธ์นี้สามารถอธิบายให้เข้าใจชัดเจนมากขึ้นได้ ดังรูปที่ 1-10 ซึ่งใช้ได้กับกรณีของไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Flow) โดยผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะคล้ายกับกรณีความสัมพันธ์ของอัตราการไหลกับความเร็วและพื้นที่หน้าตัด ของการไหลผ่านท่อ ที่มีค่าอัตราการไหลเท่ากับพื้นที่หน้าตัดคูณกับความเร็วมืดและมีค่าคงที่ตลอดเส้นทางการไหล ($Q = AV = \text{ค่าคงที่}$) จากรูปที่ 1-10 จะเห็นว่า $\omega_1 A_1 = \omega_2 A_2$ มีค่าคงที่ตลอดพื้นที่หน้าตัดของ Vortex Tube เมื่อ A คือ พื้นที่หน้าตัด ซึ่งลักษณะการเคลื่อนที่เช่นนี้ จะเรียกว่า ความต่อเนื่องของการไหลวน (Continuity of Vorticity)



พลศาสตร์ของการไหลวน
Dynamics of Vortex Flow

รศ.ดร.รัชพล สันติวรากร
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะ วิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

5527300002534

พลศาสตร์ของการไหลวน
(Dynamics of Vortex Flow)

249 บาท